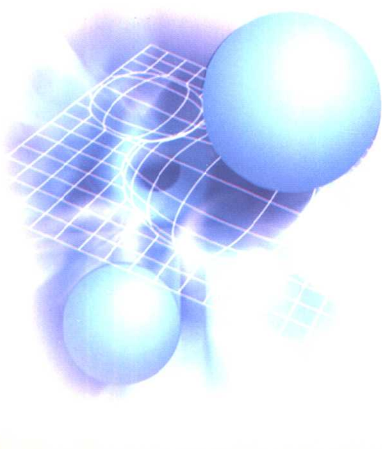
丛书总主编：南秀全（湖北省特级教师、黄冈市教研室教研员）

黄冈新型题题典

HUANGGANG XINXINGTI TIDIAN

高考数学

GAOKAO SHUXUE



中国少年儿童出版社

黄冈新型题

题典

HUANGGANG XINXINGTI

TIDIAN

高考数学

丛书总主编：南秀全（湖北省特级教师、黄冈市教研室教研员）

黄冈新型题

题典

HUANGGANG
XINXINGTI
TIDIAN

高考数学

主　编：吴远伦（湖北省高级教师）
副主编：杜典意（湖北省高级教师）
作　者：方久平　程煜生　张国恒　杜尚胜
吕瑞生　南　山　余　石　秦必耕
劲　松

中国少年儿童出版社

图书在版编目(CIP)数据

黄冈新型题题典．高考数学/南秀全主编．—北京：中国少年儿童出版社，2002

ISBN 7-5007-5946-0

Ⅰ．黄…　Ⅱ．南…　Ⅲ．数学课—高中—试题　Ⅳ．G632.479

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 096096 号

黄冈新型题题典·高考数学

HUANGGANG XINXINGTI TIDIAN·GAOKAO SHUXUE

出版发行：中国少年儿童出版社

出 版 人：

作　　者：吴远伦　杜典意	美术编辑：海　山
责任编辑：陈效师	责任印务：栾永生
社址：北京东四十二条 21 号	邮政编码：100708
电话：086-010-64032266	传真：086-010-64012262
印刷：北京平谷华光印刷装订厂	经销：新华书店
开本：850×1168　1/32	印张：66.5
2002 年 1 月第一版	2002 年 1 月第一次印刷
字数：1917.8 千字	印数：1—6000
书号：ISBN　7-5007-5946-0	定价：85.00 元（共三册）

本册:28.50 元

编写说明

近年来，在中考、高考中不断涌现出开放性或半开放性、探索性、应用性、发展性、综合性（学科内综合和多学科综合）以及信息迁移、阅读理解、推理设计等考查学生素质能力的新型题，它们既是初中、高中教学的重点和难点，在考试中占有较大的分值，又代表了中考、高考发展的方向，因此，广大师生平时必须认真加以研究和学习。但是，由于新型题探索性、创造性强，编写难度大，直至目前为止国内还没有系统出版过一套供老师研究和学生学习训练使用的该类型丛书。为了填补这一空白，湖北省黄冈市教研员、湖北省特级教师南秀全、湖北省黄冈市教研室副主任、湖北省高级教师李小七等黄冈市教研人员和一线骨干教师对中考、高考中的新型题进行了三年多的收集、分析、研究和命题，以初中、高中各学科的知识结构和新型题自身的逻辑结构为线索编写了本丛书。本丛书分为初中、高中各学科及高考理科综合题、高考文科综合题等18分册。本丛书在对新型题各类题型进行了完全解析的基础上还布置了大量相

关习题以供学生平时学习新型题使用，因此本丛书也可作为学生学习新型题和中考、高考各类题型的系统训练教材。

读了这套书，定会胸有成竹，从容面对中考、高考中的热点题和压轴题，捕捉到最新的考试信息，更新思维方式，使应变能力达到一个新的高度。

编　　者

二〇〇一年十一月

目　录

第一章　幂函数　指数函数和对数函数

第二章　三角函数

第一章 幂函数 指数函数和对数函数

1.1 集 合

创新题例析

【探求题】

例 1 设 $x=\frac{1}{3-5\sqrt{2}}$，$y=3+\sqrt{2}\pi$，集合 $M=\{m\mid m=a+b\sqrt{2},a\in Q,b\in Q\}$，那么 x,y 分别与集合 M 的关系如何？

分析 欲判断 x,y 与集合 M 的关系，M 中的 $a,b\in Q$，只需把 x,y 整理成 $c+d\sqrt{2}$，再验证 c,d 是否是有理数即可.

解 $x=\frac{1}{3-5\sqrt{2}}=-\frac{3}{41}-\frac{5\sqrt{2}}{41}$，而 $-\frac{3}{41}\in Q$，$-\frac{5}{41}\in Q$，

$\therefore\ x\in M$. $\because\ \pi\notin Q$，$\therefore\ y\notin Q$.

说明 此题是探求元素与集合的关系，要明确集合里面元素的特点，并要注意结果的表示.

〔同类题拷贝〕

1. 已知 $M=\{x\mid x=3k,k\in Z\}$，$P=\{x\mid x=3k+1,k\in Z\}$，$Q=\{x\mid x=3k-1,k\in Z\}$，若 $a\in M,b\in P,c\in Q$，则有　　（　　）

A. $(a+b-c)\in M$　　B. $(a+b-c)\in P$

C. $(a+b-c)\in Q$　　D. $(a+b-c)\in(M\cup P)$

2. 设 $A=\{x\mid x=2+n\sqrt{2},n\in Z\}$，若 $a\in A,b\in A$，试判断：$\frac{a}{b}\in A\ (b\neq 0)$是否成立？

答案与提示　1. C　2. 可设 $a=2+n_1\sqrt{2}, b=2+n_2\sqrt{2}, n_1, n_2$ 均属于 Z，则 $\frac{a}{b}=\frac{2+n_1\sqrt{2}}{2+n_2\sqrt{2}}=\frac{4-2n_1n_2}{4-2n_2^2}+\frac{2n_1-2n_2}{4-2n_2^2}\sqrt{2}$. 由于 $\frac{4-2n_1n_2}{4-2n_2^2}$，$\frac{2n_1-2n_2}{4-2n_2^2}$不一定是整数，故$\frac{a}{b}\in A$ 不一定成立

【分类讨论题】

例 2　若集合 $A=\{x \mid ax^2+2x+a=0, a\in \mathrm{R}, x\in \mathrm{R}\}$中有且只有一个元素，则 a 的取值集合是　　(　　)

A. $\{1\}$　　B. $\{-1\}$　　C. $\{0,1\}$　　D. $\{-1,0,1\}$

分析　本题一方面考查集合中元素的互异性，另一方面考查对参数 a 的讨论.

解　(1)当 $a=0$ 时，$x=0$，符合题意；

(2)当 $a\neq 0$ 时，$\Delta=4-4a^2=0$，　$\therefore$　$a=\pm 1$.

故选 D.

说明　本题容易认为 $ax^2+2x+a=0$ 为一元二次方程，而直接应用 $\Delta=0$ 求解，而忘记对参数 $a=0$ 的考查.

〔同类题拷贝〕

1. 已知集合 $A=\{x \mid ax^2+2x+1=0, a\in \mathrm{R}, x\in \mathrm{R}\}$. 若 A 中有且只有一个元素，求 a 的值.

2. 非零实数 a,b,c 构成一个数$\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|c|}{c}+\frac{|abc|}{abc}$，则这样的集合是__________.

答案与提示　1. $a=0$ 或 $a=1$　2. $\{4,0,-4\}$

【易错题】

例 3　用适当的符号，表示下列元素与集合，或集合与集合的关

系：

(1)0与$\{0\}$；(2)0与$\varnothing$；

(3)$\varnothing$与$\{0\}$；(4)$\{0,1\}$与$\{(0,1)\}$；

(5)$\{(a,b)\}$与$\{(b,a)\}$.

分析　首先要分清是“元素与集合”的关系，还是“集合与集合”的关系；其次，如是后者，又要注重辨识各集合中的“元素”分别是什么？

解　(1)$\{0\}$是含单元素0的集合，0与$\{0\}$的关系是“属于与否”的关系，所以$0\in\{0\}$.

(2)空集$\varnothing$不含任何元素，所以$0\notin\varnothing$.

(3)空集$\varnothing$与$\{0\}$的元素不同，所以$\varnothing\subset\{0\}$.

(4)$\{0,1\}$是含两个元素0与1的集合，而$\{(0,1)\}$是以“有序数对”$(0,1)$为元素的单元素集合，所以$\{0,1\}\neq\{(0,1)\}$.

(5)当$a=b$时，$\{(a,b)\}=\{(b,a)\}$. 当$a\neq b$时，$\{(a,b)\}\neq\{(b,a)\}$.

说明　这是一道集合概念题，它启发我们：学习集合要抓住“元素”这个根本，否则出现错误.

〔同类题拷贝〕

1. 设集合$M=\{0,1\}$，集合$N=\{x\mid x\subseteq M\}$，则M与N的关系是　(　　)

A. $M\in N$　　B. $N\in M$　　C. $M\subseteq N$　　D. $M=N$

2. 下列集合中，表示同一集合的是　(　　)

A. $M=\{(3,2)\}$，$N=\{(2,3)\}$

B. $M=\{(x,y)\mid x+y=1\}$，$N=\{y\mid x+y=1\}$

C. $M=\{3,2\}$，$N=\{2,3\}$

D. $M=\{1,2\}$，$N=\{(1,2)\}$

答案与提示　1. A　因集合$N=\{\varnothing,\{0\},\{1\},\{0,1\}\}$是一个以

【黄冈新型题题典】

集合为元素的集合　2.C

【能力题】

例 4　设 M 是满足下列两个条件的函数 $f(x)$ 的集合：

①$f(x)$ 的定义域是 $[-1,1]$；

②若 $x_1,x_2\in[-1,1]$，则 $|f(x_1)-f(x_2)|\leqslant 4|x_1-x_2|$.

试问：定义在 $[-1,1]$ 上的函数 $g(x)=x^2+2x-1$ 是否属于集合 M？并说明理由.

分析　只要对 $g(x)$ 判定②中的绝对值不等式是否成立.

解　显然 $g(x)$ 满足条件①

设 $x_1,x_2\in[-1,1]$，则 $|x_1|\leqslant 1,|x_2|\leqslant 1$.

$$\because\ |g(x_1)-g(x_2)|$$
$$=|x_1{}^2+2x_1-1-(x_2{}^2+2x_2-1)|$$
$$=|(x_1-x_2)(x_1+x_2+2)|$$
$$=|x_1-x_2||x_1+x_2+2|$$
$$\leqslant(|x_1|+|x_2|+2)\cdot|x_1-x_2|$$
$$\leqslant 4|x_1-x_2|,$$

$\therefore$　函数 $g(x)$ 满足条件②. 故 $g(x)\in M$.

说明　要说明函数 $g(x)\in M$，必须证明 $g(x)$ 同时满足条件①和②.

〔同类题拷贝〕

1. 设 $f(x)=x^2+px+q$，$A=\{x\mid x=f(x)\}$，$B=\{x\mid f[f(x)]=x\}$，求证：$A\subseteq B$.

2. 若集合 $A=\{x\mid x^2+ax+1=0,x\in\mathrm{R}\}$，集合 $B=\{1,2\}$，且 $A\subseteq B$，求实数 a 的取值范围.

答案与提示　1. 设 x_0 是集合 A 中的任一元素，即有 $x_0\in A$

$\because A=\{x\mid x=f(x)\}$，$\therefore x_0=f(x_0)$. 即有 $f[f(x_0)]=f(x_0)=x_0$，$\therefore x_0\in B$　故 $A\subseteq B$　2. $-2\leq a<2$

热点考题训练

1. 由实数 $x,-x,|x|,\sqrt{x^2},-\sqrt[3]{x^3}$ 所组成的集合，最多含有　(　　)

   A.2 个元素　　B.3 个元素　　C.4 个元素　　D.5 个元素

2. 下面的集合中，表示同一集合的是　(　　)

   A. $M=\{x\mid x^2+0.1=0\}$，$P=\{x\mid x^2=0\}$

   B. $M=\{(x,y)\mid y=x^2+1\}$，$N=\{(x,y)\mid x=y^2+1\}$

   C. $M=\{y\mid y=t^2+1\}$，$P=\{y\mid y=(t-1)^2+1\}$

   D. $M=\{x=1,y=2\}$，$P=\{(1,2)\}$

3. $A=\{x\mid x\in\mathrm{R}$ 且 $x\notin\mathrm{Q}\}$，下列实数：$-\frac{1}{3},\frac{\sqrt{2}}{2},\pi,-0.101010\cdots,3^{-\frac{1}{2}},\sqrt[3]{-2}$，$\cos60^\circ$ 中，集合 A 中的元素是________.

4. 设 $\frac{1}{2}\in\{x\mid x^2-ax-\frac{5}{2}=0\}$，则集合 $\{x\mid x^2-\frac{19}{2}x-a=0\}$ 中所有元素的和为________.

5. 方程 $ax+b=0$，当 a,b 满足什么条件时，解集是有限集；当 a,b 满足什么条件时，解集是无限集？

6. 由实数构成的集合 A 满足条件：若 $a\in A,a\neq1$，则 $\frac{1}{1-a}\in A$. 证明：

   (1)若 $2\in A$，则集合 A 必还有另外两个元素；

   (2)集合 A 不可能是单元素集；

   (3)集合 A 中至少有三个不同的元素.

7. 已知集合 $A=\{m,m+d,m+2d\}$，集合 $B=\{m,mq,mq^2\}$，其中 $m\neq0$，且 $A=B$，求 q 的值.

8. 已知集合 $A=\{x\mid ax^2+2x+1=0,a\in\mathrm{R},x\in\mathrm{R}\}$，若 A 中至多只有一个元素，求 a 的取值范围.

9. 已知集合 $P=\{p\mid x^2+2(p-1)x+1=0,x\in\mathrm{R}\}$，求一次函数 $y=2x-1,(x\in P)$，y 的取值范围.

【黄冈新型题题典】

1.2　子集、交集、并集、补集

创新题例析

【信息题】

例 1　设 $S=\{x\mid x=2n+1,n\in\mathbf{Z}\}$，$T=\{x\mid x=4k\pm1,k\in\mathbf{Z}\}$，那么　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　（　　）

A. $S\subset T$　　B. $T\subset S$　　C. $S=T$　　D. $S\neq T$

分析　作为选择题，本题解法很多，如用列举法表示 S 与 T，也可从探求 S 与 T 的联系与沟通着手.

解法 1　$S=\{\cdots,-5,-3,-1,1,3,5,\cdots\}$，$T=\{\cdots,-5,-3,-1,1,3,5,\cdots\}$. 所以，$S=T$，选 C.

解法 2　由 $2n+1=\begin{cases}4k+1 & (n=2k),\\ 4k-1 & (n=2k-1)\end{cases}$ 可知，$S=T$，选 C.

解法 3　$\because$　S 为奇数集合，而 T 中的元素都是奇数，故有 $T\subseteq S$.

又任取 $x\in S$，则 $x=2n+1(n\in\mathbf{Z})$：当 n 为偶数 $2k$ 时，有 $x=4k+1\in T$；当 n 为奇数 $2k-1$ 时，仍有 $x=4k-1\in T$，因此，又有 $S\subseteq T$.

由 $T\subseteq S$ 且 $S\subseteq T$，可得 $S=T$.

说明　(1)解法 3 是证明两集合相等的通法. (2)由选择题的题型特点和本题各选择支的特殊关系，还可用逻辑分析法：

分析 1　显然 $S\supseteq T$，故 A 不真，若 $S\supset T$，则 B 真，从而 D 也真，这与选择支“有且仅有一项成立”矛盾，故 B 不真，因此，$S=T$.

分析 2　C 与 D 是矛盾关系，必是一真一假，从而 A 与 B 均假，由 $S\supseteq T$ 且 B 假，即知 C 真.

【黄冈新型题题典】