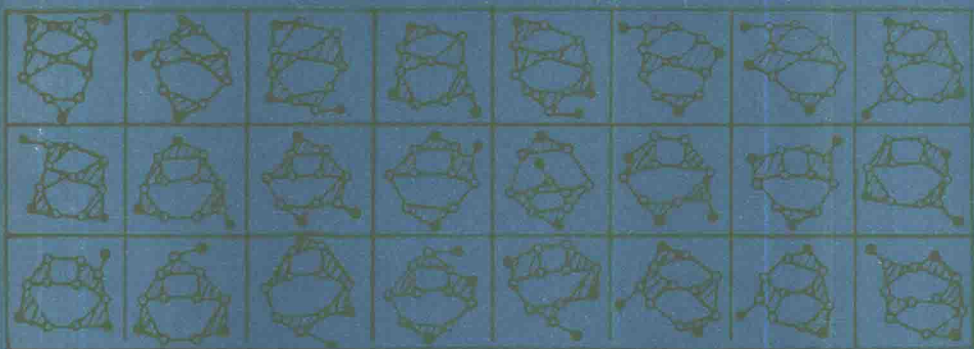
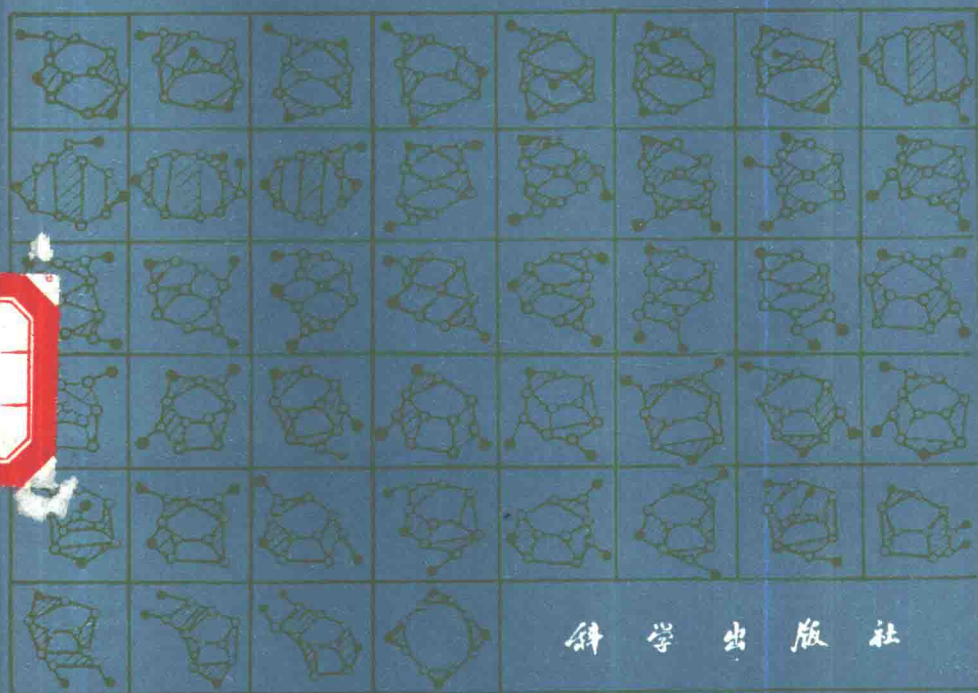




平面连杆机构分析与综合

曹惟庆 著



科学出版社

平面连杆机构分析与综合

曹惟庆 著

科学出版社

1989

内 容 简 介

本书第一章介绍了平面机构自由度的计算公式及平面杆组的结构属性及其类型综合,得出了附录一的杆组结构图例,并讨论了机构奇异形位及瞬变自由度。第二章到第四章分别介绍机构位移、速度、加速度及力计算,并给出了附录二、三中常用双杆组分析的数学模型及子程序,介绍了用杆组型转化原理在多杆机构分析中的应用。第五章介绍了液、气压式连杆机构的分析。第六章及第七章介绍传统的用图解法及解析法设计四杆机构。第八章介绍多杆多自由度机构的设计方法,其内容涉及到多功能设计。在本书有关章节中配置了一定数量的例题及习题,并在附录四中介绍了“实例研究”。

本书读者对象为机械设计人员,机械专业的研究生,大、专院校师生,机构综合的科研人员。

平面连杆机构分析与综合

曹 惟 庆 著

责任编辑 陈德义

科学出版社出版

北京市东黄城根北街15号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1989年4月第1版 开本:850×1168 1/32

1989年4月第一次印刷 印张:9 3/4

印数:0001—2,650 字数:254,000

ISBN 7-03-000873-1/TH·5

定价:7.80元

前 言

平面连杆机构广泛地应用于各种机构。农业、纺织、轻工、重型、冶金、精密等各机械行业中大量应用着平面连杆机构。

在平面连杆机构中最基本的型式为四杆机构。关于四杆机构的分析与综合问题已进行了不少研究工作。但是，不论在运动学及动力学方面，四杆机构仍有进一步研究的必要。至于六杆以上的多杆机构，特别是多杆多自由度机构，目前的工作还很不完善。随着机械自动化、机械手、机器人的发展，人们对机构所需满足的运动特性及动力特性有更高的要求。在国际上亦十分注意这方面的工作^[20]。

苏联机械学家阿苏尔（Л. В. Ассу́р）提出他的机构组成学即阿苏尔运动链（杆组）的概念后，不少苏联学者继承并发展了他的工作。但是，苏联学派在杆组理论上存在着不足之处，他们没有建立杆组组成原理的系统的方法。另外，研究机构结构理论的目的应是对机构运动分析及力计算甚至尺度综合有指导意义。阿尔托博列夫斯基（И. И. Арто́бле́вский）院士在他的原著^[2]中提出了机构分类的方法，但是在内容上仅涉及二级组五种型的运动分析及力计算，三级以上机构研究得不多。

作者从 60 年代起就从事机构结构理论及机构组成的研究，认为苏联学派有其优点，也有其不足之处。杆组成为机构结构的一个基本单元，起了“积木式”的作用，那末杆组是否能够转化再分解，归纳为最基本的结构形式，从而使机构的分析与综合得到简化呢？由此，作者提出了平面杆组型转化的理论^[7]。作者的意图是对机构的组成、运动学与动力学提供一个研究的体系。

本书稿是在作者承担科研课题“多杆机构运动分析理论及计算图表”取得成果的基础上编写而成，初稿完成后曾在教学实践中

试用。

参加本书部分章节编写的还有作者指导的几位研究生，他们是薛隆泉、贾玉明、王军等。周赫民、刘宏昭对本书提出了不少修改意见。

本稿承合肥工业大学丁爵曾教授悉心审阅，提出了许多宝贵意见，作者特为之表示谢忱。

作 者

1987年6月

目 录

前言

第一章 运动学中的自由度和约束度	1
1.1 拉氏坐标及广义坐标	1
1.2 活动度分析	7
1.3 单自由度平面机构的类型综合	21
1.4 平面杆组的结构分析及其类型综合	25
第二章 机构位置分析	39
2.1 概述	39
2.2 求解机构位置的线修正逼近理论——牛顿-罗夫生法	39
2.3 四杆机构位置解析之基本数学模型及子程序	46
2.4 阿苏尔组(杆组)的型转化理论	46
2.5 阿苏尔组位置确定的基本公式	48
2.6 $m = 1$ 杆组所组成机构的位置确定	50
2.7 机构位置确定的电算流程	53
第三章 速度及加速度分析	60
3.1 基本概念	60
3.2 速度系数及加速度系数	69
3.3 四杆机构速度、加速度分析的基本数学模型及子程序	76
3.4 用虚拟速度、加速度法求解多杆多自由度机构的运动 分析	77
第四章 静力学计算	86
4.1 概述	86
4.2 虚功原理的基本概念	87
4.3 虚功原理	95
4.4 四杆机构中运动副反力计算的基本数学模型及子程序	100
4.5 多杆多自由度机构力计算的型转化	101
4.6 应用虚功原理求解虚拟力	104

第五章	液压和气压式平面机构的分析	117
5.1	概述	117
5.2	液气压式平面机构的结构类型	118
5.3	液气压式平面机构的运动分析	122
5.4	液气压式平面机构的受力分析	126
5.5	液气压式平面机构的综合	128
第六章	平面机构综合——解析法	130
6.1	概述	130
6.2	切氏区间	133
6.3	函数插值法	134
6.4	均方逼近法	140
6.5	最佳逼近法	148
6.6	函数逼近法的选择	160
6.7	四杆机构的轨迹综合	161
第七章	平面机构综合——运动几何法	171
7.1	基本概念和术语	171
7.2	实现连杆三个有限接近位置的综合	173
7.3	实现连杆四个有限接近位置的综合	182
7.4	实现两连架杆对应角位置的综合	192
7.5	高阶机构的尺度综合	196
第八章	多杆多自由度机构的型综合及优化综合	199
8.1	概论	199
8.2	多杆多自由度平面机构的型综合	199
8.3	机构的优化综合	202
8.4	平面四杆机构的尺度优化综合	207
8.5	平面多杆机构的尺度优化综合	210
习题		223
附录一	八杆以下杆组结构图	235
附录二	常用单构件、双杆组位置、速度、加速度及力计算的基本数学模型	238
附录三	单构件及双杆组位移、速度、加速度及力计算的子程序	266

附录四 实例研究——ZL-20 装载机工作装置优化设计及 计算机显示.....	281
参考文献.....	299
索引.....	301

第一章 运动学中的自由度和约束度

1.1 拉氏坐标及广义坐标

1° 导论

用直角坐标及极坐标研究不受约束的质点系的运动学是比较方便的,但是机构是由刚体及相互联系的质点系所组成,它们的运动是相互紧密联系的. 对于这样的约束系统,如果仅限于用直角坐标或极坐标研究有时会十分不方便. 选择合适的坐标系对约束系统的分析是很关键的. 约束系统最好用拉格朗日(以下简称拉氏)坐标来描述,众所周知的广义坐标亦属于这个范畴的.

2° 定义

用直角坐标系研究质点及分散的质点系的运动时,一个质点 p_i 的基本坐标用 x_i, y_i, z_i 来表示. 由于用三个坐标唯一地规定了质点 p_i 的位置,因之一个质点有三个自由度. 对于平面运动,坐标 z_i 是一个常数,因此有两个自由度. 但如果给出如下关系式:

$$f(x_i, y_i, t) = 0 \quad (1.1)$$

在给定的时刻 t ,若已知 x_i 可用上式求 y_i . 这样一个受约束的质点则具有一个自由度.

方程式 (1.1) 是降低自由度的,称之为约束方程式. 在任何给定的时间内,方程式 (1.1) 代表平面上一条曲线. 如果 t 不在约束方程式 (1.1) 中显示出来,曲线是固定的,称之为一个稳定约束,可以用一曲线来代表,质点被限制在曲线上移动. 如果 t 出现在方程式 (1.1) 中,曲线将随时间而改变,这系统就称之为运动约

束。如果在给定时间,用 s 代表从曲线上某一固定点量起的距离,则 (1.1) 式可用参数形式表示为

$$\begin{aligned} x_i &= x_i(s, t) \\ y_i &= y_i(s, t) \end{aligned} \quad (1.2)$$

因之基本坐标可用一个简单而更为一般形式的坐标来计算。方程式 (1.2) 是用与时间有关的变量来给出基本坐标的,称之为坐标变换方程式。与基本坐标不同的坐标(例如 s)称之为拉氏坐标。

现想象二质点 P_1, P_2 由基本坐标 (x_1, y_1) 及 (x_2, y_2) 所规定,这样一个系统共有四个自由度。但是如果引进下列形式的约束方程:

$$f(x_1, y_1, x_2, y_2, t) = 0 \quad (1.3)$$

将降低自由度到三。这是因为当已知三个基本坐标时可以用上式计算另一基本坐标。

例如两个质点用一个长为 a 的刚体联接如图 1.1, 方程式 (1.3) 将取下列形式:

$$f(x_i, y_i) \equiv (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 - a^2 = 0 \quad (1.4)$$

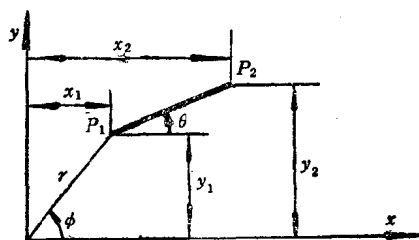


图 1.1

在 x_i, y_i 四个基本坐标中的任何三个都可用来规定整个系统的位置。当然还可应用其它的坐标系。例如我们可以用 P_1 点的极坐标 (r, ϕ) 以及一个角度 θ 作为三个拉氏坐标,即 $\{\phi_1, \phi_2, \phi_3\} = \{r, \phi, \theta\}$ 。如此选择后变换方程式将成为

$$\begin{aligned}
x_1 &= r \cos \phi = \phi_1 \cos \phi_2 \\
y_1 &= r \sin \phi = \phi_1 \sin \phi_2 \\
x_2 &= r \cos \phi + a \cos \theta = \phi_1 \cos \phi_2 + a \cos \phi_3 \\
y_2 &= r \sin \phi + a \sin \theta = \phi_1 \sin \phi_2 + a \sin \phi_3
\end{aligned} \tag{1.5}$$

一般地,我们可以用 M 个拉氏坐标 $(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_M)$ 表示一组具有 N 个质点的质点系的基本坐标,可以用下列变换方程式得到:

$$\begin{aligned}
x_i &= x_i(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_M, t) \\
y_i &= y_i(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_M, t)
\end{aligned} \tag{1.6}$$

式中 $i = 1, 2, \dots, N$.

所谓显约束方程式是在约束方程式中包含了拉氏坐标,或者也包括了时间的. 如下列方程式是显约束方程式的一般形式:

$$f(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_M, t) = 0 \tag{1.7}$$

下列方程式则是显约束方程之一种特殊形式:

$$r - r_0 \sin Pt = 0 \tag{1.8}$$

方程式(1.4)是用基本坐标来表达的约束方程式,称之为隐约束方程式,这些基本坐标可由坐标变换方程式与拉氏坐标相联系. 如果适当地选择拉氏坐标,就很少用到隐约束方程式.

如果在约束方程式中只包含了位移及时间的称之为完整约束;如果在约束方程式中包含了速度等则是更为一般的形式. 在此我们特别注意于完整约束.

在运动学上刚体可以用若干有限数目的受约束的质点来模拟.

例如图 1.2(a) 中构件可以用四个质点 P_1, P_2, P_3, P_4 来模拟它的运动. 图 1.2(b) 中只要各质点间的距离不变,这就包括五个隐约束方程式:

$$\begin{aligned}
(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 &= a_{ij}^2 \\
(i, j) &= (1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 1), (2, 4)
\end{aligned} \tag{1.9}$$

我们称图 1.2(b) 之质点系是图 1.2(a) 构件之离散质点的模拟.

四个质点有八个自由度,再加上五个约束方程式,因之系统的

自由度为三,即为一个刚体。一般地说, N 个质点的平面系统具有 c 个约束方程式,其自由度为

$$F = 2N - c \quad (1.10)$$

上式是平面离散质点系自由度求解的基本关系式。

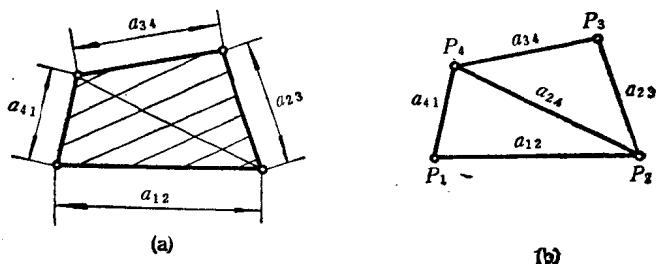


图 1.2

3° 例

下面就若干例子来说明。图 1.3 表示一平面运动之薄板, Q 点在固定坐标系中的坐标 Q_x, Q_y 及参考线 QS 的倾角 ϕ 三个参数决定了这薄板的位置。 P 点在薄板内, 用 (ξ, η) 参数决定其在动坐标系中的位置。 P 点对定坐标系的基本坐标将按下式求得, 这两个方程式是变换方程式:

$$\begin{aligned} x_p &= \phi_1 + \xi_p \cos \phi_3 - \eta_p \sin \phi_3 \\ y_p &= \phi_2 + \xi_p \sin \phi_3 + \eta_p \cos \phi_3 \end{aligned} \quad (1.11)$$

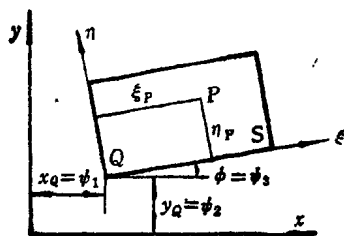


图 1.3

$$\begin{aligned} a_1 \cos \phi_1 + a_2 \cos \phi_2 + a_3 \cos \phi_3 - f &= 0 \\ a_1 \sin \phi_1 + a_2 \sin \phi_2 + a_3 \sin \phi_3 &= 0 \end{aligned} \quad (1.14)$$

一般地,在给定系统中有 N 个显约束方程式,则可用下列方程组来表达:

$$f_i(\phi_1, \phi_2, \dots; \phi_M, t) = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (1.15)$$

拉氏坐标的选择方法是多种多样的。在完整约束系统中,决定系统中任何一点位置所需要的最少坐标的数目定义为系统的自由度 F 。自由度 F 是系统的特性,可以用离散质点的模式按(1.10)式计算而得。系统中每一点的位置都可以用一组完整的拉氏坐标得到如式(1.13)的转换方程式来表达。

有时候为了方便起见,引进了多于完整系统所需的拉氏坐标数。例如在图1.4的三自由度系统中,弹簧在 A 点与 D 点间的伸长可以用第四个位置参数 ϕ_4 来表达。这个参数只是描述了弹簧的瞬时长度。

当我们应用的坐标数超过了一组完整系统所需的拉氏坐标数时则其中有多余坐标。有一个多余坐标就存在着一个显约束方程。例如在图1.4中的 ϕ_4 就存在下述关系:

$$\left(\sum_{i=1}^3 a_i \cos \phi_i \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^3 a_i \sin \phi_i \right)^2 - (\phi_4)^2 = 0 \quad (1.16)$$

如果在系统中有 M 个拉氏坐标,其中存在的最大约束方程数目为 c ,那末在理论上可以用 $(M - c)$ 个已知坐标来计算系统的坐标。因之这个系统就具有自由度

$$F = M - c \quad (1.17)$$

若 $c = 0$,则 $F = M$ 。

4° 广义坐标

在自由度为 F 的系统中,我们可以从 M 个拉氏坐标中选择 F 个作为一级坐标,用 $q_1, q_2, \dots, q_F$ 表示,其余 $N = M - F$ 个坐标称为二级坐标,用 $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N$ 表示。

在经典动力学中,第一级坐标称为广义坐标。换言之,广义坐标是独立的拉氏坐标,这说明广义坐标的数目等于系统的自由度。 ϕ 或 q 对时间的微分 $\dot{\phi}$ 或 $\dot{q}$ 称为拉氏速度或广义速度。

对于开式链(如图 1.4),三个角度(ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3)作为广义坐标(q_1, q_2, q_3)是很合适的。从(1.12)式可以看出

$$\begin{aligned} \dot{x}_E &= a_1 \dot{q}_1 \cos q_1 + \xi_E \dot{q}_2 \cos q_2 \\ \dot{y}_F &= -a_1 \dot{q}_1 \sin q_1 - a_2 \dot{q}_2 \sin q_2 - \xi_F \dot{q}_3 \sin q_3 \end{aligned} \quad (1.18)$$

一般地说对于开式链是很容易找出变换方程式

$$\begin{aligned} x_i &= x_i(q_1, q_2, \dots, q_F, t) \\ y_i &= y_i(q_1, q_2, \dots, q_F, t) \end{aligned} \quad (1.19)$$

而且不必引进第二级坐标。

对于闭式链则不然,如图 1.5,在 ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 中选择一个($F=1$)作为广义坐标 q ,选曲柄转角 ϕ_1 为 q 坐标比较方便。在选定 q_i 坐标后要从约束方程式中(用显式)解出第二级坐标往往会很困难,即使找出来也是十分复杂。因之,在闭式链中往往不是单独的用广义坐标,而把若干第二级坐标保留下来倒是方便的。

对于刚体来说广义坐标的数目是有限的。但对于有变形的物体,如图 1.6 所示的梁,则其广义坐标的数目是无限的,可以用傅里叶级数的形式来表达。

$$y(\xi) = q_1 \sin \frac{\pi \xi}{L} + q_2 \sin \frac{2\pi \xi}{L} + \dots \quad (1.20)$$

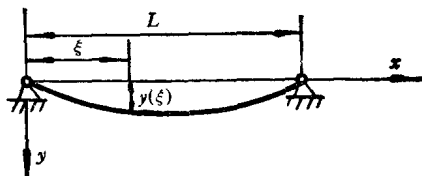


图 1.6

1.2 活动度分析

在机构设计和分析中首先遇到的问题是排列给定的构件

和运动副以达到所要求的活动度或自由度。大多数机构都是单自由度的,至少在低速及忽略弹性变形的情况下是如此。大量的参考文献不仅研究单自由度机构,亦讨论多自由度机构。近百年来有不少研究机构结构理论的公式,其中切贝谢夫 (Chebyshev) 与克鲁伯 (Gruebler) 两氏的公式是典型的平面机构结构公式,但在具体应用时往往出现许多例外。因此希望除了切贝谢夫-克鲁伯公式以外另有结构公式,例如下面将讨论的独立闭链活动度准则,应用了简单的网络理论拓扑学,这个准则在切贝谢夫-克鲁伯公式不适用的场合亦能适用。

1° 切贝谢夫 克鲁伯公式

在平面机构中仅存在转动、移动、齿轮及凸轮副等运动副结构式,与这些运动副相应的约束方程如下:

1) 转动副 [图 1.7(a)], 在构件 1 中 P 点的位移与构件 2 中的 P 点是相匹配的,即

$$x_{P_1} = x_{P_2}, \quad y_{P_1} = y_{P_2}, \quad (1.21)$$

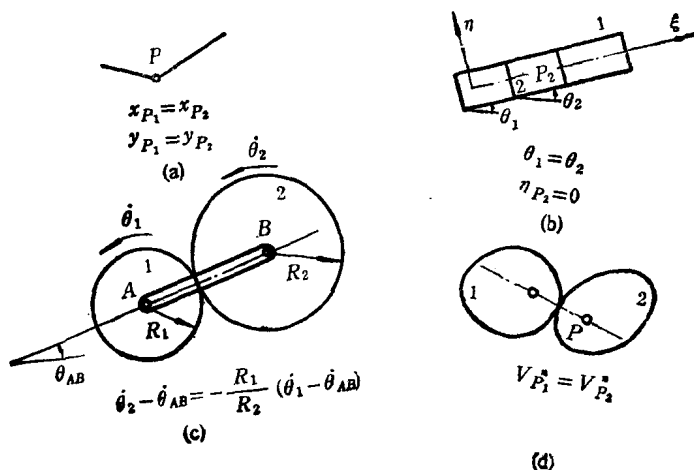


图 1.7

2) 移动副[图 1.7(b)], 滑块及导路有相同的角度方位, 滑块上的点 P_2 必须位于与导路相固结的线上. 由图 1.7(b) 所示,

$$\theta_1 = \theta_2, \eta_{P_2} = 0 \quad (1.22)$$

3) 齿轮副[图 1.7(c)], 构件 AB 是保持不变的中心距, 周转轮系的约束方程式为

$$(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_{AB}) = -\frac{R_1}{R_2} (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_{AB}) \quad (1.23)$$

上述方程式是可以积分的, 因之用角位移表达式与用速度表达式一样的方便.

当上式中的 $\dot{\theta}_{AB} = 0$, 即得到定轴轮系的约束方程式.

4) 凸轮副[图 1.7(d)], 两接触构件在公法线方向上的分速度必须相等, 即

$$V_{P_1}^n = V_{P_2}^n \quad (1.24)$$

上述约束方程式虽然是以速度的形式表达的, 但由于它可以积分, 故亦可以位移的形式来表达.

由于所有四种平面运动副的约束都可以做到用位置参数来表达, 故所有平面运动副被认为是完整约束.

在机构活动度公式中, 每引进一个低副就增加两个约束. 如果机构中构件数目为 N (包括机架), 低副数目为 p_1 , 则

$$F = 3(N - 1) - 2p_1 = 3M - 2p_1 \quad (1.25)$$

此处 $M = N - 1$ 是活动构件数.

对于单自由度机构, 令 $F = 1$, 于是得

$$3N - 2p_1 - 4 = 0 \quad (1.26)$$

上述方程式称之为切贝谢夫-克鲁伯规律.

如果在机构中出现复式铰链, 则简式铰链的总数为

$$p_1 = p_1 + 2p_2 + \cdots + np_n = \sum i p_i \quad (1.27)$$

上式中 p_i 是具有 i 个副的复式铰链数, n 代表机构中具有最多运动副数目的复式铰链数.

图 1.8 所示机构, 活动构件数为 9, 简式副数 $p_1 = 9$, 复式副数 $p_2 = 2(A, J)$, 简式副的总数 $p_1 = p_1 + 2p_2 = 13$, 机构自由