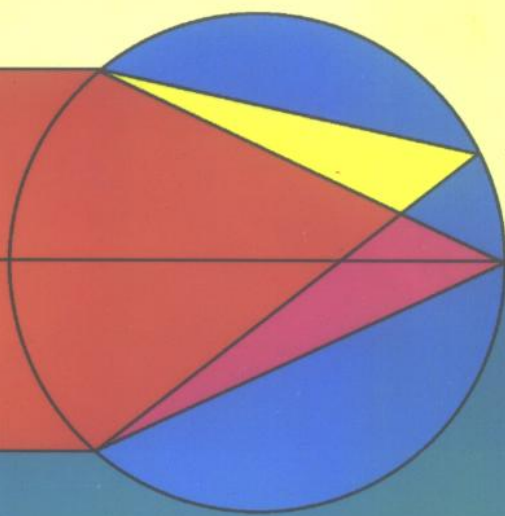


现代光学原理

王仕璠 朱自强 编著

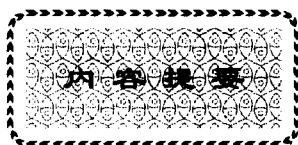


电子科技大学出版社

现代光学原理

王仕璠 朱自强 编著

电子科技大学出版社



本书系统介绍现代光学基础理论及相关的应用技术。共分五篇 17 章,内容有:光线光学、傅里叶光学、光学全息与信息处理、晶体光学和非线性光学。

本书内容丰富,选材新颖,立足于教学改革和培养面向 21 世纪人才的要求,在内容上力求新和精,强调理论与应用的结合,特别是光学与电子技术的结合,并反映 90 年代的现代光学面貌。

本书可作为光学、应用光学、光电子技术、应用物理、激光和光学仪器等专业高年级大学生、研究生的教材,也可供从事相应专业工作的科技工作者和高校师生参考。

声 明

本书无四川省版权防盗标识,不得销售;版权所有,违者必究,举报有奖,举报电话:(028)6636481 6241146 3201496

现代光学原理

王仕璠 朱自强 编著

出 版:电子科技大学出版社 (成都建设北路二段四号,邮编:610054)

责任编辑:朱 丹

发 行:新华书店经销

印 刷:峨眉电影制片厂印刷厂

开 本:787×1092 1/16 印张 25 字数 600 千字

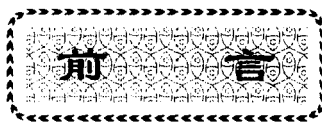
版 次:1998 年 11 月第一版

印 次:1998 年 11 月第一次印刷

书 号:ISBN 7-81043-997-9/O·61

印 数:1-2000 册

定 价:30.00 元



随着光学和光电子技术的发展,现代光学理论及技术与电子学各领域都有密切联系。现代光学课已在许多高校中定为光学、应用光学、光电子技术、应用物理、激光和光学仪器等专业硕士生的学位课和高年级本科生的必修课,它在培养光电子学人才中起着重要作用。

本书系统介绍现代光学的基础理论和相关的应用技术。立足于教学改革和培养面向 21 世纪人才的要求,在内容上力求新与精,强调理论与实用的结合,特别是光学与电子技术的结合,并反映 90 年代的现代光学面貌。

近 20 年来,我们一直在各自的学校为硕士生和高年级本科生讲授现代光学课程,并于 1990 年合作出版了《现代光学教程》一书。该书已在 9 届研究生和本科生中使用,受到学生好评,并于 1991 年 6 月被评为西南地区大学出版系统优秀图书。但该书毕竟出版时间已较长,某些内容已不能反映现代光学的发展。从培养面向 21 世纪人才和高校 211 工程学科建设的需要出发,有必要重新写一部现代光学的教科书。本书就是在这方面的一种尝试。

本书编写分工如下:王仕璠(电子科技大学)撰写第一、二、七、八、十章,第十三至十六章,朱自强(四川联合大学)撰写第三至六章,第九、十一、十二、十七章;全书由王仕璠主编。

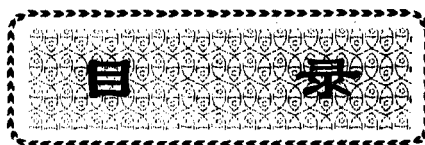
衷心感谢电子科技大学出版社向万成社长对本书出版的支持,衷心感谢本书责任编辑朱丹副编审付出的辛勤劳动。

南京理工大学贺安之教授、西南师范大学阎其昌教授以及华西医科大学刘福祥博士为本书提供了他们科研中的最新成果照片,在此也向他们表示衷心的感谢!

由于我们水平所限,书中缺点和错误在所难免,恳切期望读者批评指正。

作者

1998 年 5 月



第一篇 光线光学

第一章 近轴矩阵光学.....	3
§ 1-1 光线传播的矩阵表示	3
§ 1-2 高斯常数及其物理意义	6
§ 1-3 薄透镜近似	11
§ 1-4 激光谐振腔	13
习题	16
参考文献	17
第二章 非近轴矩阵光学	18
§ 2-1 子午光线的非近轴矩阵	18
§ 2-2 子午光线追迹的计算机程序	21
§ 2-3 球差的计算机程序	23
§ 2-4 空间光线的三维矩阵	27
§ 2-5 空间光线追迹的计算机程序	31
§ 2-6 彗形像差的计算机程序	33
习题	44
参考文献	44

第二篇 傅里叶光学

第三章 二维傅里叶分析	47
§ 3-1 光学中常用的几种函数	47
§ 3-2 δ 函数	51
§ 3-3 卷积与相关	55
§ 3-4 傅里叶变换的基本概念	62
§ 3-5 二维傅里叶变换的基本定理	65
§ 3-6 傅里叶-贝塞耳变换	69
§ 3-7 常用函数的傅里叶变换对	72
§ 3-8 线性系统与线性空不变系统	73
§ 3-9 二维抽样定理	78
习题	83
参考文献	85
第四章 标量衍射理论基础	86
§ 4-1 基尔霍夫衍射理论	87

§ 4-2 菲涅耳-基尔霍夫衍射理论	90
§ 4-3 瑞利-索末菲衍射理论	91
§ 4-4 衍射规律的频域表达式	94
§ 4-5 菲涅耳衍射与夫琅和费衍射	97
§ 4-6 夫琅和费衍射计算实例	102
§ 4-7 菲涅耳衍射计算实例	111
§ 4-8 衍射的巴比涅原理	114
习题	115
参考文献	116
第五章 透镜的傅里叶变换性质	117
§ 5-1 薄透镜的位相调制作用	117
§ 5-2 透镜的傅里叶变换性质	121
§ 5-3 透镜的成像分析	126
习题	129
参考文献	130
第六章 光学成像系统的传递函数	131
§ 6-1 光学成像系统的一般分析	131
§ 6-2 衍射受限相干成像系统的传递函数	136
§ 6-3 衍射受限非相干成像系统的传递函数	141
§ 6-4 相干成像与非相干成像系统的比较	152
§ 6-5 光源的相干性	153
习题	163
参考文献	164

第三篇 光学全息与信息处理

第七章 光学全息照相	167
§ 7-1 全息照相的基本原理	167
§ 7-2 菲涅耳全息图	171
§ 7-3 全息记录介质	174
§ 7-4 傅里叶变换全息图	181
§ 7-5 像全息图 彩虹全息图	183
§ 7-6 体积全息图	185
§ 7-7 模压全息图	188
习题	190
参考文献	191
第八章 全息照相的应用	192
§ 8-1 全息显示	192
§ 8-2 全息干涉计量	195
§ 8-3 全息光学元件	206

§ 8-4 全息信息存储	209
参考文献	211
第九章 光学信息处理	213
§ 9-1 空间滤波	213
§ 9-2 光学空间频谱分析系统	221
§ 9-3 相干光学处理	224
§ 9-4 非相干光学处理	230
§ 9-5 白光信息处理	233
§ 9-6 位相调制假彩色编码	237
习题	240
参考文献	242
第十章 散斑计量学	243
§ 10-1 激光散斑的特点	243
§ 10-2 散斑图的记录和处理	245
§ 10-3 散斑照相术在测量中的应用	247
§ 10-4 散斑干涉计量	254
§ 10-5 散斑条纹图样的计算机处理	259
习题	261
参考文献	262

第四篇 晶体光学

第十一章 晶体光学的基础知识	265
§ 11-1 晶体的对称性与晶系	265
§ 11-2 晶体的介电张量及主折射率	268
§ 11-3 晶体中的场方程	273
§ 11-4 电磁波在晶体中的传播	276
§ 11-5 折射率椭球	279
习题	283
参考文献	284
第十二章 晶体的电光效应	285
§ 12-1 晶体电光效应概述	285
§ 12-2 线性电光效应	286
§ 12-3 二次电光效应	294
§ 12-4 电光效应的应用	296
习题	300
参考文献	300

第五篇 非线性光学

第十三章 光学介质与强光的相互作用	303
§ 13-1 光学介质的非线性极化	303
§ 13-2 非线性极化的张量描述	309
§ 13-3 光学介质与强光相互作用的耦合方程	312
习题	317
参考文献	317
第十四章 二阶非线性效应	318
§ 14-1 二次谐波产生	318
§ 14-2 光学混频 上变频与差频产生	333
§ 14-3 光学参量放大和参量振荡	338
习题	348
参考文献	348
第十五章 三阶非线性效应	349
§ 15-1 三次谐波产生	349
§ 15-2 受激喇曼散射	351
§ 15-3 受激布里渊散射	358
习题	362
参考文献	362
第十六章 光学位相共轭	363
§ 16-1 位相共轭波的定义和特性	363
§ 16-2 位相共轭波的产生方法	367
§ 16-3 应用举例	373
习题	377
参考文献	377
第十七章 光学双稳态效应	378
§ 17-1 光学双稳态的理论描述	378
§ 17-2 光学双稳态的实验研究	384
参考文献	392

第一篇 光线光学

由于可见光波的波长非常之短(数量级是 10^{-5}cm),因而忽略波长的有限大小,可以得到光传播规律的良好一级近似。事实上人们发现,对很多光学问题而言(例如,有关反射、折射和成像的问题),这样处理是适当的。偏离这个近似理论的现象(例如衍射现象),只有通过细心安排的实验才能够观察到。

在光学中,忽略波长相当于 $\lambda \rightarrow 0$ 的极限情况,这一分支通常称为几何光学或光线光学,因为在这种近似处理中,有关光的传播以及反射、折射、成像等问题,都可以用光线的概念和几何学语言来描述。光线的概念只能表示光的传播方向(这时,光的能量可以看作是沿此方向传输),但在应用了某些基本实验定律(例如,光在均匀介质中的直线传播定律;光通过两种介质分界面时的反射和折射定律;光的独立传播定律和光路可逆原理等等)和几何学定律后,就可以根据追踪光线通过一个光学系统时的路径,进行一切必要的计算,而不必涉及光的本性问题。这种追踪通过光学系统的一条选定光线路径的过程,称为光线追迹。

在讨论光线光学的问题时,像差将占用较多的篇幅。这是因为,除了平面反射镜外,没有像差的理想光学系统是不存在的。研究实际光学系统的像差性质并设法校正或减小像差,是光学应用中的一个重要课题。光学仪器或光学系统的结构之所以常常是很复杂的,主要原因之一就是需要减小像差以提高成像质量。

为了对像差作定量的讨论,通常采用两种方法。一种是代数分析方法(赛德耳像差理论),考虑到特征函数展开式中含有离轴距离高于二次方的项;另一种是光线追迹方法,逐次应用折射(或反射)定律,借助几何关系式来准确地定出光线的路径。前一种方法对各种像差都导出了具体的数学表达式,物理概念清楚,理论水平较高,但一大堆代数公式给运算带来很多麻烦。后一种方法的优点是倾向于实用性。由于光线追迹可配合矩阵运算,摆脱了繁杂的代数公式,又便于与计算机结合,从而赢得了光学系统设计过程的现代化。计算机可以直接追迹大量的实际光线,因而可获得实际的像斑分布。这样算得的像差总效果比用赛德耳像差理论求得的近似解析解要直观而精确得多。更令人振奋的是,用计算机可以进行光学自动设计,使光学设计进入到一个崭新的阶段,并由此产生了另一个崭新的学科分支——计算机光学。

从应用方面着眼,本篇将仅对处理像差的后一种方法进行讨论。

第一章

近轴矩阵光学

§ 1-1 光线传播的矩阵表示

一、近轴近似

首先,从折射定律出发研究光线通过透镜的行为。如图 1-1 所示,暂时只限于讨论光线与透镜主轴线的夹角、光线在折射面上的入射角与折射角都很小的情况,这时,所有角度的正弦、正切都可用该角度的弧度值代替。当这些角度小于 5° 时,这种近似代替的精确度大约为 1%。这个限制在光学里叫做近轴近似。在近轴近似下,折射定律可写成下列形式:

$$n_1 \theta_1 = n_1' \theta_1' \quad (1-1)$$

光学的这部分内容通常称为近轴光学。

二、透镜矩阵

设透镜主轴与笛卡尔坐标系的 Z 轴重合。由于此系统以 Z 轴为旋转对称轴,故只需讨论位于 XZ 平面内的人射光线。对于 XZ 平面内的光线,可由它所通过的点的坐标 (x, z) 以及光线倾角 α 完全确定。如果引入参考面的概念^①,则 XZ 平面内的任意一条入射光线可用它在参考面上的交点坐标 x (交点距透镜主轴的距离) 以及光线倾角 α 完全确定,共两个坐标(见图 1-1)。光线在光学系统中的传播,就是光线从某一个参考面到另一个参考面的传播,即进行光线的坐标变换,在近轴条件下,

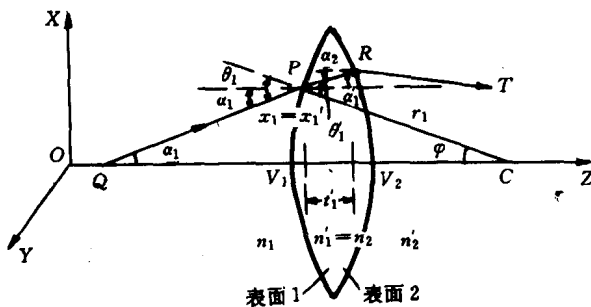


图 1-1 光线通过透镜时的行为

(x, α) 的变换是线性变换,故可用矩阵来描述。我们的目的是要建立起在我们感兴趣的参考面之间的光线坐标 (x, α) 与 (x', α') 的关系,称为变换矩阵。光线在透镜系统中传播时,要么

^① 参考面是指垂直于透镜主轴的平面,其位置由它与 Z 轴交点坐标唯一确定。

是在两种不同媒质中传播——直线传播,要么是在两种不同媒质分界面上的折射。所以,坐标 (x, α) 的变换矩阵不外有两种:直线传播矩阵和折射矩阵。下面分别进行讨论。

(1) 折射矩阵

在图 1-1 中,设透镜第一个表面的曲率中心是 C 点,曲率半径为 r_1 ;又设 XZ 平面内的一条入射光线为 $\overline{QP}$, P 点离轴线的距离为 x_1 ,则 $\angle PCO$ 或 φ 角满足关系式:

$$\sin \varphi = x_1 / r_1 \quad (1-2)$$

在近轴条件下,上式可写成

$$\varphi = x_1 / r_1 \quad (1-3)$$

从图 1-1 可以看到,入射线倾角 α_1 和折射线倾角 α'_1 可表示成

$$\theta_1 = \alpha_1 + \varphi, \quad \theta'_1 = \alpha'_1 + \varphi \quad (1-4)$$

将上式代入式(1-1),得到

$$n_1(\alpha_1 + \varphi) = n'_1(\alpha'_1 + \varphi) \quad (1-5)$$

再应用式(1-3),得

$$n_1(\alpha_1 + x_1 / r_1) = n'_1(\alpha'_1 + x_1 / r_1) \quad (1-6)$$

或

$$n'_1 \alpha'_1 = \left(\frac{n_1 - n'_1}{r_1} \right) x_1 + n_1 \alpha_1 \quad (1-7)$$

由图 1-1 中记号,显然又有

$$x'_1 = x_1 \quad (1-8)$$

上列二式可结合成一个矩阵方程:

$$\begin{pmatrix} n'_1 \alpha'_1 \\ x'_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -K_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_1 \alpha_1 \\ x_1 \end{pmatrix} \quad (1-9)$$

式中

$$K_1 = \frac{n'_1 - n_1}{r_1} = (n'_1 - n_1)c_1 \quad (1-10)$$

c_1 是曲面 1 的曲率, K_1 称为曲面 1 的光焦度,它正比于分界面的曲率,并与光线穿过此界面时折射率的改变成正比。

式(1-9)描述了光线通过曲面 1 时的行为,其中的 2×2 矩阵

$$R_1 = \begin{pmatrix} 1 & -K_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1-11)$$

称为曲面 1 的折射矩阵。

(2) 直线传播矩阵

现在考察折射线 $\overline{PR}$ 。它与曲面 2 的交点距轴线距离为 $x_2 = x'_2$ 。于是按图中记号有

$$x_2 = x'_1 + t'_1 \tan \alpha'_1 \quad (1-12)$$

式中, t'_1 为 $\overline{PR}$ 沿对称轴的分量。在近轴条件下,上式变为

$$x_2 = x'_1 + t'_1 \alpha'_1 \quad (1-13)$$

且 $t'_1 \approx \sqrt{V_1 V_2}$ (透镜厚度)。再注意到射线 $\overline{PR}$ 的倾角:

$$\alpha_2 = \alpha'_1 \quad (1-14)$$

结合以上二式,可得出第二个矩阵方程:

$$\begin{pmatrix} n_2 \alpha_2 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ t'_1/n'_1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n'_1 \alpha'_1 \\ x'_1 \end{pmatrix} \quad (1-15)$$

式中

$$T_{21} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ t'_1/n'_1 & 1 \end{pmatrix} \quad (1-16)$$

表征了光线从曲面 1 传播到曲面 2 的行为,称为光线在此传播过程中的直线传播矩阵或平移矩阵。

三、光学系统中变换矩阵的一般形式

将式(1-9)代入式(1-15),有

$$\begin{pmatrix} n_2 \alpha_2 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ t'_1/n'_1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -K_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_1 \alpha_1 \\ x_1 \end{pmatrix} = T_{21} R_1 \begin{pmatrix} n_1 \alpha_1 \\ x_1 \end{pmatrix} \quad (1-17)$$

于是,可以把发自 Q 点射线的行为,从 P 点开始折射算起,一直追迹到 R 点为止。可以进一步预料,在曲面 2 上 R 点的折射可以用第二个折射矩阵 R_2 表达。因此,对一条射线从它进入透镜到最终离开透镜的全路程,可用下式写出:

$$\begin{pmatrix} n'_2 \alpha'_2 \\ x'_2 \end{pmatrix} = R_2 T_{21} R_1 \begin{pmatrix} n_1 \alpha_1 \\ x_1 \end{pmatrix} \quad (1-18)$$

式中, n'_2 、 α'_2 和 x'_2 是在曲面 2 右侧相应的各个量。上述处理可以对接连多次折射——平移过程进行,只要矩阵相乘的顺序按式(1-18)的要求,不管有多少个透镜的组合,都能追迹通过其中射线的行为。

最后说明一下图 1-1 中同一参量两种标记的含义。例如透镜的折射率,用 n'_1 标记时,意指这是曲面 1 右侧的值,用 n_2 标记时,则表明它属于曲面 2 左侧。

四、符号规则

下面,按照一般惯例列出常用的符号规则,以便为后面的讨论节省许多篇幅:①光线从左向右传播为正方向;②距离从透镜顶点算起,顶点 V_i 为透镜表面 i 与对称轴的交点;③水平距离从左向右度量为正,垂直距离从对称轴 OZ 向上量为正,角度从轴线向上转为正;④两不同介质界面的编号,按从左向右顺序给定;⑤与入射线联系的量不加撇号,与折射线关联的量加上撇号;⑥一个量的脚标表示与它相关的折射面;⑦交界面曲率中心在其右侧的,其半径为正,反之为负;⑧矩阵外面的下标指示它所联系的参考点或参考面(P 指物点, P' 指像点, V_1 、 V_2 ……指交界面)。

按以上八条的要求,式(1-17)应写成

$$\begin{pmatrix} n_2 \alpha_2 \\ x_2 \end{pmatrix}_{V_2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ t'_1/n'_1 & 1 \end{pmatrix}_{V_2} \begin{pmatrix} 1 & -K_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}_{V_1} \begin{pmatrix} n_1 \alpha_1 \\ x_1 \end{pmatrix}_{V_1} \quad (1-19)$$

式中,折射矩阵两边下标同为 V_1 表示折射只与界面 1 相关;而平移矩阵两边下标为 V_1 、 V_2 ,指明平移由界面 1 到界面 2。式(1-19)右端单列矩阵的左下标 V_1 ,表示参量 n_1 、 α_1 和 x_1 是在界面 1 上发生折射前选定的,该式左端单列矩阵下标 V_2 表明 n_2 、 α_2 和 x_2 是在平移了 t'_1 以后的量值。当矩阵相乘以后,共同的下标就被吸收了。例如,上面两个 2×2 矩阵结合以后成为

$$\begin{pmatrix} n_2 \alpha_2 \\ x_2 \end{pmatrix}_{V_2} = \begin{pmatrix} 1 & -K_1 \\ t'_1/n'_1 & 1 - K_1 t'_1/n'_1 \end{pmatrix}_{V_1} \begin{pmatrix} n_1 \alpha_1 \\ x_1 \end{pmatrix} \quad (1-19')$$

它表明:折射与平移的结合开始于界面 1,终止于界面 2。

至此,在图 1-1 中引入双重记号的原因已经清楚,因为按给定的符号规则第⑤、⑥条,射线的三个参量在离界面 1 时记作 n'_1, α'_1 和 x'_1 ,而在到达界面 2 时它们应变为 n_2, α_2 和 x_2 。

§ 1-2 高斯常数及其物理意义

一、系统矩阵和高斯常数

式(1-18)中的矩阵乘积 $R_2 T_{21} R_1$ 称为透镜的系统矩阵。其具体表示式如下:

$$\begin{aligned} S_{21} &= R_2 T_{21} R_1 \\ &= \begin{pmatrix} 1 - K_2 t'_1/n'_1 & -K_1 - K_2 + K_1 K_2 t'_1/n'_1 \\ t'_1/n'_1 & 1 - K_1 t'_1/n'_1 \end{pmatrix}_{V_1} \end{aligned} \quad (1-20)$$

如果令 S_{21} 中的各元素用下列符号标记:

$$S_{21} = \begin{pmatrix} b & -a \\ -d & c \end{pmatrix}_{V_1} \quad (1-21)$$

则由上列二式有

$$\begin{cases} a = K_1 + K_2 - K_1 K_2 t'_1/n'_1; & c = 1 - K_1 t'_1/n'_1 \\ b = 1 - K_2 t'_1/n'_1; & d = -t'_1/n'_1 \end{cases} \quad (1-22)$$

式中, a, b, c, d 称为高斯常数。可以证明,在高斯常数之间存在下列关系:

$$bc - ad = 1 \quad (1-23)$$

因此,只有三个高斯常数是独立的。事实上,式(1-11)、(1-16)表明,折射矩阵与平移矩阵的行列式都等于 1,又由于任意个矩阵的积的行列式等于各个矩阵的行列式之积,故对于透镜的系统矩阵,其行列式之值等于 1。通常只使用 a, b, c 三个高斯常数。

可以将式(1-23)推广到具有多个透镜的光学系统,其系统矩阵的行列式仍等于 1。所以,可以把式(1-23)作为检验矩阵连乘运算(从而光学系统设计)是否正确的判据。

二、物像矩阵

对于任何光学系统,其系统矩阵的两个参考面是该系统的第一面和最后一面。参考面也可以选择互为共轭的物面和像面、物方单位平面和像方单位平面、物方焦平面和像方焦平面等等。当参考面选择为共轭的物面和像面时,相应的系统矩阵称为物像矩阵。

如图 1-2 所示, V_1, V_2 为透镜的顶点,图中还标注出物与像相对于顶点的位置。按照符号规则, P 和 V_1 之间的距离规定为 $t_1 = -l$ (这里的 l 是负值);而 V_2 和 P' 之间的距离应为 $t'_2 = l'$ 。容易证明,从物到像的完全的矩阵方程是

$$\begin{pmatrix} n'_2 \alpha'_2 \\ x'_2 \end{pmatrix}_{P'} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ l'/n'_2 & 1 \end{pmatrix}_{V_2} \begin{pmatrix} b & -a \\ -d & c \end{pmatrix}_{V_1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -l/n_1 & 1 \end{pmatrix}_P \begin{pmatrix} n_1 \alpha_1 \\ x_1 \end{pmatrix}_P$$

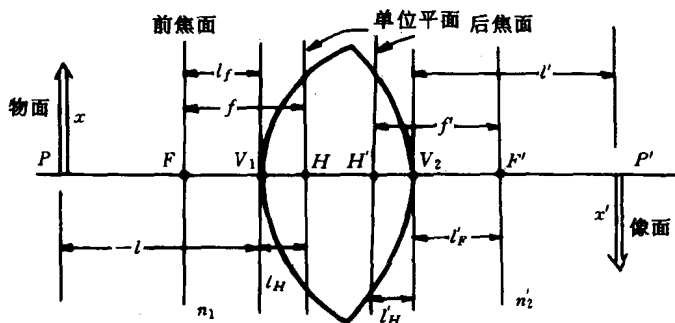


图 1-2 透镜的物像矩阵

$$= {}_{P'} \begin{pmatrix} b + al/n_1 & -a \\ \frac{bl'}{n_2} + \frac{all'}{n_1 n_2} - \frac{cl}{n_1} - d & c - \frac{al'}{n_2} \end{pmatrix}_P \begin{pmatrix} n_1 \alpha_1 \\ x_1 \end{pmatrix} \quad (1-24)$$

式中

$$S_{P'P} = \begin{pmatrix} b + al/n_1 & -a \\ \frac{bl'}{n_2} + \frac{all'}{n_1 n_2} - \frac{cl}{n_1} - d & c - \frac{al'}{n_2} \end{pmatrix} \quad (1-25)$$

即称为物像矩阵。

由于透镜的放大率 $M = x'/x$ ，而公式(1-24)表明， x'/x 依赖于射线从物体发出的倾角 α_1 ，因而对于不同的射线， M 是不相同的，这样会引起像的模糊。为了消除这种影响，要求物像矩阵 $S_{P'P}$ 左下角元素等于零，于是， M 简单地是

$$M = x'/x = c - al'/n_2 \quad (1-26)$$

另外，因 $S_{P'P}$ 的行列式等于 1，所以又有

$$b + al/n_1 = 1/M \quad (1-27)$$

这样，物像矩阵 $S_{P'P}$ 变成

$$S_{P'P} = {}_{P'} \begin{pmatrix} 1/M & -a \\ 0 & M \end{pmatrix}_P \quad (1-28)$$

从而公式(1-24)现在取下列形式：

$$\begin{pmatrix} n_2' \alpha_2' \\ x_2' \end{pmatrix}_{P'} = {}_{P'} \begin{pmatrix} 1/M & -a \\ 0 & M \end{pmatrix}_P \begin{pmatrix} n_1 \alpha_1 \\ x_1 \end{pmatrix} \quad (1-29)$$

三、高斯常数的物理意义

为了给高斯常数赋予物理意义，现考虑式(1-26)。令放大率 $M = +1$ ，这时根据单位平面的意义，图 1-2 中的物与像应各自位于相互共轭的一对单位平面上，后者与轴线的交点 H 和 H' 称为透镜的单位点或主点。于是令 $M = +1$ ，则 $l' = l_H$ ，式(1-26)遂变成

$$l_H = n_2'(c - 1)/a \quad (1-30)$$

而当 $l' = l_H$ 时， $l = l_H$ 。再考虑到 $S_{P'P}$ 的行列式等于 1，则由式(1-27)得

$$b + al_H/n_1 = 1 \rightarrow l_H = n_1(1 - b)/a \quad (1-31)$$

再其次,我们把式(1-29)应用于一条射线,该射线自物体发出时与系统轴线平行。这条射线的像必位于 $l' = l'_F$ 处,高度 $x' = 0$ 。由式(1-26)得

$$l'_F = n'_2 c / a \quad (1-32)$$

类似可得

$$l_F = -n_1 b / a \quad (1-33)$$

以上二式与式(1-30)、(1-31)结合,并从图 1-2 看出有

$$f' = l'_F - l'_H = n'_2 / a, f = l_F - l_H = -n_1 / a \quad (1-34)$$

在空气中,通常假定 $n_1 = n_2 = 1.0$,这时,上式简化为

$$-f = f' = 1/a \quad (1-35)$$

因此, a (在空气中)是焦距长度的倒数。顺便指出,即使介质不是空气,只要透镜两侧是相同的介质($n_1 = n_2$),就有一 $f = f'$ 。

为了明确 b, c 的意义,将式(1-34)代入式(1-33)、(1-32)得到(仍在空气中)

$$l_F = bf, l'_F = cf' \quad (1-36)$$

由此可见, b, c 分别规定比值 $l_F/f, l'_F/f'$ 。由图 1-2 看到,当 H, H' 位于透镜内部时, $b, c < 1$; 而当 H, H' 位于透镜外部时, $b, c > 1$ 。如果 f (或 f')已知,则 b, c 又反过来指示出 F 和 F' 点距透镜顶点多远。透镜设计师习惯于用后焦距这个名词去指示距离 l_F ,用意在于强调它与焦距 f' 不同。

四、例题

【例 1】试求如图 1-3 所示双透镜系统的 l_F, l'_F, l_H, l'_H, f 和 f' 。透镜系统的各个常数按表 1-1 给出。表的记法是: r 栏下第一个数是 r_1 ,第二个数是 r_2 ,余类推。折射率 n' 和间距 t' 的值放在相应的 r 值之间。

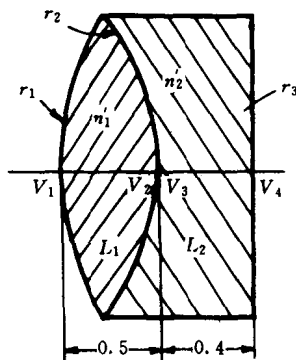


图 1-3 双透镜系统

表 1-1 透镜系统的各常数

r	n'	t'
1.0		
	1.50	0.5
-2.0		
	1.632	0.4
∞		

【解】计算此类问题的关键是求系统矩阵。有两种情况使运算变得非常简单:一种是透镜有公共界面,另一种是包含有平面折射面。本题的双透镜系统的情况正是这样,其系统矩阵可写成

$$S_{41} = S_{43} T_{32} S_{21} \quad (1-37)$$

式中, S_{43}, S_{21} 分别是透镜 2 和透镜 1 的系统矩阵, T_{32} 是光线由透镜 1 右界面进入透镜 2 左界面时的平移矩阵。因为这两个界面实为一公共界面,故可看作是经过了一个 $t'_2 = 0$ 的平移,遂有

$$T_{32} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ v_3 t'_2/n'_2 & 1 \end{pmatrix}_{v_2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}_{v_2}$$

这是一个单位矩阵,任何矩阵与它相乘,其结果不会发生变化。

对于那个平面界面,因 $r_3 = \infty$,故其光焦度 $K_3 = (n'_3 - n_3)/r_3 = 0$,相应的折射矩阵也是一个单位矩阵。

根据公式(1-20),代入数值计算可得

$$S_{21} = \begin{pmatrix} 1 & -K_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}_{v_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ v_2 t'_1/n'_1 & 1 \end{pmatrix}_{v_1} \begin{pmatrix} 1 & -K_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}_{v_1} = \begin{pmatrix} 0.978 & -0.555 \\ 0.33 & 0.835 \end{pmatrix}_{v_1}$$

类似地有

$$S_{43} = \begin{pmatrix} 1 & 0.066 \\ 0.245 & 0.984 \end{pmatrix}_{v_3}$$

将 S_{43} 、 S_{21} 及 T_{32} 代入式(1-37),最后算得

$$S_{41} = \begin{pmatrix} 0.956 & -0.610 \\ 0.564 & 0.686 \end{pmatrix}_{v_1}$$

于是有

$$a = 0.610, b = 0.956, c = 0.686$$

运用公式(1-23)可以对这些结果进行核对。

算出了系统矩阵后,利用前面给出的相应公式,就可算得最后结果如下:

$$l_H = n_1(1-b)/a = 0.0721, \quad l'_H = n'_2(c-1)/a = -0.515$$

$$l_F = -n_1 b/a = -1.57, \quad l'_F = n'_2 c/a = 1.12$$

$$f = -n_1/a = -1.64, \quad f' = n'_2/a = 1.64$$

计算结果表明,各基点对透镜不是对称排列的,但 f 、 f' 的量值相等。

【例 2】试证明节点相对于透镜顶点的位置由下列公式给出:

$$\frac{l_N}{n_1} = \frac{(n'_2/n_1) - b}{a}, \quad \frac{l'_N}{n'_2} = \frac{c - (n_1/n'_2)}{a} \quad (1-38)$$

并且当 $n_1 = n'_2$ 时,上式成为式(1-30)、(1-31)。

【解】首先介绍一下节点的概念。回到式(1-29),考虑一条由轴线 Z 上发出、倾角为 α_1 的射线,这时 $x = 0$,遂由物像矩阵方程得到

$$\begin{cases} n'_2 \alpha'_2 = n_1 \alpha_1 / M \\ x' = 0 \end{cases} \quad (1-39)$$

即像点在轴线上,且射线通过该点的倾角为 α'_2 。现在定义角放大率为 $\gamma = \alpha'_2 / \alpha_1$,由式(1-39)知,角放大率与横向放大率之间有下列关系:

$$\gamma M = n_1 / n'_2 \quad (1-40)$$

若透镜两边介质相同,则 $\gamma M = 1$ 或 $\gamma = 1/M$ 。

现在定义满足条件

$$\gamma = 1 \text{ 或 } \alpha'_2 = \alpha_1 \quad (1-41)$$

的两个点叫做节点,常用 N 、 N' 标记。系统的节点就是系统光轴上 $\gamma = 1$ 的两个共轭点。当透镜两边介质相同时,因 $\gamma M = 1$,故此时单位点与节点重合。