

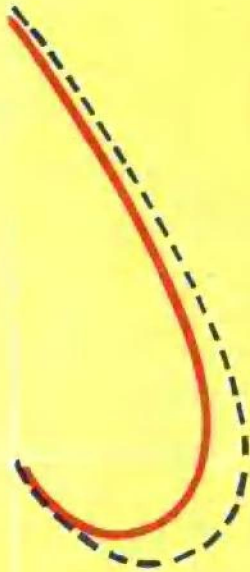
高等学校试用教材

电路原理



下 册

重庆大学电工原理教研室编



人民教育出版社

内 容 简 介

本书是供高等工科院校电力类专业作为试用教材而编写的,内容也适当照顾了电子类专业的需要。

全书分上、下两册。上册包括了电路稳态分析的全部内容,分为六章:电路的基本概念和基本定律,正弦交流电路,网络分析导论,网络拓扑和矩阵分析法,双口网络,信号的频域分析。下册亦分为六章。第七、八、九、十章分别为:一阶电路的时域分析,RLC电路的时域分析,线性电路的复频域分析法,网络分析的状态变量法;属于电路暂态部分。第十一、十二章分别讲述均匀传输线的稳态和暂态。

高等学校试用教材

电 路 原 理

下 册

重庆大学电工原理教研室编

江 泽 佳 主 编

*

人 民 教 育 出 版 社 出 版

新 华 书 店 北 京 发 行 所 发 行

人 民 教 育 出 版 社 印 刷 厂 印 装

*

开本 787×1092 1/32 印张 12.25 字数 290,000

1979年10月第1版 1980年5月第1次印刷

印数 00,001—24,000

书号 15012·0210 定价 1.00 元

目 录

第七章	一阶电路的时域分析	1
§ 7-1	换路定则与电路初始状态的计算	2
§ 7-2	RC 电路的零输入响应	7
§ 7-3	RC 电路对阶跃激励的零状态响应	11
§ 7-4	RC 电路对阶跃激励的非零状态响应	16
§ 7-5	RC 微分电路和积分电路	20
7-5-1	RC 微分电路	20
7-5-2	RC 积分电路	23
§ 7-6	RL 电路对阶跃激励的非零状态响应	29
§ 7-7	一阶电路在阶跃函数激励下的解法通论	32
§ 7-8	一阶电路对正弦激励的响应	38
7-8-1	RL 串联电路对正弦电压激励的响应	38
7-8-2	RC 并联电路对正弦电流激励的响应	41
§ 7-9	一阶电路对冲量激励的响应	43
7-9-1	RC 电路的冲量响应	44
7-9-2	RL 电路的冲量响应	45
7-9-3	冲量响应和阶跃响应间的关系	47
§ 7-10	线性电路对任意激励的响应·卷积	50
§ 7-11	非线性电路中的暂态	56
习题		63
第八章	RLC 电路的时域分析	73
§ 8-1	RLC 电路的零输入响应	73
§ 8-2	RLC 电路的冲量响应	83
§ 8-3	RLC 电路对指数激励的响应	89
§ 8-4	线性电路的经典解法总论	93
习题		101

第九章	线性电路的复频域分析法	106
§ 9-1	拉普拉斯变换	107
§ 9-2	拉普拉斯变换的基本性质	111
9-2-1	线性组合定理	111
9-2-2	微分定理	113
9-2-3	积分定理	114
9-2-4	时域位移定理	116
9-2-5	复频域位移定理	117
9-2-6	初值定理和终值定理	118
9-2-7	卷积定理	120
§ 9-3	推求拉普拉斯反变换的部分分式展开法	122
9-3-1	只具有简单极点的有理函数的反变换	123
9-3-2	具有多重极点的有理函数的反变换	126
§ 9-4	电路基本规律的复频域形式	129
9-4-1	克希霍夫定律的复频域形式	129
9-4-2	欧姆定律的复频域形式	130
9-4-3	电容元件的特性方程的复频域形式	131
9-4-4	自感元件的特性方程的复频域形式	133
9-4-5	复频域中的广义的欧姆定律	135
§ 9-5	用拉普拉斯变换解过渡过程	136
§ 9-6	网络函数	143
	习题	155
第十章	网络分析的状态变量法	162
§ 10-1	网络的状态变量和状态方程	162
10-1-1	状态变量	162
10-1-2	状态方程	163
10-1-3	状态变量的选择和状态方程的建立	167
10-1-4	建立网络状态方程的系统公式法	170
10-1-5	非线性网络的状态方程	178
10-1-6	状态空间和状态轨迹	181
§ 10-2	状态方程的频域解法	188
10-2-1	用拉普拉斯变换解状态方程	188

10-2-2	输出变量的拉普拉斯变换式和转移函数矩阵	192
10-2-3	矩阵 A 的特征值和网络的自然频率	194
§ 10-3	状态方程的时域解法	196
10-3-1	状态方程的解	196
10-3-2	状态转换矩阵 e^{At} 的计算	198
10-3-3	输出方程的解	201
§ 10-4	状态方程的数值解法	204
10-4-1	求一阶微分方程数值解的欧拉法	204
10-4-2	龙格-库塔法	207
10-4-3	多元状态方程的数值解法	216
§ 10-5	状态方程的计算机辅助分析法	218
10-5-1	藉计算机建立状态方程	218
I	迭加法	218
II	拓扑法	227
10-5-2	状态方程的计算机辅助解	232
习题		251

第十一章 均匀传输线的稳定状态 257

§ 11-1	分布参数电路概述	257
11-1-1	分布参数电路	257
11-1-2	作为分布参数电路的传输线	258
11-1-3	传输线的原始参数	258
11-1-4	分布参数电路的分析方法	259
§ 11-2	均匀传输线的微分方程	259
§ 11-3	均匀传输线方程的稳态解	261
11-3-1	均匀传输线的稳态解	262
11-3-2	行波	267
11-3-3	行波的功率	273
§ 11-4	均匀传输线的传播特性	274
11-4-1	传播常数	275
11-4-2	特性阻抗	279
§ 11-5	均匀传输线的边界效应	281
11-5-1	反射系数	282

11-5-2	终端匹配的均匀传输线	284
11-5-3	终端不匹配的均匀传输线	288
§ 11-6	无损耗线	295
11-6-1	无损耗线的传播特性和输入阻抗	295
11-6-2	终端阻抗匹配的无损耗线	297
11-6-3	无损耗线上的驻波	298
11-6-4	驻波系数	307
§ 11-7	作为电路元件的有限长无损耗线	312
11-7-1	作为电抗元件	312
11-7-2	作为阻抗变换器	313
§ 11-8	非正弦信号沿传输线的传播	316
11-8-1	群速	316
11-8-2	无畸变条件	320
§ 11-9	均匀传输线的集中参数等效电路	321
	习题	324
第十二章 均匀传输线的暂态		328
§ 12-1	无损耗均匀传输线方程的通解	328
12-1-1	无损耗线方程的复频域解	328
12-1-2	行波	331
§ 12-2	无损耗均匀传输线换路时波的发生	334
12-2-1	零初始条件的无损耗线与理想激励源接通时波的发生	335
12-2-2	其它换路情况下波的发出	342
§ 12-3	无损耗线的边界反射	347
12-3-1	在一般边界条件下无损耗线方程的复频域解	347
12-3-2	集中参数负载终端的反射	349
12-3-3	波的多次反射	356
§ 12-4	研究无损耗线暂态的另一种方法	363
12-4-1	柏德生法则	363
12-4-2	在两无损耗线联接处的折射与反射	365
12-4-3	在两无损耗线联接处并联电容对行波的影响	366

习题	368
习题答案	369
中英文名词对照	376

第七章 一阶电路的时域分析

根据电路基本定律建立起来的方程可以归结为只含一个因变量的一阶微分方程的电路叫做一阶电路。

本章的主要内容是通过一阶线性电路的特例阐明如何用经典法分析线性电路中的暂态,并讨论一阶线性电路暂态的规律。

在日常生活中,我们知道,任何车辆起动时,转速总是从零开始逐渐上升,经过一段时间以后,才能达到一定的匀速运行状态。车辆的静止状态是一种稳定状态;车辆的匀速运行状态是另一种稳定状态。以不同的均匀速度运行,就形成不同的稳定状态。车辆起动或停止的过程,或者更广泛地说,车辆加速或减速的过程,则是由一种稳定状态到另一种稳定状态的过渡过程。

电路中也有类似的现象。具体地说,电路在直流激励作用下导致了直流响应(电压和电流)时,电路的工作状态是稳定状态;电路在周期性激励作用下导致了周期性响应时,电路的工作状态也是稳定状态。电路中既无电压又无电流的状态,和车辆的静止状态相似,也是一种稳定状态,我们称之为零状态。直流电路、正弦交流电路或其它的周期性电流电路,由于种种原因,由一种稳定状态过渡到另一种稳定状态需要经历一个过程,也就是需要一个过渡过程。电路的过渡过程实质上就是电路由一种能量分布状态过渡到另一种能量分布状态所经历的过程。

电路的稳定状态可简称电路的稳态;电路的过渡过程可简称电路的暂态。

研究电路中的暂态,主要是研究暂态的分析计算方法,借以探讨暂态的规律。而探讨暂态的规律,一方面是为了便于利用它,以实现某种技术目的,例如,在脉冲技术上,常利用电容的充、放电过程来实现脉冲的产生和变换;另一方面则是为了对某些电路在过渡过程中可能出现的过电压、过电流获得预见,以便采取措施,予以防止。

§ 7-1 换路定则与电路初始状态的计算

电路的接通、切断、短路、电路参数的突然改变,电路联接方式的突然改变,电动势或电激流的突然改变等,统称为换路。换路是实际电路中产生暂态的外部原因。

那么,什么是实际电路中产生暂态的根本原因呢?

运动物体的加速过程和减速过程是物体运动速度变化的过程,也就是物体动能变化的过程。物体的运动速度及其动能只能连续地变化,而不能跳变,这是物体的惯性的表现。

当电路的工作状态改变时,电压、电流以及伴随它们的电场、磁场必然要作相应的改变,必然就有电场能量、磁场能量和其它形式的能量之间的转换过程。可是,实际电路中电场能量和磁场能量的变化,如同物体动能的变化一样,只能是连续的,而不可能发生跳跃式的变化。因为能量的跳变需要无穷大的功率才能实现,这在实际上是不可能的。电场能量与磁场能量的改变只能逐渐地过渡,这就是电路中产生暂态的根源:因此,电路中电压、电流变化的过渡过程,也就是电场能量与磁场能量变化的过渡过程。

和稳定状态一样,在过渡过程中,电压、电流自始至终均必遵守克希霍夫定律。

以图 7-1-1 所示 RC 并联电路的充电过程为例。图中 RC 并

联电路在换路前被开关短路着, 电容上的电荷与电压均等于零。当开关打开后, 在 RC 并联电路的输入端接入了一个幅度为 J 的阶跃电流, 电容将被充电, 电容上的电荷与电压将由原来的零值增至新的稳态值。电荷的积累过程要依靠充电电流来完成。电容的充电电流为

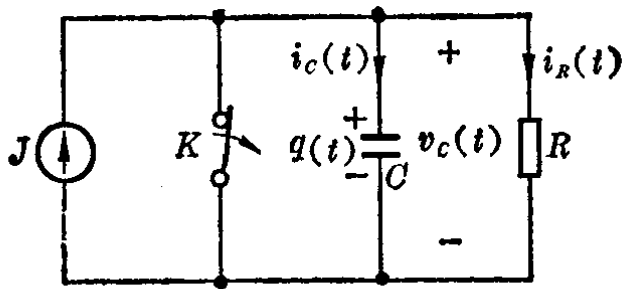


图 7-1-1 RC 并联电路的充电

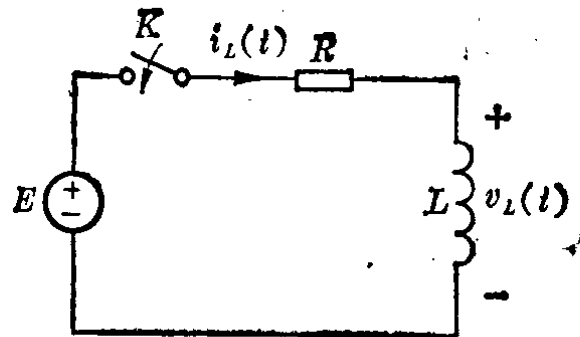


图 7-1-2 RL 串联电路的接通

$$i_c(t) = \frac{dq}{dt} = C \frac{dv_c}{dt}$$

又由克希霍夫定律, 有

$$i_c(t) = J - i_R(t)$$

电流源的电激流 J 是一个有限值, 因而充电电流也只能是有限值。以有限电流对电容充电, 电容上的电荷 $q(t)$ 就只能逐渐增加, 而不可能在无限短暂的时间间隔内突然跳变。当电容恒定不变时, 电容电压 $v_c(t)$ 也就不能跳变, 因而电容中的电场能量 $\left[w_e(t) = \frac{1}{2} C v_c^2(t) = \frac{q^2(t)}{2C} \right]$ 也不会跳变。

再以图 7-1-2 所示 RL 串联电路的接通过程为例。当开关闭合后, 电路中的电流 $i_L(t)$ 将由接通前的零值增至新的稳态值。可是, 电流的变化要引起自感电动势, 而自感电动势却要反对电流的增大, 从而限制电流的增长速率。自感电压

$$v_L(t) = \frac{d\Psi}{dt} = L \frac{di_L}{dt}$$

又根据一段有源电路的特性方程:

$$v_L(t) = E - Ri_L(t)$$

电源电动势 E 是一个有限值, 这就决定了自感电压也只能是有限值。因此, 磁通链 $\Psi(t)$ 和恒定电感中的电流 $i_L(t)$ 也就只能逐渐增长, 而不可能在无限短暂的时间间隔内突然跳变, 因而电感中的

磁场能量 $\left[w_m(t) = \frac{1}{2} Li_L^2(t) = \frac{\Psi^2(t)}{2L} \right]$ 也不会跳变。

为了用数学式来表达在换路前后的转折瞬间恒定电容上的电压和恒定电感中的电流不能跳变的规律, 我们把换路发生的时刻定为 $t=0$; 而以 $t=0_-$ 表示换路前的一个瞬时, 它和 $t=0$ 之间的间隔趋近于零; 以 $t=0_+$ 表示换路后的初瞬, 它和 $t=0$ 之间的间隔也趋近于零。就是说, “ 0_- ”和“ 0_+ ”在数值上都等于 0, 不过, 前者是 t 由负值趋近于零的极限, 后者则是 t 由正值趋近于零的极限。于是, 由 $t=0_-$ 到 $t=0_+$ 瞬间, 电容上的电压 $v_C(t)$ 和电感中的电流 $i_L(t)$ 不能跳变的规律可以分别表示为

$$v_C(0_+) = v_C(0_-) \quad (7-1-1)$$

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) \quad (7-1-2)$$

再用语言总结陈述如下: 在换路后的初瞬 ($t=0_+$), 一个恒定电容上的电压 $v_C(0_+)$ 应等于换路前该电容上原有电压 v_C 延续至换路刚发生时的数值 $v_C(0_-)$, 而不能有任何跳变; 一个恒定电感中的电流 $i_L(0_+)$ 应等于换路前该电感中原有电流 i_L 延续至换路刚发生时的数值 $i_L(0_-)$, 而不能有任何跳变。这就是换路定则。

应当指出, 对于某些理想的电路模型, 上述结论不一定成立。例如, 在由纯电阻构成的电路中, 将没有过渡过程。又如, 在将不带电的理想电容元件与理想电压源突然接通的情况, 略去联接导线上的电阻后, 充电电流将趋向无穷大, 从而使电容上的电荷与电压发生跳变。再如, RC 并联电路受冲量电流激励时, 电容上的电荷

与电压也将发生跳变(见 § 7-9)。

在过渡过程中,不论输入电路的激励是什么形式,所有响应既非直流,也不是时间的周期函数。这时,根据电路基本定律建立起来的电路方程是微分方程。因此,暂态分析问题,归根到底,是建立微分方程和求解微分方程的问题。在求出微分方程的通解后,还需要根据电路的初始条件来确定积分常数。所谓电路的初始条件,就是处于暂态中的各未知电压(或电荷)、电流(或磁通链)的初值。根据换路定则确定电路中各电容电压和电感电流的暂态初值后,就可以借助于克希霍夫定律和欧姆定律计算出其它各支路电压、电流的暂态初值。

例 1 求图 7-1-3a 所示电路中开关闭合后电容电压的初值 $v_c(0_+)$ 及各支路电流的初值 $i_1(0_+)$ 、 $i_2(0_+)$ 、 $i_c(0_+)$ 。

解 开关闭合后电容电压的初值 $v_c(0_+)$,可以直接应用换路定则求出。为此,需要按开关闭合前一瞬时的电路(见图 7-1-3b)求出 $t=0_-$ 时的电容电压 $v_c(0_-)$ 。开关闭合前一瞬时电路的工作状态,是 RC 串联电路在直流理想电压源作用下的稳定状态。这时电容相当于开路,电阻上没有电压降,因此,

$$v_c(0_-) = E = 12V$$

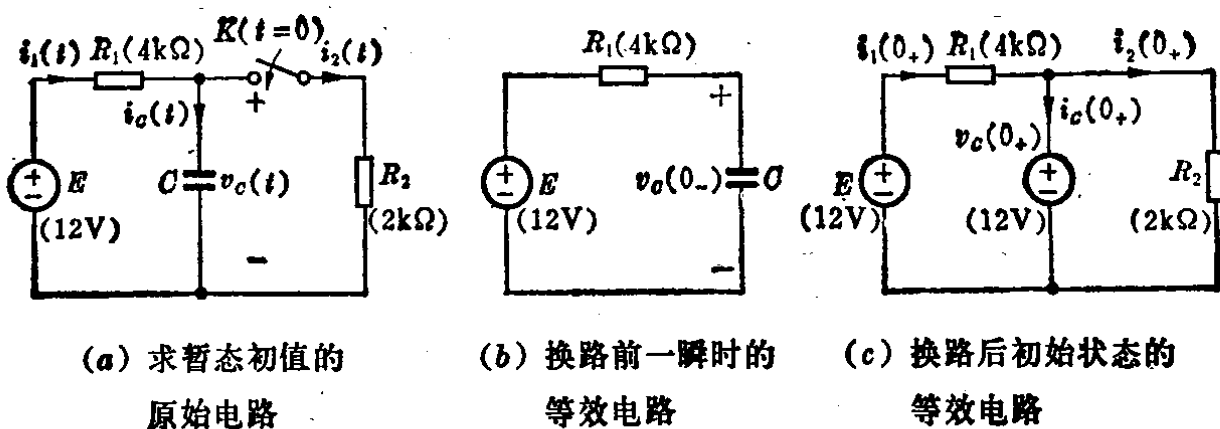


图 7-1-3 暂态初值的计算例一

根据换路定则,得

$$v_c(0_+) = v_c(0_-) = 12V$$

为了计算其它支路电压、电流的初值,可以画出换路后初始状态的等效

电路,如图 7-1-3c 所示(图中电容电压的初值,根据替代定理,用大小相等极性相同的电动势来代替),然后按照线性网络的分析方法进行计算。于是,

$$i_1(0_+) = \frac{E - v_c(0_+)}{R_1} = \frac{12 - 12}{4 \times 10^3} = 0$$

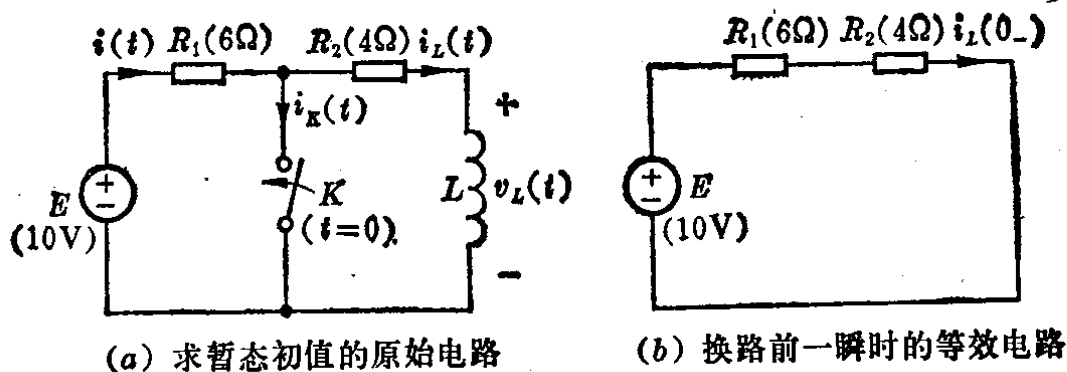
$$i_2(0_+) = \frac{v_c(0_+)}{R_2} = \frac{12}{2 \times 10^3} = 6 \times 10^{-3} \text{A} = 6 \text{mA}$$

$$i_c(0_+) = i_1(0_+) - i_2(0_+) = 0 - 6 = -6 \text{mA}$$

例 2 求图 7-1-4a 所示电路中开关闭合后电感电流的初值 $i_L(0_+)$ 和它的几个暂态初值 $v_L(0_+)$ 、 $i(0_+)$ 、 $i_K(0_+)$ 。

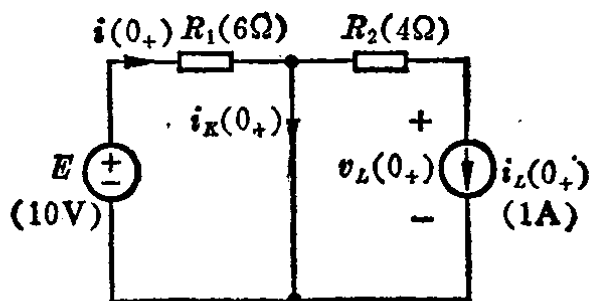
解 开关闭合后,电感电流的初值 $i_L(0_+)$ 可以直接应用换路定则求出。为此,需要按开关闭合前一瞬时的电路(见图 7-1-4b)求出 $t=0_-$ 时的电感电流 $i_L(0_-)$ 。开关闭合前一瞬时电路的工作状态,是 RL 串联电路在直流理想电压源作用下的稳定状态。这时电感相当于短路,因此,

$$i_L(0_-) = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{10}{6 + 4} = 1 \text{A}$$



(a) 求暂态初值的原始电路

(b) 换路前一瞬时的等效电路



(c) 换路后的初始状态等效电路

图 7-1-4 暂态初值的计算例二

根据换路定则,得

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 1 \text{A}$$

为了计算其它支路电压、电流的初值,画出换路后的初始状态等效电路,如图 7-1-4c 所示(图中电感电流的初值,根据替代定理,用大小相等方向相同

的电激流来代替), 然后按照线性网络的分析方法进行计算。

对图 7-1-4c 中右边一个回路应用克希霍夫电压定律, 有

$$R_2 i_L(0_+) + v_L(0_+) = 0$$

故

$$v_L(0_+) = -R_2 i_L(0_+) = -4 \times 1 = -4\text{V}$$

此外

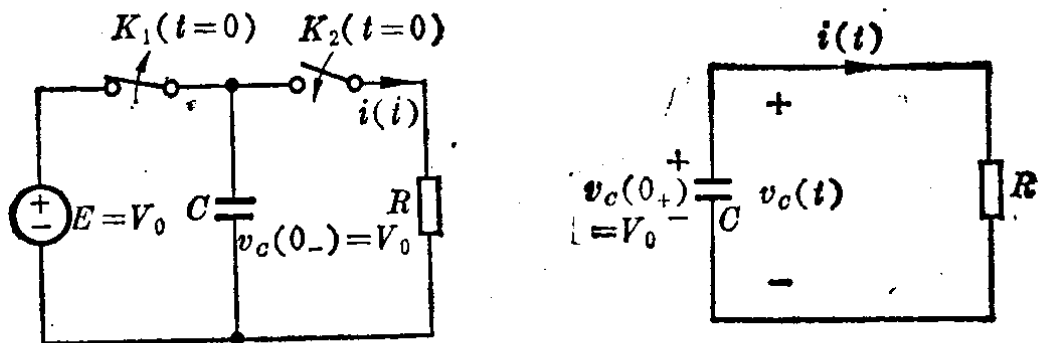
$$i(0_+) = \frac{E}{R_1} = \frac{10}{6} = 1.67\text{A}$$

$$i_K(0_+) = i(0_+) - i_L(0_+) = 1.67 - 1 = 0.67\text{A}$$

§ 7-2 RC 电路的零输入响应

电路在无输入激励情况下的响应称为零输入响应。 RC 放电电路中的响应就是 RC 电路的零输入响应。

在图 7-2-1a 中, 换路前(K_1 未打开, K_2 未闭合)的电路是由电容 C 与电动势为 $E = V_0$ 的理想直流电压源联接而成, 电容电压 $v_C(0_-) = V_0$ 。当 $t = 0$ 时, 打开 K_1 并合上 K_2 , 使电容脱离电源而改接于电阻 R 上。此后, 电容将通过电阻放电, 电容电压将由它的初值开始, 随着时间的增长而逐渐减小以趋近于零。在放电过程中, 电容的电场能量转化成为电阻发热损耗的能量。



(a) 充电后的电容和一个电阻接通 (b) RC 放电电路 ($t \geq 0$)

图 7-2-1 RC 电路的放电过程

要讨论 RC 电路(见图 7-2-1b)放电过程的规律, 须从建立电路的微分方程入手。按照图中标明的电容电压和电流的参考方向,

电容的特性方程应为

$$-i = C \frac{dv_c}{dt} \quad (7-2-1a)$$

又根据欧姆定律, 电阻中的电流为

$$i = \frac{v_c}{R} \quad (7-2-1b)$$

将式(7-2-1b)代入式(7-2-1a), 便得到以 t 为自变量而以 $v_c(t)$ 为因变量的一阶常系数线性齐次微分方程:

$$C \frac{dv_c}{dt} + \frac{v_c}{R} = 0$$

或

$$RC \frac{dv_c}{dt} + v_c = 0 \quad (7-2-2)$$

要确定放电过程中电容电压 $v_c(t)$ 的变化规律, 就是要求出既满足上列微分方程又满足电路初始条件的一个函数, 而首先则应求出此微分方程的通解。

这个微分方程的通解, 可以用分离变量积分法求出, 也可用常系数线性齐次微分方程的一般解法求出。后者的具体步骤是: 首先令其通解形式为

$$v_c(t) = Ae^{st}$$

以此代入方程(7-2-2)并消去公因子 Ae^{st} 后, 便得到原微分方程的特征方程

$$RCs + 1 = 0 \quad (7-2-3)$$

特征方程的根通常叫做特征根。对于 RC 电路而言, 特征根由上式解出为

$$s = -\frac{1}{RC}$$

于是, RC 电路的常系数线性齐次微分方程的通解应为

$$v_c(t) = Ae^{-\frac{t}{RC}} \quad (7-2-4)$$

式中 A 为待定的积分常数。

根据换路定则, 有

$$v_c(0_+) = v_c(0_-) = V_0$$

故令 $t=0_+$ 时, 由式(7-2-4)求得

$$A = V_0$$

从而得到在给定初始条件下, 电容上的零输入响应电压:

$$v_c(t) = V_0 e^{-\frac{t}{RC}} \quad (t \geq 0) \quad (7-2-5)$$

零输入响应电流(即放电电流)则应为

$$i(t) = \frac{v_c(t)}{R} = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \quad (t \geq 0) \quad (7-2-6)$$

或

$$i(t) = -C \frac{dv_c}{dt} = -C \frac{d}{dt}(V_0 e^{-\frac{t}{RC}}) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \quad (t \geq 0)$$

电容电压 $v_c(t)$ 和电流 $i(t)$ 的过渡过程, 用曲线描绘, 如图 7-2-2 所示。

无论函数式或曲线均表明: 在 RC 电路的放电过程中, 电容电压 $v_c(t)$ 从它的初值 V_0 开始, 随着时间的增长按指数规律逐渐下降以趋近于零。电流 $i(t)$ 在放电初瞬($t=0_+$ 时)形成一个正跳变, 即从 $i(0_-) = 0$ 跳变到 $i(0_+) = \frac{V_0}{R}$ 。这是电容上的原有电压 V_0

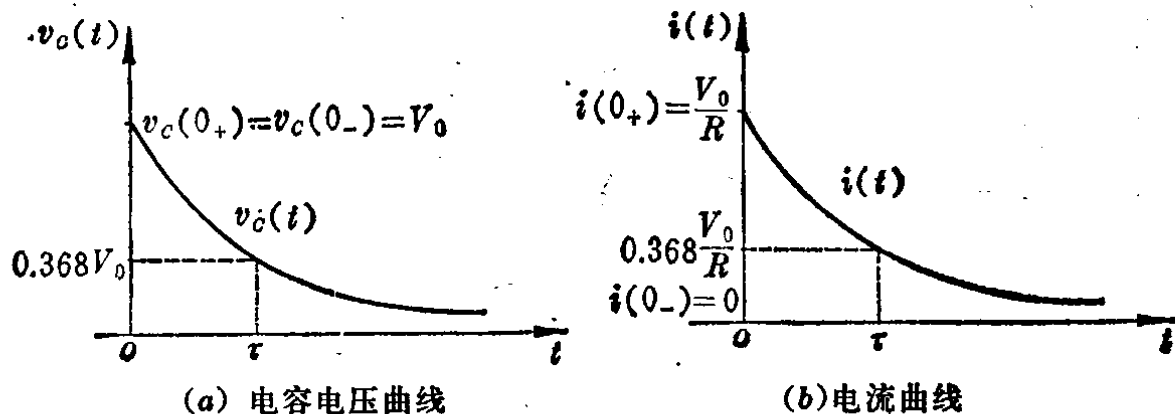


图 7-2-2 RC 放电电路中电容电压和电流的变化规律

在换路后的初瞬突然加到电阻 R 上所造成的结果。以后，随着电容电压的逐渐下降，放电电流也按相同指数规律逐渐衰减直至消失。

在一定电压初值 V_0 的情况下，电容 C 越大，电容器中储存的电荷越多，放电需要的时间越长；电阻 R 越大，放电电流越小，放电需要的时间也越长。因此，电容电压和电流衰减的快慢，决定于电路参数 R 和 C 的乘积。这个乘积是一个常量，具有时间的量纲，它代表电容电压和电流共有的指数衰减因子 $e^{-\frac{t}{RC}}$ 衰减至其初值的 e 分之一所需要的时间，故称为该指数衰减因子的时间常数，通常则直接称之为 RC 电路的时间常数，以 τ 代表，即

$$\tau = RC \quad (7-2-7)$$

应用时间常数这一概念后，就可以说，电容电压和电流衰减的快慢决定于电路的时间常数。放电前电容上原有电压 V_0 的高低，将影响电容电压和电流在放电过程中任意瞬时的函数值，但不能决定放电过程进展的快慢。

放电过程中衰减的情况(以电容电压为例)，可列表说明如下。

表 7-2-1

t	τ	2τ	3τ	4τ	5τ
$V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$	$V_0 e^{-1}$	$V_0 e^{-2}$	$V_0 e^{-3}$	$V_0 e^{-4}$	$V_0 e^{-5}$
	$= 0.368V_0$	$= V_0 e^{-1} e^{-1}$	$= V_0 e^{-1} e^{-2}$	$= V_0 e^{-1} e^{-3}$	$= V_0 e^{-1} e^{-4}$
		$= 0.368$	$= 0.368$	$= 0.368$	$= 0.368$
		$\times 0.368V_0$	$\times 0.135V_0$	$\times 0.05V_0$	$\times 0.0184V_0$
			$= 0.135V_0$	$= 0.05V_0$	$= 0.0184V_0$
					$= 0.0068V_0$

由此可以看出：

(1) 每经过时间 τ ，电容电压(或电流)衰减到原值(指区间 τ 的起点电容电压的数值)的 36.8%。

(2) 当 $t = 4\tau \sim 5\tau$ 时，电容电压(或电流)将衰减至其最初数