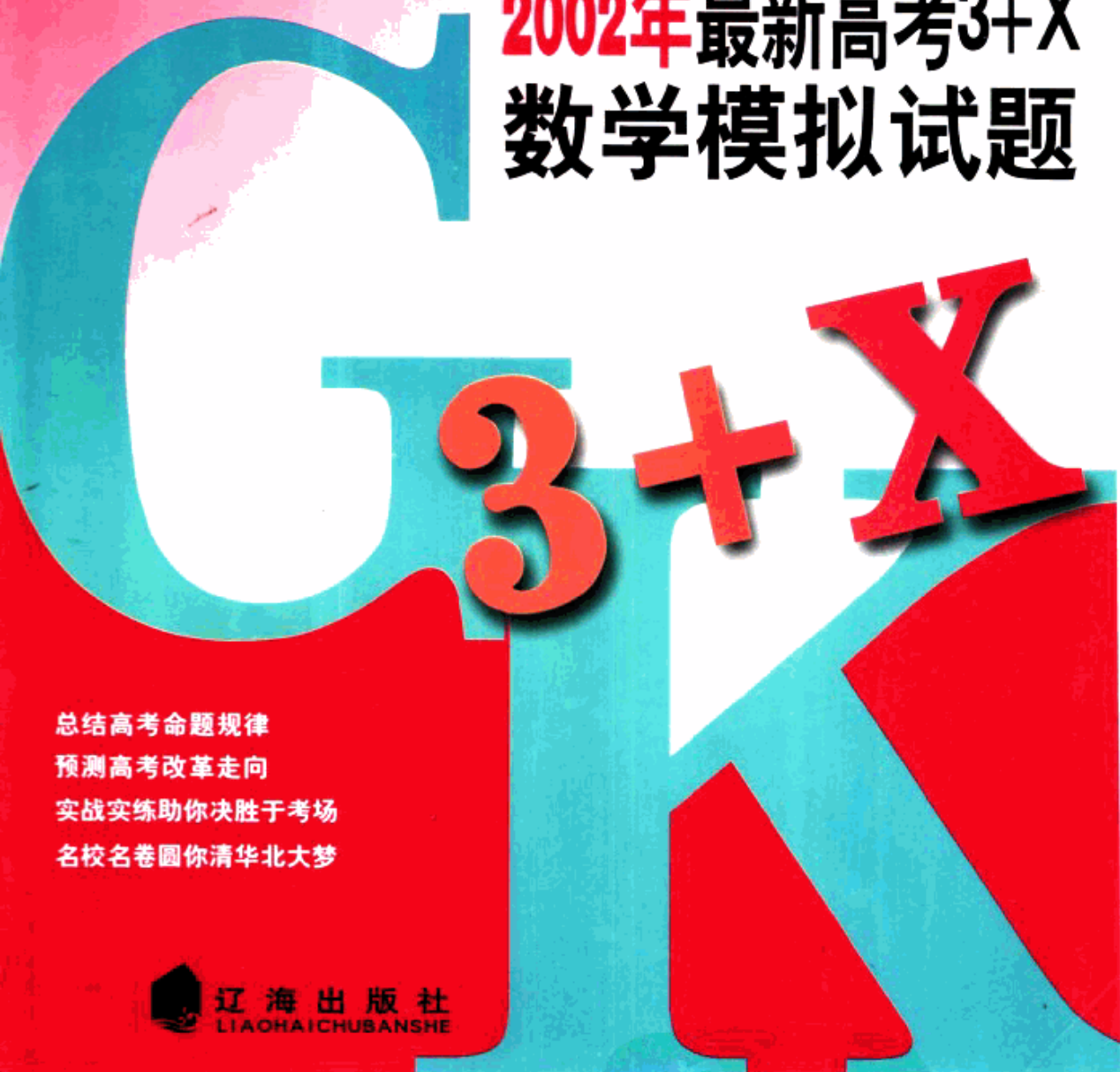


高考夺魁

G A O K A O D U O K U I

2002年最新高考3+X
数学模拟试题



总结高考命题规律
预测高考改革走向
实战实练助你决胜于考场
名校名卷圆你清华北大梦



辽海出版社
LIAOHAICHUBANSHE

辽宁省实验中学
东北师范大学附中
哈尔滨师范大学附中

《高考夺魁》编写委员会

主编：张玉琴

编者：

数 学	张志鹏	张纯志	王晓强
	郭秀玲		
语 文	刘朝忠	周子良	王丽萍
	贾 璐		
英 语	杨福云	王 岚	姜秀艳
	胡存洋		
理科综合	赵传豪	丛丽萍	唐德志
	曲宝琦		
文科综合	梁志雪	张 引	耿云凤
	徐广宇	张国斌	杨 剑
	尹 晶	闫凯东	韩玉洁
	戴 永	王成召	赵璐瑶
	吕 静	官泽敏	庄允发
	姜洪波	李晓莉	张静萍

高考数学试题评述及命题分析

2001年夏季高考已经结束,通过广大考生以及高三教师的反映,今年的高考数学试题的特点是:在保持试题类型的稳定的前提下难度稳中有降,在考查基础知识的条件下,强调能力,注重创新,在命题范围上体现出文理差异。

本次高考数学试卷除了考查了学生运算能力、空间想象力、逻辑推理能力外,今年重点考查的是学生数学思维能力。通俗地讲即是多考一点想,少考一点算。比如理科选择题中的第11、12小题分别是屋顶面积和信息传递问题,题目新颖,突出考查分析问题、解决问题的能力,计算量很小。很多考生由于平时不注重能力的培养,结果面对这样的问题时慌了手脚,不能顺利解决。

此外与往年不同的是,本套试题淡化了知识点覆盖,淡化了公式记忆,淡化了运算量。今年的数学题背景材料力求考生熟悉,考生入题较易,但也可能因此而导致不少考生“大意失荆州”。例如,今年数学理科一道应用题就是考生复习中反复练习过的基本题,但考生由于太熟悉而忽略了本应有的仔细审题过程,很多考生错把年总产量误以为年产量,造成不必要的失分。再有今年的理科试题中第19题的解析几何问题,可以从不同方面进行论证,考查学生思维的灵活性。但是从试卷的回答情况来看有很多考生没有仔细分析,往往采取比较烦琐的计算方式,耽误了时间,而且不容易答对。还有理科最后一道高分考题考查了函数的概念、图象,函数的奇偶性、周期性以及数列极限的逻辑思维和运算能力,这样一道综合问题设计成三问,方便考生思考、分析、回答。

总之,今年数学卷在知识综合性上降低了,命题范围相对缩小。很多考生在前面的选择、填空题中没有花费多少时间就已经解决,而且后面的解答题也是由浅入深,非常有利于考生答题。不可否认,今年数学卷难度稳中有降,估计平均分会比去年有所提高,而且广大考生的反映是今年的考题答得非常顺手,而且能够体现出区分度。当然,今年数学卷也有一些不足:如理科第20题涉及内容属中学冷僻教学内容;文、理第22题有超纲之嫌,容易产生新的题海内容,造成不利影响。不过总的来看,今年的高考试题在命题思想、考查范围、问题难度等各方面还是比较成功的。

辽宁省实验中学教师 王晓强



考点、考题要求及考点分析

今年的高考数学试卷考点考题的题量跟难度基本保持稳定,创新的地方主要体现在试卷的结构上,这也符合今年全教会和基础教育工作会议精神,突出对能力和素质的考查。

具体体现在以下几个方面:

一、选择题、填空题中,前十道题和四道填空比较简单,考查基础知识、基本计算能力。第11题和12题是比较新颖的题目,去年这两个位置上还是比较传统的题目。第11题关于屋顶面积的问题,第12题信息传递的问题,从一个崭新的角度来设计,大家谁都没有见过,很公平。房屋问题和信息传递问题,进入90年代以后没有见过这样的题,这样更利于导向素质教育,特别对应试教育是一个有力的冲击,也就是说,有些地区的学生虽然做了很多题,各种资料做得比较熟了,自我感觉不错,但是面对这样的题,还是无能为力,不能依靠教师训练的一些技能。这两个题是出得比较好的。

二、解答题除考查了学生运算能力、空间想象力、逻辑推理能力外,今年重点考查的是学生数学思维能力。比如理科第19题,文科第20题是一道解析几何证明题,可以从不同角度去分析论证,考查了考生思维的灵活性。还有理科试卷的第20题,是考生反映难度较大的证明题,它需要你了解排列、组合数公式的基础上去分析论证一个不等式,检索已知条件、仔细考查不等式的特点才能逐渐找到解题的思路。再有,试卷的最后一道解答题(文科比理科少一问)考查了函数的概念、图象,函数的奇偶性、周期性以及数列极限的逻辑思维和运算能力,这样一道综合问题设计成三问,方便考生思考、分析、回答。

另外一个特点,今年考应用的题,除了常规的,像大题当中的应用问题,小题当中的应用问题,都跟实际结合得相当紧,今年考了处理一个生态旅游的问题。此外,往年都是考一个大的应用题,两个小的应用题。而今年的过渡是很自然的,它对学生的创新意识是很好的考查,让他们学会应用数学解决实际问题。这就向素质的导向迈进了一步。应用问题也是跟实际结合得比较紧密的,比如今年应用这种大题,我觉得基本上保持了这几年高考的大的方向。总之,今年命题的背景跟社会的热点问题联系比较紧密。另外,对数学当中的一些通解通法的考查也是到位的,而且淡化了技巧上的东西。不是光是数学,理科就应这样。

从今年高考题的角度可看出,你在应试方面做了好多偏题甚至怪题,掉进题海当中,最后也解决不了这个问题。要求老师把教学的重点放在最基本的思想方法当中,把握住最基本的,从过程当中学数学,培养能力。今后在教学中,一方面要抓常规,抓教学当中所谓三基,即基本知识、基本技能、基本思想方法;另外,一定要注意能力的培养,既要跟学科的知识紧密结合起来,还要向一般的科学思维方法、实际的问题靠近,真正以人为本来培养一个人的能力,提高一个人的素质,这是教学最根本的东西。

辽宁省实验中学教师 王晓强

目 录

高考数学试题评述及命题分析.....	1
考点、考题要求及考点分析.....	2
数学模拟试题(一)	1
数学模拟试题(二)	6
数学模拟试题(三)	11
数学模拟试题(四)	15
数学模拟试题(五)	19
数学模拟试题(六)	23
数学模拟试题(七)	27
数学模拟试题(八)	32
数学模拟试题(九)	37
数学模拟试题(十)	41
数学模拟试题(十一)	46
数学模拟试题(十二)	50
数学模拟试题(十三)	55
数学模拟试题(十四)	59
数学模拟试题(十五)	64
2001年普通高等学校招生全国统一考试数学试题(理工农医类)	68
参考答案	73

数学模拟试题 (一)

本试卷分第 I 卷 (选择题) 和第 II 卷 (非选择题) 两部分, 共 150 分. 考试时间 120 分钟.

第 I 卷 (选择题共 60 分)

参考公式:

$$2\sin\alpha\cos\beta = \sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta) \quad 2\cos\alpha\cos\beta = \cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)$$

$$2\cos\alpha\sin\beta = \sin(\alpha+\beta) - \sin(\alpha-\beta) \quad -2\sin\alpha\sin\beta = \cos(\alpha+\beta) - \cos(\alpha-\beta)$$

$$V_{\text{台体}} = \frac{1}{3}h(S+S'+\sqrt{SS'})$$

其中 S 、 S' 分别表示上、下底面积, h 表示高.

一、选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的 4 个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $P = \{(x, y) | |x| + |y| = 1\}$, $Q = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$, 则 ()

- A. $P \subset Q$ B. $P = Q$ C. $P \supset Q$ D. $P \cap Q = Q$

2. 复数 $\frac{5}{1+2i}$ 的共轭复数是 ()

- A. $-\frac{5}{3} - \frac{10}{3}i$ B. $-\frac{5}{3} + \frac{10}{3}i$ C. $1-2i$ D. $1+2i$

3. (理) $f(x) = \arccos x + \operatorname{arccotg} x$ 的值域为 ()

- A. $(0, \pi)$ B. $[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$ C. $[\frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}]$ D. $[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}]$

(文) 已知 $\sin\alpha + \cos\alpha = -1$, 则 $\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{ctg}\alpha$ 的值 ()

- A. 1 B. -1 C. 0 D. 不存在

4. 偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x-1) = f(x+1)$, 且在 $x \in [0, 1]$ 上时, $f(x) = -x+1$, 则

$f(x) = (\frac{1}{10})^x$ 在 $x \in [0, 3]$ 上解的个数是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

5. 设 a 、 b 、 c 分别是 $\triangle ABC$ 中 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边的边长, 则直线 $\sin A \cdot x + ay + c = 0$ 与直线 $bx - \sin B \cdot y + \sin C = 0$ 的位置关系是 ()

- A. 平行 B. 重合 C. 垂直 D. 相交但不垂直

6. 甲、乙、丙三个单位分别需要招聘工作人员 2 名、1 名、1 名, 现从 10 名应聘人员中招聘 4 人到甲、乙、丙三个单位, 那么不同的招聘方法共有 ()

- A. 1260 种 B. 2025 种 C. 2520 种 D. 5040 种

7. 已知 S_n 是无穷等差数列: 1, 3, 5, ... 的前 n 项和, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{S_{2n}}$ 的值为 ()

- A. 1 B. 2 C. 4 D. $\frac{1}{4}$



8. (理) 圆 $\rho = 2\cos\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right)$ 关于直线 $\theta = \frac{\pi}{4}$ 对称的圆的方程是 ()

- A. $\rho = 2\cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right)$ B. $\rho = 2\sin\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right)$
C. $\rho = 2\sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$ D. $\rho = 2\cos\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$

(文) 点 $M(x_0, y_0)$ 是圆 $x^2 + y^2 = a^2$ ($a > 0$) 内不为圆心的一点, 则直线 $x_0x + y_0y = a^2$ 与该圆的位置关系是 ()

- A. 相离 B. 相切 C. 相交 D. 不确定

9. 若 $x \in (1, 2)$ 时, 不等式 $(x-1)^2 < \log_a x$ 恒成立, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $(0, 1)$ B. $(1, 2)$ C. $(1, 2]$ D. $[1, 2]$

10. 过正方形 $ABCD$ 的顶点 A 作线段 $A'A \perp$ 平面 $ABCD$. 若 $A'A = AB$, 则平面 $A'AB$ 与平面 $A'CD$ 所成角的度数是 ()

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

11. (理) 参数方程 $\begin{cases} x = \arctan t \\ y = \frac{2t}{1+t^2} + a \cdot \frac{1-t^2}{1+t^2} \end{cases}$ (t 为参数, $t \in \mathbf{R}$ $a \in \mathbf{R}$) 表示的曲线在 $x = \frac{\pi}{12}$ 处取得最大值, 则 a 值为 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. $-\sqrt{3}$

(文) 方程 $y = \sin 2x + a \cos 2x$ ($a \in \mathbf{R}$) 表示的曲线在 $x = \frac{\pi}{12}$ 处取得最大值, 则 a 值为

()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. $-\sqrt{3}$

12. 椭圆 $C: 3x^2 + 4y^2 = 12$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 左、右顶点分别为 A_1, A_2 , 考查如下结论:

- ① F_1 分有向线段 $\overline{F_2A_1}$ 所成的比是 2;
② 椭圆 C 的一条准线方程是: $x = 4$;
③ 若直线 l 过 F_2 且与椭圆 C 交于 A, B 两点, 则 $|AB| \geq 3$ 恒成立;
④ 若 $A(1, 1)$, 则椭圆 C 上任意动点 P : $|PA| + 2|PF_2| \geq 3$ 恒成立.

以上结论正确的有几个 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

第 II 卷 (非选择题共 90 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 满分 16 分.

13. 与双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 有共同的渐近线, 并且经过点 $(-3, 2\sqrt{3})$ 的双曲线方程为

14. 若 $\tan \alpha = \frac{1}{3}$, 则 $\cos 2\alpha + 3\sin^2 \alpha =$ _____.



15. 将一个圆形纸片沿其两个半径剪开, 得到两个扇形, 它们的圆心角之比为 1:2, 再将它们当做圆锥侧面卷成两个圆锥, 则这两个圆锥的体积之比是_____.

16. 若 $x^4 - 3x^3 + x^2 + 1 = a(x+1)^4 + b(x+1)^3 + c(x+1)^2 + d(x+1) + 6$, 则 $b =$ _____.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 满分 74 分.

17. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = 2\cos^2 x + \sqrt{3}\sin 2x + a$ 的定义域是 $\left\{x \mid 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right\}$, 值域是 B , 若 $B \subset \{x \mid -2 < x < 2\}$, 求实数 a 的取值范围.

18. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$, 其中 $a_1 = 1, a_n = a_{n-1} \cdot 3^{n-1} (n \geq 2, \text{且 } n \in \mathbb{N})$.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 设函数 $f(n) = \log_3 \left(\frac{a_n}{9^n} \right) (n \in \mathbb{N})$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 $f(n)$, 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(III) 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .



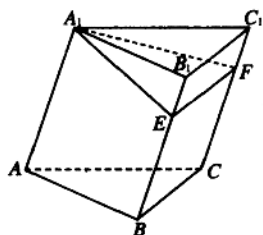
19. (本小题满分 12 分)

如图, 已知三棱柱 $A_1B_1C_1-ABC$ 的底面是边长为 2 的正三角形, 侧棱 A_1A 与 AB 、 AC 均成 45° 角, 且 $A_1E \perp B_1B$ 于 E , $A_1F \perp CC_1$ 于 F .

(I) 求证: 平面 $A_1EF \perp$ 平面 B_1BCC_1 ;

(II) 求点 A_1 到平面 B_1BCC_1 的距离;

(III) 当 AA_1 多长时, 点 A_1 到平面 ABC 与平面 B_1BCC_1 的距离相等?



20. (本小题满分 12 分)

某厂能够生产甲、乙两种产品, 已知生产这两种产品每吨需要的煤、电以及每吨产品的产值是:

品种	用煤 (吨)	用电 (千瓦)	产值 (千元)
甲	7	2	8
乙	3	5	11

但是国家每天分配给该厂的煤和电力有限制: 每天供煤至多 56 吨, 供电至多 45 千瓦.

问: 该厂应如何安排生产, 才能使得该厂日产值最大?



21. (本小题满分 12 分)

设抛物线过定点 $A(0, 1)$, 且以直线 $y = -1$ 为准线.

(I) 求抛物线顶点的轨迹 C 的方程;

(II) 是否存在以点 $A(0, 1)$ 为直角顶点的等腰直角三角形, 其另两个顶点在曲线 C 上? 若存在, 有几个, 并说明理由; 若不存在, 为什么?

22. (本小题满分 14 分)

设 $f(x)$ 是定义在 $[-1, 1]$ 上的奇函数, $g(x)$ 的图象与 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = 1$ 对称, 而当 $x \in [2, 3]$ 时, $g(x) = -x^2 + 4x + c$ (c 为常数).

(I) 求 $f(x)$ 的表达式;

(II) 对于任意 $x_1, x_2 \in [0, 1]$ 且 $x_1 \neq x_2$, 求证: $|f(x_2) - f(x_1)| < 2|x_2 - x_1|$;

(III) (文科不做) 对于任意 $x_1, x_2 \in [0, 1]$ 且 $x_1 \neq x_2$, 求证: $|f(x_2) - f(x_1)| \leq 1$.



数学模拟试题 (二)

本试卷分第 I 卷 (选择题) 和第 II 卷 (非选择题) 两部分, 共 150 分. 考试时间 120 分钟.

第 I 卷 (选择题共 60 分)

参考公式:

$$2\sin\alpha\cos\beta = \sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)$$

$$2\cos\alpha\cos\beta = \cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)$$

$$2\cos\alpha\sin\beta = \sin(\alpha+\beta) - \sin(\alpha-\beta)$$

$$-2\sin\alpha\sin\beta = \cos(\alpha+\beta) - \cos(\alpha-\beta)$$

$$V_{\text{台体}} = \frac{1}{3}h(S+S'+\sqrt{SS'})$$

其中 S 、 S' 分别表示上、下底面积, h 表示高.

一、选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的 4 个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 集合 $M = \{x \mid x = \cos \frac{m\pi}{3}, m \in \mathbb{Z}\}$ 的元素个数是 ()

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

2. 设 α 、 β 均为第二象限角, 且 $\sin\alpha > \sin\beta$, 则下列不等式成立的是 ()

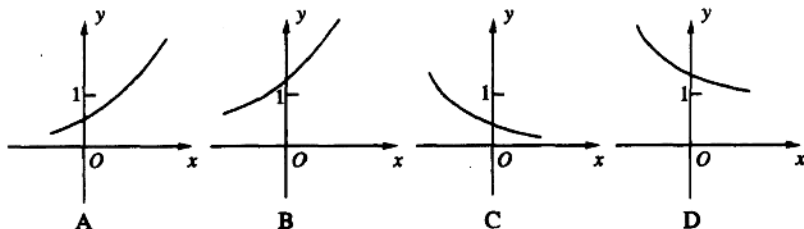
A. $\tan\alpha > \tan\beta$

B. $\cot\alpha < \cot\beta$

C. $\cos\alpha > \cos\beta$

D. $\sec\alpha > \sec\beta$

3. 已知 $f(x) = a^x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$), $f^{-1}(\frac{1}{2}) < 0$, 则 $y = f(x+1)$ 的图象是 ()



4. 若函数 $f(x)$ 具有性质: ① 图象经过点 $(0, 1)$; ② 当 $x \in (0, +\infty)$, $f(x)$ 是递减的; ③ $f(x)$ 是偶函数. 那么这个函数可能是 ()

A. $f(x) = x^{\frac{4}{3}}$

B. $f(x) = \left(\frac{1}{\pi}\right)^{|x|}$

C. $f(x) = \log_2|x|$

D. $f(x) = 1 - 2^x$

5. 正六棱锥的相邻的两侧面所成的二面角为 α , 则 α 的取值范围为 ()

A. $(0, \pi)$

B. $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right)$

C. $\left(\frac{2\pi}{3}, \pi\right)$

D. $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right)$

6. 从编号分别为 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 的 7 个球中, 取出 4 个球, 使 4 个球的编号之和

为奇数, 其取法总数为 ()

- A. 34 B. 12 C. 16 D. 15

7. 将直线 $x + y = 1$ 绕 $(1, 0)$ 点顺时针旋转 90° 后, 再向上平移 1 个单位与圆 $x^2 + (y - 1)^2 = r^2$ 相切, 则 r 的值是 ()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ D. 1

8. 若 $(1 + 5x)^n$ 与 $(7x^2 + 5)^n$ 的展开式中各项系数之和分别为 a_n 、 b_n , 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n - 2b_n}{3a_n + 4b_n}$ 的值是 ()

- A. -1 B. $-\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{7}$ D. $\frac{1}{3}$

9. (文) 抛物线 $y = x^2 - 6x$ 的准线方程是 ()

- A. $y = -\frac{17}{4}$ B. $y = -\frac{1}{4}$ C. $y = -\frac{19}{2}$ D. $y = \frac{35}{4}$

(理) 若以直角坐标系的原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 则曲线 C :

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} \sin 2\alpha \\ y = \cos^2 \alpha \end{cases} \quad (\alpha \text{ 为参数}) \text{ 的极坐标方程是 ()}$$

- A. $\rho = \frac{1}{2} \sin \alpha$ B. $\rho = 2 \sin \alpha$
C. $\rho = \sin \alpha$ D. $\rho = \frac{1}{2} \sqrt{2(1 + \sin \alpha)}$

10. 已知过球面上 A 、 B 、 C 三点的截面与球心的距离等于球半径的 $\frac{1}{3}$, 且 $AB = BC = CA = 3$, 则球面面积是 ()

- A. $\frac{9}{4}\pi$ B. $\frac{27}{2}\pi$ C. $\frac{27}{8}\pi$ D. $\frac{45}{8}\pi$

11. 若 $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$, 且 $z_1^2 - 2z_1 z_2 + 4z_2^2 = 0$, $|z_2| = 2$, 则直径等于 $|z_1|$ 的圆的面积是 ()

- A. 4π B. 2π C. 16π D. $\frac{4\pi}{3}$

12. 把周长为 c 的矩形卷成圆柱的侧面, 当圆柱的体积最大时, 圆柱的高 h 是 ()

- A. $\frac{c}{3}$ B. $\frac{c}{4}$ C. $\frac{c}{6}$ D. $\frac{c}{12}$

第 II 卷 (非选择题共 90 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 满分 16 分.

13. 设双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的两个焦点为 $F_1(-c, 0)$, $F_2(c, 0)$, 点 Q 是双曲线右 (或左) 支上除顶点外的任一点, 从焦点 F_1 (或 F_2) 向 $\angle F_1 Q F_2$ 的角平分线作垂线, 垂足为 P , 则 P 点的轨迹是_____.

14. (理) 已知 $\alpha = \arcsin\left(-\frac{3}{5}\right)$, 则 $\sin \frac{\alpha}{2}$ 的值_____.



(文) 已知 $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$ ($-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$), 则 $\sin \frac{\alpha}{2}$ 的值是_____.

15. 已知三棱锥的一条棱长为 1, 其余各棱长皆为 2, 则此三棱锥的体积为_____.

16. 设在一平面内有 6 个点, 且已知以这些点为顶点的三角形只有 16 个, 那么过其中任意两点所作直线共有_____.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 满分 74 分.

17. (本小题满分 12 分)

已知由正数组成的等比数列 $\{a_n\}$, 若前 $2n$ 项之和等于它前 $2n$ 项中的偶数项之和的 11 倍, 第 3 项与第 4 项之和为第 2 项与第 4 项之积的 11 倍, 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

18. (本小题满分 12 分)

正数数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $1, \sqrt{S_n}, a_n$ 成等差数列.

(I) 求证数列 a_n 是等差数列, 并写出通项公式;

(II) 设 $b_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}}$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项之和为 B_n , 试比较 B_n 与 $\frac{1}{2}$ 的大小, 并说明理由.



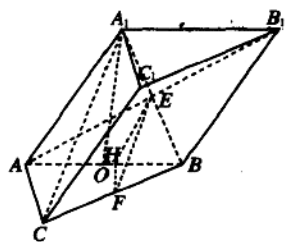
19. (本小题满分 12 分)

如图, 已知斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面是直角三角形, $AC \perp CB$, $\angle ABC = 30^\circ$, 侧面 A_1ABB_1 是边长为 a 的菱形, 且垂直于底面, $\angle A_1AB = 60^\circ$, E 、 F 分别是 AB_1 、 BC 的中点.

(I) 求证: $EF \parallel$ 侧面 A_1ACC_1 ;

(II) 求四棱锥 $A-B_1BCC_1$ 的体积;

(III) 求 EF 与侧面 A_1ABB_1 所成角的大小. (文科求所成角的正切值)



20. (本小题满分 12 分)

(理) 已知椭圆方程 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 1$), 直线 l 与椭圆中心距离为 1, 且交椭圆于 A 、 B 两点, O 为坐标原点, 且 $OA \perp OB$.

(I) 求证: $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 1$;

(II) 在 (I) 的条件下若 $9a^2 + 16b^2$ 有最小值, 求此最小值及此时的椭圆方程.

(文) 已知椭圆方程 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 1$), 直线 $l: y = \sqrt{3}x + 2$ 与椭圆交于 A 、 B 两点, O 为坐标原点, 且 $OA \perp OB$.

(I) 求证: $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 1$;

(II) 在 (I) 的条件下若 $9a^2 + 16b^2$ 有最小值, 求此最小值及此时的椭圆方程.



21. (本小题满分 12 分)

设函数 $y=f(x)$ 对于任意的 $x \in \mathbf{R}$ 都有 $f(x+1)=af(x)$ ($a>0$) 且在 $x \in (0, 1]$ 时 $f(x)=x(1-x)$.

(I) 当 $x \in (n, n+1]$ ($n \in \mathbf{N}$), 求函数 $y=f(x)$ 的解析式;

(II) 试确定 a 的取值范围, 使得 $y=f(x)$ 在 $x \in (0, +\infty)$ 上的值域为一闭区间.

22. (本小题满分 14 分)

已知二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$), $f(-1)=0$, 且 $x \leq f(x) \leq \frac{x^2+1}{2}$ 对一切实数 x 都成立.

(I) 写出函数 $f(x)$ 的解析式;

(II) 若 $f(x)$ 在 $x \in (-\infty, -1]$ 时的反函数为 $f^{-1}(x)$, 解关于 x 的不等式 $f^{-1}(2+\log_m x) \leq \log_m \frac{1}{x}$ ($m>0$ 且 $m \neq 1$).

数学模拟试题 (三)

本试卷分第 I 卷 (选择题) 和第 II 卷 (非选择题) 两部分, 共 150 分. 考试时间 120 分钟.

第 I 卷 (选择题共 60 分)

参考公式:

$$2\sin\alpha\cos\beta = \sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)$$

$$2\cos\alpha\cos\beta = \cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)$$

$$2\cos\alpha\sin\beta = \sin(\alpha+\beta) - \sin(\alpha-\beta)$$

$$-2\sin\alpha\sin\beta = \cos(\alpha+\beta) - \cos(\alpha-\beta)$$

$$V_{\text{台体}} = \frac{1}{3}h(S+S'+\sqrt{SS'})$$

其中 S 、 S' 分别表示上、下底面积, h 表示高.

一、选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的 4 个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知全集 $I = \mathbf{R}$, 集合 $P = \{x | x > 2 \text{ 或 } x < -5\}$, $Q = \{x | x > -5\}$, 则 ()

- A. $P \cap Q = \emptyset$ B. $P \cup Q = \mathbf{R}$ C. $\overline{P} \cap Q = \overline{P}$ D. $\overline{P} \cap \overline{Q} = \{-5\}$

2. 已知复数 $z_1 = 1 + \cos\theta + i\sin\theta$, $z_2 = 1 - \cos\theta + i\sin\theta$, 则 $\theta \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right) \cup \left[2\pi, \frac{5\pi}{2}\right]$ 是

$$\left|\frac{z_2}{z_1}\right| = \lg \frac{\theta}{2}, \arg \frac{z_2}{z_1} = \frac{5\pi}{2} - \theta \text{ 同时成立的 ()}$$

- A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件
C. 充要条件 D. 既非充分也非必要条件

3. 函数 $f(x) = \frac{\sin x + \sin 3x}{\cos x + \cos 3x}$ 的最小正周期是 ()

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. π C. $\frac{\pi}{4}$ D. 2π

4. 函数 $f(x) = \log_a x$ 的值域为 $(1, +\infty)$. 若 $a \in (0, 1)$, 则 x 的取值范围是 ()

- A. $x \in (1, +\infty)$ B. $x \in (0, 1)$ C. $x \in (a, +\infty)$ D. $x \in (0, a)$

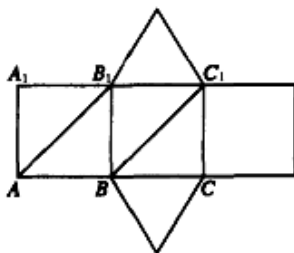
5. 右图是正三棱柱的平面展开图, 各侧面都是正方形,

在这个正三棱柱中,

- ① $AB_1 \parallel BC_1$;
② AC_1 与 BA_1 是异面直线;
③ AB_1 与 BC 所成角的余弦为 $\frac{\sqrt{2}}{4}$;
④ BC_1 与 A_1C 垂直. 其中正确的是 ()

- A. ①③ B. ②③
C. ②④ D. ②③④

6. 设 $7+3i$ 的辐角主值为 θ , 则 $6-14i$ 的辐角主值是 ()





- A. $\frac{\pi}{2} + \theta$ B. $\frac{\pi}{2} - \theta$ C. $\frac{3\pi}{2} - \theta$ D. $\frac{3\pi}{2} + \theta$

7. 设 $f(x) = (1+x) + (1+x)^2 + \cdots + (1+x)^n$, 在 $f(x)$ 中 x^2 的系数为 T_n , 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{T_n}{n^3 + 2n}$ 等于 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{6}$ C. 1 D. 2

8. 用两种金属材料做一个矩形框架, 按要求长 (较长的边) 和宽应选用的金属材料价格分别为 3 元/米和 5 元/米, 且长和宽必须是整数米. 所做的每一个框架造价都是 240 元, 则不同的设计方案种数及矩形框架围成的最大面积分别是 ()

- A. 7 种、240 米² B. 5 种、240 米² C. 7 种、225 米² D. 5 种、225 米²

9. (理) 极坐标下, 点 $M\left(1, \frac{\pi}{3}\right)$ ($m > 0$) 到曲线 $\rho \cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) = 2$ 上各点距离的最小值是 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 不存在

(文) 直线 $x - 2y - 3 = 0$ 与圆 $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 9$ 有两个交点 E, F , 则 $\triangle OEF$ (O 为坐标原点) 的面积为 ()

- A. $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{3}{4}$

10. 某产品的总成本 y (万元) 与产量 x (台) 之间的函数关系式是 $y = 3000 + 20x - 0.1x^2$ ($0 < x < 240$, $x \in \mathbb{N}$), 若每台产品的售价为 25 万元, 则生产者不亏本时 (销售收入不小于总成本) 的最低产量是 ()

- A. 100 台 B. 120 台 C. 150 台 D. 180 台

11. 四个不同的小球放入编号为 1、2、3、4 的四个盒中, 则恰有一个空盒的方法共有 ()

- A. 72 种 B. 96 种 C. 124 种 D. 144 种

12. 对于已知直线 a , 如果直线 b 同时满足下列三个条件: (1) 与 a 是异面直线; (2) 与 a 所成的角为定值 θ ; (3) 与 a 的距离为定值 d . 那么, 这样的直线 b 有 ()

- A. 1 条 B. 2 条 C. 3 条 D. 无数条

第 II 卷 (非选择题共 90 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 满分 16 分.

13. 设椭圆 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ 上一点 M 到右准线 l 的距离是 6, F, N, O 分别是右焦点、线段 MF 的中点和原点, 则 $|ON| =$ _____.

14. 某校拟从高三年级八个班中的班长、团支书 (每班中班长、团支书各一人) 中选出三人组成代表队参加一项活动. 选法是: 班号相邻的两个班不能同时出代表, 且每班最多只出一人, 则组成不同代表队的方式共有 _____ 种. (用数字作答)

15. 在平面 α 内有一个正三角形 ABC , 以 BC 边为轴把 $\triangle ABC$ 旋转 θ 角, $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 得