

應用水力學

劉 長 齡 編 著

中國土木水利工程學會

版權所有



翻印必究

應 用 水 力 學

編著者：劉 長 齡

出版者：中國土木水利工程學會

總經銷：科技圖書股份有限公司

台北市重慶南路一段49號四樓之一

電 話：3118308・3118794

郵政劃撥帳號 0015697-3

七十五年十一月初版 特價新台幣 160 元

第二篇

應 用 水 力 學

目 錄

頁

第一章 基本概念

A 應用水力學之定義·····	2— 1
B 元次之單位·····	2— 1
C 水之單位重量、密度與壓強·····	2— 2
D 水之可壓縮性·····	2— 3
E 水之粘性·····	2— 3
F 白金漢氏之 π 定理·····	2— 4

第二章 水靜力學

A 水壓力·····	2— 7
2.1 靜水壓之壓力分佈·····	2— 7
2.2 水中垂直向上之靜水壓·····	2— 8
2.3 水中斜平面之靜水壓·····	2— 9
2.4 水中曲面之靜水壓·····	2— 10
B 浮力及浮體之安定·····	2— 14

第三章 孔口流

A 圓形孔口之流量·····	2— 18
B 正方形與矩形孔口之流量·····	2— 19
C 水中孔口之流量·····	2— 20
D 水面孔口之流量·····	2— 21
E 短管之流量·····	2— 21
F 大孔口之流量·····	2— 22
G 水槽孔口之流出時間·····	2— 24
H 球底水槽之流出時間·····	2— 25

I	漏斗狀水槽之流出時間	2— 26
J	二水槽具有水位差之流出時間	2— 27

第四章 堰頂流

A	矩形缺口之流量	2— 29
B	三角堰之流量	2— 31
C	梯形堰之流量	2— 31
D	不等邊三角堰之流量	2— 32
E	斜底梯形堰之流量	2— 32
F	拋物線形堰之流量	2— 33
G	溢流堰與潛堰之流量	2— 33
H	不同水深潛堰之流量	2— 34
I	寬頂堰之流量	2— 35
J	特殊堰之流量	2— 36
K	多孔溢流堰之流量	2— 36
L	側溢流堰之流量	2— 38
M	溢流堰下護坦之長度	2— 39
N	尾水道之流量	2— 40

第五章 明渠通論

A	渠流之分類	2— 42
B	明渠之性質	2— 45
C	能量原理	2— 48
D	衝量原理	2— 49
E	運動方程式及連續方程式	2— 50
F	定量漸變流	2— 52
5.1	漸變流	2— 52
5.2	水流斷面	2— 54

第六章 渠流公式及計算

A	實用流速公式	2— 57
B	矩形渠之流量	2— 59
C	梯形渠之流量	2— 61

D	弧底梯形渠之流量	2— 62
E	圓角矩形渠之流量	2— 63
F	自然河川之流量	2— 64
G	人工河川之流量	2— 64
H	暗渠與隧道之流量	2— 66
I	迴水影響之計算	2— 66
6.1	茹氏迴水公式	2— 66
6.2	陶氏迴水公式	2— 69
6.3	卜氏迴水公式	2— 71
J	水力雜項問題	2— 73
6.4	橋墩阻碍之影響	2— 73
6.5	欄污柵之水頭損失	2— 74
6.6	河流彎曲段之水位變化	2— 75

第七章 管 流

A	流速流量與管徑之計算	2— 77
B	摩擦損失係數	2— 77
7.1	摩擦水頭損失	2— 78
7.2	進口水頭損失	2— 80
7.3	阻碍水頭損失	2— 80
7.4	彎折水頭損失	2— 83
7.5	管徑水頭損失	2— 84
7.6	結合水頭損失	2— 86
7.7	流出水頭損失	2— 87
C	管路一般計算	2— 87
7.8	一般管路公式	2— 87
7.9	長管水頭損失	2— 88
7.10	長管管徑	2— 88
7.11	短管管徑	2— 89
7.12	異徑曲管	2— 90
7.13	直管之流速	2— 92
7.14	配水管徑	2— 92
7.15	分流管路之管徑	2— 93

7•16 分歧管之流量	2— 95
D 虹吸管之流量	2— 95
7•17 放水用虹吸管	2— 95
7•18 倒虹吸管	2— 96
E 水錘計算	2— 97
7•19 實用近似公式	2— 97
7•20 水錘作用	2— 98

第八章 均勻流

A 概述	2—100
B 古典實驗發展	2—100
C 近世理論發展	2—102
D 結論	2—119
8•1 亂流之對數分佈	2—119
8•2 平均流速在垂線上僅量一點或兩點之流速以求得流量	2—121
8•3 非均質流體	2—121
8•4 柯尼烏利斯加速度	2—122
8•5 渠管之短段	2—122

第九章 邊界層流

A 緒言	2—123
B 基本假定及現象	2—123
C 邊界層厚度之定義	2—124
9•1 根據物理意義而加以定義者	2—124
9•2 根據應用方面而逕予規定者	2—125
D 線流邊界層內速度之變化	2—125
9•3 基本公式之誘導	2—125
9•4 演證結果之比較	2—135
E 亂流邊界層內速度之變化	2—136
9•5 亂流之基本性質	2—136
9•6 亂流邊界層之現象	2—140
9•7 黏性次層	2—145
F 討論	2—147

第十章 河道彎曲

A	概述	2—151
B	河形之數學模型	2—151
C	河流彎道水力方面之特性	2—153
D	河流彎曲段之理論分析	2—154
E	基本方程式內亂流粘性係數之決定	2—159
F	平滑底面之二元亂流在彎道上橫流之分佈	2—161
G	決定寬河道有粗糙河底之彎道之橫向流速	2—169
H	河道彎曲之水力應用	2—174
I	冲刷和游積於彎道上	2—181
J	自然條件下的河流	2—185
K	討論與結論	2—186

第十一章 變量流

A	概述	2—188
B	水流微幅波之傳播	2—188
11.1	主要方程式	2—188
11.2	聖文氏積分法	2—189
C	明渠中正負湧升	2—191
11.3	定義	2—191
11.4	近似分析，摩擦力予以忽視	2—191
11.5	波浪傳播	2—194
D	明渠行進波之圖解法	2—201
11.6	二基本浪湧之相遇	2—202
11.7	二浪湧系列之相遇	2—202
11.8	不連續之影響	2—204
11.9	河床坡降之影響	2—206
11.10	摩擦力影響	2—206

第十二章 河口之擴散與密度流

A	河口的定義	2—208
B	河口之特徵	2—208

C	河口之擴散現象	2—209
D	含鹽量	2—209
E	河口擴散之基本方程式	2—210
F	亂流之衰減及能量消殺	2—211
G	擴散合式之近似數學解	2—212
H	河口擴散之經驗公式	2—213

第十三章 水力計算

A	水動力學基礎	2—215
13.1	基本方程式	2—215
13.2	狀態方程式	2—216
13.3	連續方程式	2—216
13.4	擴散方程式(輸送方程式)	2—216
13.5	運動方程式	2—217
13.6	熱傳導方程式	2—218
13.7	亂流之簡介	2—218
13.8	地球旋轉之流體動力	2—219
B	指定條件	2—220
C	邊界條件及起始條件	2—222
13.9	柯勤(Kotchine)氏定理	2—222
13.10	柯勤邊界條件在水表面及在剛性邊件(海岸線及底床)	2—223
13.11	動力邊界條件	2—223
13.12	溫度及鹽份之邊界條件	2—223
13.13	邊界面之平衡條件	2—224
13.14	時間分割之邊界條件	2—224
D	不同水動力學模式之組合	2—224
13.15	三維 X-Y-Z 模式	2—224
13.16	二維 X-Z 模式	2—228
13.17	二維 X-Y 模式	2—228
13.18	一維 X 模數	2—229
E	基本潮汐方程式	2—230
F	風力促成環流之基本方程式	2—232
G	有關純量之輸送	2—235

H	水動力數學模式	2-236
	13.19 離散化及數值問題	2-237
	13.20 線性化	2-240
	13.21 有限差分法 (F.D.M)	2-241
	13.22 有限元素法 (F.E.M)	2-252
I	潮汐過程之數學模式與觀測之比較	2-260
	13.23 一維模式	2-262
	13.24 二維模式	2-273
	13.25 三維模式	2-290
	13.26 淺水區域之考慮	2-296
	13.27 殘餘水流	2-302
J	風揚環流之數學模式與觀測之比較	2-306
	13.28 一維模式	2-309
	13.29 二維模式	2-309
	13.30 三維模式	2-318
	13.31 潮汐與風發生過程之疊合	2-326
	13.32 水位之預測	2-330
K	有關問題	2-330
第十四章 電子計算機之運算		
A	簡介	2-340
	14.1 大小	2-340
	14.2 速率	2-340
	14.3 精確	2-340
	14.4 功能	2-341
	14.5 運算	2-341
	14.6 彈性	2-341
	14.7 成本	2-341
B	類比電子計算機	2-341
	14.8 計算基件	2-342
	14.9 電子計算機在水利之應用	2-346
C	數位電子計算機	2-353

14•10 數位電子計算機之基礎.....	2—353
D 水力之應用.....	2—359
14•11 地面水流.....	2—360
14•12 地下水流.....	2—361
附 表.....	2—363

第二篇

應用水力學

編撰人：劉長齡

審查人：王叔厚

第一章 基本概念

A 應用水力學之定義

水力學爲研究水之靜止及運動之科學，該門學科僅限於水之液體狀態（通常水之成爲水氣或冰之狀態並不在內），且有一定之邊界，作力學方面之研究，故與水文學有別，後者必須研究水在自然環境下，無論爲液、氣、固之狀態，主要關心其結果。易言之，水力學爲研究水流運動及靜動力學之原理，水文學爲研究水之活動現象。

但對於水流作力學的研究，誠屬一複雜之問題，因水流之紊亂，邊界之變遷，誠如所謂「水無定質」，當非人類早期歷史時學者所能洞悉者，然由於水利工程之需要，勢必須有具體之結果，例如渠道、孔口所能通過之流量，故水力學（hydraulics）已被視爲經由實驗求得水流各項係數的學問，亦即傳統水利工程師所研究之範圍，由該種方法雖對於水流運動之內涵不甚瞭解，所得之結果常足以解決較簡單之水利問題。在另一途徑上，應用數學家以簡明的數學模型處理流體問題，對於摩阻所生之影響則全被忽視，故其結果常離事實甚遠，即視爲近似值亦不可能，對於某種問題如波浪之研究較能貼合。自從德國勃郎特氏（Prandtl）提出邊界層問題，二者乃漸有聯合之趨勢，可是由於亂流、摩阻及邊界之混亂現象，仍非近世流體力學所能解決者，傳統之水力學仍須借重，但須參以新的理論內容，此即本篇應用水力學之精神所在。

B 元次之單位

對於一物理現象之研究，有時借重元次分析（dimensional analysis），

可以求出各種物理數量相互之關係。因在一個理論健全之方程式，式之兩端元次必須吻合，可是元次齊次式僅為理論式之必備條件，並非充份條件，故在物理量衆多時，不宜濫用而遽下結論。

物理量在力學方面之基本元次為尺度 [L]、質量 [M] 及時間 [T]，即 [L] [T] [M] 制。但由於力為力學研究之最主要對象，如視為一基本元次，則對元次分析必有助於簡化，力之元次 [F] 為

$$[F] = [M] [L] / [T]^2 \quad (1.1)$$

以力、尺度及時間分析元次，即稱為 [L] [T] [F] 制。

在物理上所用之基本單位，長度為公分、質量為公克、時間為秒，即所謂之 C. G. S. 制，然在工程上，長度必須用公尺、質量必須用公斤，C. G. S. 制之單位殊嫌過小，如此力之單位規定如下：

$$F = ma$$

$$1 \text{ Newton} = 1 \text{ kg} \times 1 \text{ m/sec}^2 \quad (1.2)$$

習慣上已將力及質量單位混淆不清，積非成是，但已沿用甚久，宜能及早改正之。

C 水之單位重量、密度與壓強

蒸餾水在攝氏 4°，標準大氣壓力及海平面上，其單位重量為

$$\gamma = 1,000 \text{ Newton/m}^3$$

$$\gamma = 1 \text{ gm/cm}^3 = 1 \text{ ton/m}^3$$

惟水之單位重量係隨溫度而略有不同，茲就一般常用範圍內示如表 1.1。

表 1.1 在各種溫度下水之單位重 (gm/cm³)

溫 度	-10°C	0°C	10°C	20°C	50°C	100°C	200°C
水單位重	0.99815	0.99987	0.99973	0.99823	0.98807	0.9584	0.8628

惟海水在地球表面較淡水尤多，海水因含有鹽份及礦物質，均較淡水為重，在溫度為 0°C 及含鹽量為 3.5 % 時，於大西洋或地中海中所測得水之單位重為 1.028 gm/cm³。

水之密度為單位體積內水之質量，通常以 ρ 表之。在理論公式中如運動方程式或連續方程式係考慮單位體積內之質量，故可以 ρ 代替之。

壓強 (pressure) 係指單位面積上所受之壓力，其元次為 $[F]/[L]^2$ ，水之壓力係垂直於承受之面積，容後詳述之。

D 水之可壓縮性

水亦爲一彈性體，可接受壓縮。若壓強 P 增加之數量爲 dP ，則水之體積 V 減小 dV ，乃有

$$dP = -E_w \frac{dV}{V} \quad (1.3)$$

其中 E_w 爲水之體積彈性係數

$$E_w = 2.07 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$$

乃知 E_w 與壓強之元次相同。由於水之體積彈性係數甚大，故一般視水爲不可壓縮者，僅在深海底始予考慮壓縮之影響。

水中之波速傳播，可寫如下式

$$C = \sqrt{\frac{E_w}{\rho}} \quad (1.4)$$

如將 E_w 及 ρ 數值代入上式，則得 $C = 1,450 \text{ m/sec}$ 。

E 水之粘性

水之粘性係由於分子結合力所產生，粘性之大小視溫度而異。水溫愈高者則粘性愈小，與氣體之粘性適足相反。法蘭基氏 (Frenkel) 建議水之粘性與溫度及壓力有關，該氏所提之公式結果與實際量測者尚有相差。一般沿用經驗公式，即粘性僅與溫度有關。由牛頓粘性定律得

$$\tau = \mu \frac{\partial V}{\partial Z} \quad (1.5)$$

牛頓氏假定流體間二層之剪應力與垂直方向之速度梯度成正比，該比例常數稱爲粘性係數 (viscosity) 或稱爲動力粘性係數 (dynamic viscosity)。

但爲在物理及工程上應用方便起見

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (1.6)$$

ν 稱爲運動粘性係數 (kinematic viscosity)，因 $\mu = \rho\nu$ 可比擬於 $f = \rho a$ ，故乃得名。

由波塞尼勒氏 (Poiseuille) 所得之經驗公式

$$\nu = \frac{0.0178}{1 + 0.0337 t + 0.000221 t^2} \quad (1.7)$$

其中 t 爲水溫 $^{\circ}\text{C}$ 。

其後發現牛頓氏粘性定律僅適合於線流 (laminar flow)，至於亂流部份則爲渦流所控制，並非僅受分子影響，故前者稱爲分子粘性 (molecular viscosity)

，後者依據波西耐西克氏 (Boussinesq) 比擬牛頓之分子粘性，稱之為漩渦粘性 (eddy viscosity)，故有

$$\tau = (\mu + \eta) \frac{dV}{dz} \quad (1.8)$$

但如水流成泥漿狀態，則已為非牛頓流，其一般式為

$$\tau = \mu \left(\frac{\partial V}{\partial z} \right)^n \quad (1.9)$$

甚或

$$\tau = \tau_0 + \mu \frac{\partial V}{\partial z} \quad (1.10)$$

或者為二者之綜合，通式可寫為

$$\tau = \tau_0 + \mu \left(\frac{\partial V}{\partial z} \right)^n \quad (1.11)$$

F 白金漢氏 (Buckingham) 之 π 定理

設有諸元次之物理量之乘積為一無元次量，其通式可表如下

$$\pi = A_1^{x_1} A_2^{x_2} A_3^{x_3} \dots A_n^{x_n} \quad (1.12)$$

現以 $n=5$ 為例，設考慮光滑水管之阻力問題，可能相關之因素為直徑 D 、平均流速 V 、密度 ρ 、壓強坡降 $\frac{dP}{dx}$ 及粘性係數 μ

$$\pi = D^{x_1} V^{x_2} \rho^{x_3} \left(\frac{dP}{dx} \right)^{x_4} \mu^{x_5}$$

將 $[L]$ $[T]$ $[M]$ 元次引入上式，乃有

$$[\pi] = [L^{(x_1+x_2-3x_3-2x_4-x_5)} T^{(-x_3-2x_4-x_5)} M^{(x_3+x_4+x_5)}]$$

但控制條件為 $[L]$ 、 $[T]$ 及 $[M]$ 的方次必為零

$$x_1 + x_2 - 3x_3 - 2x_4 - x_5 = 0$$

$$-x_3 - 2x_4 - x_5 = 0$$

$$x_3 + x_4 + x_5 = 0$$

現有五個未知數，但僅有三個方程式，則不能求得唯一解。現可指定二個變數為某定數值，先指定 $x_4 = 1$ ， $x_5 = 0$

$$\left. \begin{aligned} x_1 + x_2 - 3x_3 - 2 &= 0 \\ -x_3 - 2 &= 0 \\ x_3 + 1 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

次指定 $x_4=0, x_5=1$

$$\left. \begin{array}{rcl} x_1 + x_2 - 3x_3 - 1 & = & 0 \\ -x_3 & - & 1 = 0 \\ x_3 + 1 & = & 0 \end{array} \right\}$$

解得以上二聯立方程式，可寫如以下形式

	D	V	ρ	$\frac{dP}{dx}$	μ
π_1	1	-2	-1	1	0
π_2	-1	-1	-1	0	1

故得 π_1 及 π_2 如下

$$\pi_1 = -\frac{D \frac{dP}{dx}}{\rho V^2}$$

$$\pi_2 = \frac{\mu}{DV\rho}$$

故白金漢氏定理為：「若有 n 個量需以解釋物理現象，且若該等量包括 m 個基本元次，則此關係可簡為 $n-r$ 無元次積， $r \leq m$ 為 $n \times m$ 元次矩陣之階」。

故若

$$f(A_1, A_2, \dots, A_n) = 0 \quad (1.13)$$

則有

$$F(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-r}) = 0 \quad (1.14)$$

如上例所述，即

$$f\left(D, V, \rho, \frac{dP}{dx}, \mu\right) = 0$$

亦可寫成

$$f\left(D, V, \rho, \frac{\rho V^2}{D^3}, \pi_1, \rho V D \pi_2\right) = 0$$

將 D, V, ρ 視為單位數量

$$f(1, 1, 1, \pi_1, \pi_2) = 0$$

即

$$F(\pi_1, \pi_2) = 0$$

例 1. 某特製管流表之率定曲線有此經驗式 $Q = 1.15 h^{0.53}$ ，討論其中關係從元次及物理觀點檢討。

解：如該儀表之幾何條件一定

$$Q = f(D, \rho, \mu, \Delta P)$$

由白金漢氏定理，變數可組合成

$$F\left(\frac{Q}{D^3 \sqrt{\frac{\Delta P}{\rho}}}, \frac{D \sqrt{\rho \Delta P}}{\mu}\right) = 0$$

介入 $\Delta P = \gamma h$ 及假定可寫成一指數式

$$Q = C^2 \sqrt{g} h^{0.5} \left(\frac{D}{\nu} \sqrt{gh} \right)^n$$

率定曲線所得數值 1.15，不僅為水流表之幾何條件之影響，且受 $D^3 \sqrt{g}$ 之數量及元次影響。雷諾茲數變化之影響係反應於上式右邊後者，求得 $n=0.06$ ——但僅為流體本身、水流量之大小及流量被試驗的範圍。如果在—有意義的範圍，以上函數可能不再為一指數函數，已超出吾人所率定之範圍。

第二章 水 靜 力 學

A 水 壓 力

2.1 靜水壓之壓力分佈

水流靜止可視為水流運動速度為零之特殊狀況。故如討論水動力學，則水靜力學自亦包含在內。惟在水利工程上，靜水作用於結構物（如壩或岸壁）應用至為廣泛，因乃特闢一章闡述之。

水流當靜止時，所呈壓力之作用包括重力及表面張力在內，至表面張力之影響多被忽視。靜水中任一點壓力強度在任何方向均相同。設在微小面積上作用之水壓力 dP

$$p = \lim_{dA \rightarrow 0} \frac{dP}{dA} \quad (2.1)$$

其單位依 C. G. S. 制為 g/cm^2 。設在水面上之大氣壓為 p_0 ，則在水面下 Z 之水壓強為

$$p = p_0 + \gamma Z \quad (2.2)$$

其中 γ 為水之單位重量， $p - p_0$ 為水壓表之指示壓力。

例 1. 設在容器有三種密度不同之液體，其深度分別為 h_1 、 h_2 、 h_3 ，如圖 2.1，試求在側壁壓強之分佈？

解： $\gamma_1 = \rho_1 g$ ， $\gamma_2 = \rho_2 g$ ， $\gamma_3 = \rho_3 g$

故在水面下任一點水深之壓強為

$$Z < h_1$$

$$p = \rho_1 g Z \quad \text{圖 2.1}$$

$$h_1 < Z < h_1 + h_2$$

$$p = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g (Z - h_1)$$

$$h_1 + h_2 < Z < h_1 + h_2 + h_3 \quad p = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 + \rho_3 g (Z - h_1 - h_2)$$

在靜水中，密度小之液體勢必浮起在上，故 $\rho_1 < \rho_2 < \rho_3$ ，其分佈圖示如圖

2.1。

例 2. 有一 3 公尺深之水槽，其底部連以一細管，水槽內水溫為 $4^\circ C$ ，細管中水溫為 $20^\circ C$ ，試求在細管中所讀水位誤差為何？

解： $p = \rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2$

