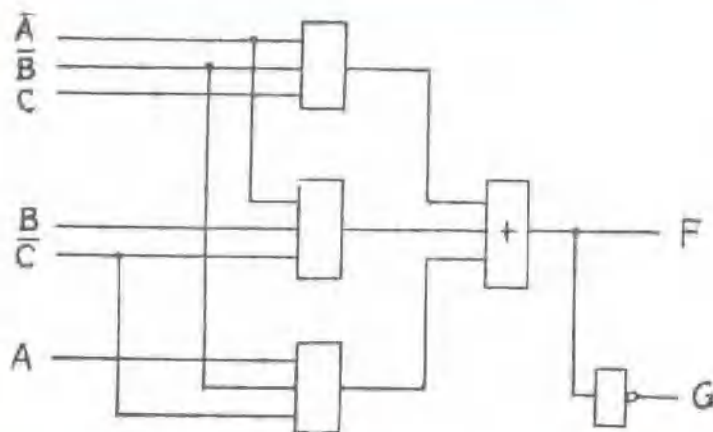


逻辑代数与电子计算机

习题解答及教学建议

汪世铭 任毅 编



安徽省数学学会
芜湖教育学院

0153.2-44
7.5

逻辑代数与电子计算机
习题解答及教学建议

汪世铭 任毅 编

安徽省数学学会 出版
芜湖教育学院

芜湖市西门纸品厂 印刷
安徽省人民政府出版事业管理局
非出印字第134号

(内部发行)

1.00

前 言

“逻辑代数与电子计算机”第一版、第二版（修订版）于1982年2月，1983年10月先后出书后，受到读者的欢迎，许多单位用作教材，不少同志在使用该书后，来信对该书的进一步修订工作提出了衷恳宝贵的意见，给我们继续努力把该书修订好以极大的支持和鼓励。借此机会表示感谢。

为了配合有关 我们先后于1982年暑期在合肥安徽 电子计算机讲习班”，1983年暑期在安徽黄山市举办了“逻辑代数与电子计算机教学讨论会”，根据来自全国各地参加这两项活动的兄弟院校任课教师的建议和要求，我们这次铅印发行了修订版的习题解答、教学建议和补充题及解答。我们要郑重声明，本书主要供作教师教学参考，~~学习~~这门课程的同学，切勿对本书存有依赖心理，~~进而放松独立作业~~，影响培养分析问题和解决问题的能力。

由于我们水平有限，书中会有不少错误和不当之处，敬请各地专家、教师~~和读者~~批评指正。

编 者

一九八四年五月

目 录

一、习题	(1)
第一章习题	(1)
第二章习题	(4)
第三章习题	(7)
第四章习题	(14)
第五章习题	(19)
第六章习题	(22)
二、习题解答	(27)
第一章 进位制	(27)
第二章 集合代数	(33)
第三章 逻辑代数	(39)
第四章 命题代数及其在数学推理中的应用	(60)
第五章 开关代数及其在逻辑设计中的应用	(73)
第六章 一般布尔代数	(96)
三、教学建议	(106)
四、补充题及解答	(112)

习 题

第一章 习 题 一

1. 分别写出二进制、五进制、八进制的前十二个整数（从0开始，由小往大写）。

2. 在□□中写入“1或0”使下列不等式成立：

$$(1) 110\square\square > 11000, \quad (2) 100\square\square > 10010,$$

$$(3) 10\square\square 0 > 10100, \quad (4) 1\square 01\square > 11010.$$

3. 用二进制数表示一个三位长的十进制整数最少需要几位？最多需要几位？

4. 十二位长的二进制整数的表示范围是多大？（提示：这里既没有规定最高位非零，又没有说明该数可否为负数。）

5. 在二进制中计算：

- (1) $1011 + 111 + 101$, (2) $1001 + 101 + 11$,
(3) $1001 + 1101 + 1111 + 110$, (4) $11101 - 1011$,
(5) $10001 - 1100$, (6) 1100×100 ,
(7) 1110×11 , (8) 1011×101 ,
(9) $11110 + 1010$, (10) $100101011 + 1101$,
(11) $101.111 + 11.011$, (12) $1000 - 101.1$,
(13) $1100.10 - 111.01$, (14) 1010×11.01 ,
(15) 101.11×10.01 , (16) $0.1011 + 11.001$,
(17) $100100100 + 10101010 - 11100111 - 11011011$,
(18) $10101101 + 1101 + 1011 \times 101$.

6. 写出下列各数的按权展开式:

(1) $(4211.375)_{10}$, (2) $(-1011.011)_2$,

(3) $(\overline{352}.\overline{04})_{16}$.

7. (1) 一个奇的二进制整数末一位数码是什么?

(2) 一个偶的二进制整数末一位数码是什么?

8. 如何判断一个七位的二进制正整数:

$N = K_7K_6K_5K_4K_3K_2K_1$ 是4的倍数?

9. 设正整数 $A = (K_mK_{m-1}\cdots K_2K_1K_0)_{10} = (a_na_{n-1}\cdots a_2a_1a_0)_9$, 证明: (1) a_0 是 $K_m + K_{m-1} + \cdots + K_2 + K_1 + K_0$ 被9除时所得的余数;

(2) A 被9整除当且仅当 $K_m + K_{m-1} + \cdots + K_2 + K_1 + K_0$ 被9整除。

10. 如果 $8 \times 8 = 54$ 是正确的, $7 \times 6 = ?$ 你知道吗?

习 题 二

1. 将下列二进制数转换为十进制数:

(1) 1110111 , (2) -0.1010101 , (3) 101010.0011 ,

(4) -111011011011001 , (5) 1001010.10111001 .

2. 用直接展开法求:

(1) $(21201)_3 = (?)_{10}$, (2) $(12562)_8 = (?)_{10}$,

(3) $(-2314)_5 = (?)_{10}$, (4) $(-2\overline{10}3)_{12} = (?)_{10}$,

(5) $(0.432)_5 = (?)_{10}$, (6) $(-0.32\overline{01})_{12} = (?)_{10}$,

(7) $(0.\overline{023})_4 = (?)_{10}$, (8) $(-0.1111)_2 = (?)_{10}$,

并用乘 r 加整法或 r 除加整法验证所得结果。

3. 将下列十进制数转换成二进制数 (按0舍1入规则取至二进制小数点后至多5位)。

- (1) 1982, (2) 0.375, (3) 69.2 , (4) 17.682
 (5) $-3\frac{1}{3}$, (6) -523.11 .

4. 将 $(-1587.03125)_{10}$ 分别转换成三进制, 八进制, 十二进制数。

5. 计算: (1) $(-20\overline{3}7.594)_{16} = (?)_2$
 (2) $(1100100101.101001)_2 = (?)_{16}$,
 (3) $-\frac{19}{8} = (?)_3$, (4) $-\frac{17}{6} = (?)_2$

习 题 三

1. 求证: 在任何 Q 进制 ($Q > 5$) 中, 下式正确:
 $1110 \cdot 1111 \cdot 1112 \cdot 1113 = (1235431)^2 - 1$.
2. 试小结数制转换过程中的不变性。
3. 设二进制正整数 $N = K_n K_{n-1} \cdots K_1 K_0$, 从 N 的末位开始, 每三位分作一段; 将每一段作为一个二进制数相加。求证: 其和可被二进制数 111 整除是 N 可被 111 整除的充要条件。

习 题 四

1. 已知十进制数 x 的 8—4—2—1 编码为:
 $1001 \ 0101$, 求 x 所对应的二进制数。
2. 设给定两个正的浮点数: $N_1 = Z_1^{j_1} \times S_1$, $N_2 = Z_2^{j_2} \times S_2$
 (1) 若 $j_1 < j_2$, 是否有 $N_1 > N_2$,
 (2) 若 S_1, S_2 是规格化的数, 上述结论正确吗?
3. 设二进制浮点数的阶码是三位, 尾数是六位。写出它的最大正数, 最小正数, 最大负数, 最小负数 (0 除外), 并写出相应的十进制数的数值。

4. 已知数的原码表示, 写出数的补码表示:

$$[x]_{\text{原}} = 0.10100, \quad [x]_{\text{原}} = 1.10111, \quad [x]_{\text{原}} = 1.10101.$$

5. 已知 x 的补码, 求 x

$$[x]_{\text{补}} = 1.1100, \quad [x]_{\text{补}} = 1.1001, \quad [x]_{\text{补}} = 0.1111,$$

$$[x]_{\text{补}} = 1.0000.$$

6. 已知 $x = -0.0110$, $y = +0.1001$, 利用补码求
 $x+y$, $x-y$.

第二章 习 题 一

1. 设 A 表示闭区间 $[0, 2]$, B 表示闭区间 $[1, 9]$,
 C 表示开区间 $(-3, 5)$, D 表示开区间 $(6, 7)$, 试在数
轴上画出下列各式所表示的区间。

$$(1) [(A \cup B) \cap C'] \cup [D \cap (B' \cup A)],$$

$$(2) (A \cap B) \cup (C \cap D'),$$

$$(3) [(A \cup B) \cap (A \cup C')] \cup (A' \cap C),$$

$$(4) (A \cap D) \cup [(C \cap A') \cap (A \cup B)] \\ \cup (D' \cup A').$$

2. 下列各集合间具有怎样的包含关系:

$$(1) \text{若 } A = \{x: 0 \leq x \leq 1\}$$

$$B = \{x: x^2 \leq x\} \text{ 则 } A (\quad) B,$$

$$(2) \text{若 } A = \{(x, y): x+y>0\}$$

$$B = \{(x, y): x>0, y>0\}, \text{ 则 } A (\quad) B$$

$$(3) \text{若 } A = \{(x, y): x^2+y^2 \leq 1\}$$

$$B = \{(x, y): |x| + |y| \leq 1\}, \text{ 则 } A (\quad) B.$$

3. 用文氏(Venn)图检验下列恒等式有无错误, 写出

正确结论：

$$(1) (A \cup B) - C = A \cup (B - C);$$

$$(2) (A \cup B)' \cap C = A' \cap C \cup B' \cap C;$$

$$(3) A \cup B - A = B;$$

$$(4) (A - B) \cup B = A;$$

$$(5) A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)。$$

4. 定义运算“ $\star$ ”， $a \star b = ab + a - b$ （右式中的加减，乘法均为普通代数的加、减、乘法运算），解下列方程：

$$X \star (X - 3) = 50 \star (X - 3)$$

5. 验证上题所定义的运算“ $\star$ ”是否满足结合律？交换律？（说出理由）

6. 在集合 $I = \{0, 1\}$ 上定义两种运算“ $\oplus$ ”，“ $\star$ ”验证

$\oplus$	0	1	$\star$	0	1	运算“ $\star$ ”对“ $\oplus$ ”的分配律是否成立（说出理由）。
0	0	1	0	1	1	
1	0	1	1	1	1	

7. 设 B 是全集 I 的部分子集所组成的非空集合类，如 B 对通常集合的“ $'$ ”，“ $\cup$ ”两种运算封闭，证明 $(B, ', \cup, \cap)$ 是集合代数。

习 题 二

1. 求下列集合式 F 的对偶式 F^o 。

$$(1) F = AB' \cup BCD;$$

$$(2) F = A' B \cup C(A' \cup D) \cup BC';$$

$$(3) F = \{ (AB')' (CD')' [D(AB)']' \}';$$

$$(4) F = \{ [A \cup C' \cup (B \cup C)']' \cup [A' \cup B$$

$(BUC)' \cup \{ \} \} '.$

2. 求下列集合式 F 的反演式 F' 。

(1) $F = A' B' \cup C D \cup E' G;$

(2) $F = (A \cup B) (B' \cup C) (D \cup E' C);$

(3) $F = A [B' \cup (C D' \cup E' F) G];$

(4) $F = [A' (B C')]' \cup \{ \} \} '.$

3. 写出下列各等式的对偶等式，再利用运算定律加以证明。

(1) $A \cup B = \phi$ 当且仅当 $A = \phi, B = \phi;$

(2) $(B' C \cup C)' = C';$

(3) $(A' C)' \cup (B C')' = I;$

(4) $A B' \cup C (A' \cup B \cup D) = C \cup A B'.$

4. 求证下列恒等式:

(1) $A B' \cup B D \cup A' D \cup D C = A B' \cup D;$

(2) $(A \cup B)(A \cup B')(A' \cup B)(A' \cup B') = \phi;$

(3) $A B C D \cup A' B C D \cup A B' C D \cup A B C' D \cup$
 $A B C D' = A B (C \cup D) \cup C D (A \cup B);$

(4) $A B' \cup A' B \cup A' B' C D' \cup A B C D' = A B' \cup$
 $A' B \cup C D';$

(5) $[A' \cup B \cup B (A' \cup C)]' = A B' (B C)';$

(6) $A B C \cup A' B' C' = (A B' \cup B C' \cup C A')';$

(7) $(A \cup B)' [(A B' C')' \cup (A' B C)']$
 $(A' B')' = \phi;$

(8) $A \cup A_1 A_2 \cdots A_n = (A \cup A_1) (A \cup A_2) \cdots$
 $(A \cup A_n);$

(9) $(A \cup B \cup C) (B \cup C \cup D) (C \cup D \cup A)$

$$(D \cup A \cup B) = AB \cup AC \cup AD \cup BC \cup BD \cup CD,$$

$$(10) A(A \cup B)(A' \cup C)(B \cup D)(A' \cup C \cup E \cup F)(B' \cup E)(D \cup E \cup F) = AC(B \cup D)(B' \cup E).$$

第三章 习 题

1. 判别下列句子，哪些是真命题？哪些是假命题？哪些不是命题？

A：你到过北京吗？ B：7 是质数。 C：梯形有三个锐角。 D：《红楼梦》的作者是罗贯中。
E：明天将有台风。 F：X 是大于 8 的整数。

2. 判断下列各组命题是否等值：

(1) A_1 ：北京是中国人口最多的城市。

A_2 ：上海不是一个小城镇。

(2) B_1 ：中国是世界上人口最多的国家。

B_2 ：美国是世界上面积最大的国家。

(3) C_1 ：23 不能被 7 整除。

C_2 ：有一种苹果是红色的。

3. 试举例说明基本命题和复合命题。

4. 试回答下列命题是永真命题，还是永假命题？

A：张明或者是共青团员，或者不是共青团员。

B：李红被批准入党，同时又未被批准入党。

5. 试否定下列命题：

A：15 不是 3 倍数。 B：武汉是一个小城市。

C：三边之比为 3：4：5 的三角形是直角三角形。

6. 用语言叙述下列各组命题的逻辑和，並列出相应的真

列表：

(1) A: 我去参加星期六义务劳动。 B: 弟弟去参加星期六义务劳动。

(2) A: 王玲是数学爱好者。 B: 王玲是文学爱好者。 C: 王玲是体育爱好者。

(3) A: 这是等腰三角形。
B: 小李是学雷锋积极分子。
C: 熊猫是一种多年生草本植物。

7. 判断下列各复合命题中的“或”哪些表示“或”运算？哪些表示“异或”运算？

A: 小张高考成绩是100分或者不是100分。 B: 小赵或小王被评为“三好”学生。 C: 我到书店去买“逻辑代数”或“英语”课本。 D: 人固有一死，或重于泰山，或轻如鸿毛。

8. 用语言叙述下列各组命题的逻辑积，并确定它们的真假值。

(1) A: 圆周率 π 是有理数。 B: 圆周率 π 是无理数。

(2) A: 空气是看不见的。 B: 纯水是无色的。

C: 地球本身不会发光。

9. 设 A: $x \neq -2$ 且 $x^2 \neq |x|$ 。 B: $x = |x|$ 或 $x^2 < x$ 。 写出使 $A \cdot \overline{B}$ 取值1的实数 x 的集合。

10. 用语言叙述下列各组命题的条件命题，双条件命题，并确定它们的真假值：

(1) A: 三角形两腰相等。 B: 三角形两底角相等。

(2) A: 中国是地大物博、人口众多的国家。

B: $\sqrt[3]{3}$ 是有理数。

习 题 二

1. 设 $A = 1$, $B = C = 0$, 计算下列各逻辑式的值:

$$(1) \overline{A} + \overline{B} + \overline{C} \quad (2) \overline{A} \overline{B} + A \overline{B}$$

$$(3) (A \overline{B} + \overline{A} \overline{B}) + (\overline{A} \overline{B} + \overline{B} \overline{A}),$$

$$(4) (\overline{A} + \overline{B}) ((A + \overline{C})(B + C)),$$

$$(5) (\overline{A} \overline{B} + \overline{C}) + ((B \Rightarrow \overline{A}) \rightarrow (C + \overline{B})),$$

$$(6) A + (B \rightarrow C \overline{A}) \Rightarrow B + \overline{C}.$$

2. 设 A : 芳芳乘坐公共汽车。 B : 芳芳看画报。 C : 芳芳吹口琴, 试用语言叙述下列各命题:

$$(1) A \overline{B} C, \quad (2) (A + B) C, \quad (3) A \overline{B} + C,$$

$$(4) \overline{A} \overline{B} C, \quad (5) A + B \overline{C}.$$

3. 设 A : 逻辑代数是容易学的。 B : 3 不小于 5, 试用语言叙述下列各命题:

$$(1) A \overline{B}, \quad (2) A + B,$$

$$(3) \overline{A} \overline{B}, \quad (4) \overline{A + B}, \quad (5) \overline{A} + \overline{B},$$

$$(6) A \overline{B} + \overline{A} B,$$

4. 试用逻辑式通过基本命题表示下列复合命题:

(1) 张老师在家庭里, 不在看电视, 不在备课, 在写科学论文或听外语录音唱片。

(2) 只要导线接通, 就有电流通过。

(3) 他虽聪明但不用功。

(4) 我们要做到五讲四美, 为建立新的社会风尚而奋斗。

5. 作出下列逻辑式的真值表:

$$(1) \overline{A} \overline{B} C + B C + A C, \quad (2) B(A \rightarrow B) \rightarrow A,$$

$$(3) \overline{A + B C} \Longrightarrow (A + B)(A + C),$$

$$(4) ((A + B) \rightarrow B C) \rightarrow (A + \overline{C}).$$

6. 用真值表法证明下列等价式:

$$(1) \overline{A \rightarrow B} \Longleftrightarrow A \overline{B}, \quad (2) A \rightarrow (B \rightarrow \overline{C}) \Longleftrightarrow A B \rightarrow C,$$

$$(3) \overline{A \Longleftrightarrow B} \Longleftrightarrow A \Longleftrightarrow \overline{B} \Longleftrightarrow (A + B) \overline{A B} \Longleftrightarrow A \overline{B} + \overline{A} B,$$

$$(4) (A \rightarrow B)(C \rightarrow B) \Longleftrightarrow (A + C) \rightarrow B.$$

7. 用真值表法检验: 如 $A + C \Longleftrightarrow B + C$, 是否 $A \Longleftrightarrow B$; 如 $A C \Longleftrightarrow B C$, 是否 $A \Longleftrightarrow B$; 如 $\overline{A} \Longleftrightarrow \overline{B}$ 是否 $A \Longleftrightarrow B$ 。

8. 试判断下列逻辑式的永真永假性:

$$(1) (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)),$$

$$(2) A B A + B,$$

$$(3) A B \Longleftrightarrow A.$$

习 题 三

1. 使用逻辑代数基本定律证明:

$$(1) A \rightarrow (B + C) \Longleftrightarrow A \overline{B} \rightarrow C,$$

$$(2) (D A \rightarrow C)(A \rightarrow (B + C)) \Longleftrightarrow A(B \rightarrow D) \rightarrow C,$$

$$(3) (A + \overline{B})(A + B)(\overline{A} + \overline{B}) \Longleftrightarrow \overline{A} + B,$$

$$(4) B + \overline{(A + B) \cdot A} \Longleftrightarrow 1,$$

并写出上述各式的对偶式。

2. 证明: (1) $A \rightarrow B \Leftrightarrow A \cdot B \Leftrightarrow A$;

(2) $(BDA \rightarrow C)(A \rightarrow B + D + C) \Leftrightarrow A(B \Leftrightarrow D) \Leftrightarrow C$.

3. 写出下列逻辑式的对偶式。

$$F = A + B \overline{C}, \quad G = \overline{A} \overline{B} + A(C + 0),$$

$$\Psi = \overline{A B C} \quad \Phi = (A \rightarrow B)(B \Leftrightarrow C)$$

4. 写出下列逻辑式的反演式:

$$F = A \rightarrow (B \rightarrow C),$$

$$G = A \Leftrightarrow \overline{B}, \quad \Phi = \overline{A + B + C + D + E}.$$

习 题 四

1. 将下列逻辑式化为“与—或”标准形:

$$(1) F_1 = \overline{A + B} \rightarrow A B;$$

$$(2) F_2 = A + (\overline{B} \rightarrow (C + (\overline{C} \rightarrow D))) ;$$

$$(3) F_3 = (A + B)(\overline{A} + B)C + \overline{A B C};$$

$$(4) F_4 = \overline{A + B C} + (\overline{A} B + C)(A D + B \overline{D});$$

$$(5) F_5 = \overline{A + B C + D E + G H + K}.$$

2. 将下列逻辑式化为“或—与”标准形:

$$(1) F_1 = A(B \rightarrow C) \rightarrow D;$$

$$(2) F_2 = (\overline{A} + \overline{B}) \rightarrow (A \Leftrightarrow \overline{B});$$

$$(3) F_3 = \overline{(A + \overline{C})(B + (\overline{A} + C))};$$

$$(4) F_4 = \overline{A B C + C + D + D E};$$

$$(5) F_5 = \overline{A}B + \overline{A}C + (\overline{B} + \overline{C} + \overline{D})E.$$

3. 试根据 §3.4.3 的预备定理直接写出下列二元逻辑函数的“与—或”标准形。

$$(1) F = \overline{A}B + \overline{A}\overline{B} + \overline{A}B,$$

$$(2) G = (\overline{A}B + \overline{A}\overline{B})(\overline{A}B + \overline{B}A)$$

习 题 五

1. 求下列逻辑式的“与—或”范式和“或—与”范式。

$$(1) F_1 = (A \rightarrow BC)(\overline{A} \rightarrow \overline{B}\overline{C}),$$

$$(2) F_2 = \overline{A}B(\overline{A}C + BC),$$

$$(3) F_3 = \overline{A}\overline{B} + \overline{A}BC(B + \overline{C}D).$$

2. 求上题中 $F_1 + F_2$, $F_1 \cdot F_2$, $\overline{F_3}$ 的“与—或”范式和“或—与”范式。

3. 已知逻辑式 F , G 的真值表如表 3.14, 试求 $\overline{F}$, $\overline{F}G$, $F+G$ 的“与—或”范式和“或—与”范式。

表 3.14				
A	B	C	F	G
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	1	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0

4. 设 A, B, C, D 是四个二进制数码 (即 0 和 1), 写出下述问题的判断条件;

(1) 它们都不是 1,

(2) 它们中间恰有两个 1,

(3) 它们中两恰有奇数个 1,

5. 设字母 $A, B,$

C, X, Y, Z 代表二进制数码, 证明:

$$(1) A\bar{B} + \bar{A}B = C \Leftrightarrow A\bar{C} + \bar{A}C = B$$

$$(2) AB + \overline{AB} = 0 \Leftrightarrow \text{对任意的 } x, y, \text{ 有 } \overline{Ax + By} = A\bar{x} + B\bar{y};$$

$$(3) AB + BC + CA + \overline{ABC} = 0 \Leftrightarrow \text{对任意的 } x, y, z, \text{ 有 } \overline{Ax + By + Cz} = A\bar{x} + B\bar{y} + C\bar{z}.$$

习 题 六

1. 化下列逻辑式成最简的“与-或”式;

$$(1) F = A\bar{C} + ABC + AC;$$

$$(2) F = (A + AB + ABC) \cdot (A + B + C);$$

$$(3) F = \overline{A\bar{B} + \bar{A}B \cdot AB + \bar{A}\bar{B}};$$

$$(4) F = (A + \bar{B} + C) \cdot AB + \overline{AC};$$

$$(5) F = \bar{A}C + \bar{B}C + AB\bar{C}D;$$

$$(6) F = (AB + \bar{A}\bar{B} + AB) \cdot (A + B + C + \overline{ABC});$$

$$(7) F = A\bar{B} + AB + AB \cdot (\bar{A} + B)(\bar{A} + B);$$

$$(8) F = AB + \bar{A}D + BC\bar{D};$$

$$(9) F = AD + \bar{A}D + A\bar{B} + AC + BD + ACEF + \bar{B}EF + DEFG;$$