

高等师范专科学校教育学院协编教材

中学数学教材教法与初等数学研究

教 学 法

李 家 苑 主 编



西南师范大学出版社

中学数学教材教法与初等数学研究

教 学 法

李家莼 主编

西南师范大学出版社出版、发行

(重庆 北碚)

新华书店重庆发行所经销

四川省自贡新华印刷厂印刷

*

开本 787×1092 1/32 印张: 10.25 字数: 220 千

1989年8月第一版 1993年3月第3次印刷

印数: 7,201—12,200

*

ISBN 7-5621-0266-X/G·153

定价: 2.65元

第一章 初中数学教学 目的和内容

数学学科是中学阶段的重要基础学科。一名合格的初中数学教师，应该深刻理解初中数学的教学目的以及确定这些目的的依据，应该熟悉初中数学课程的内容和结构，清楚这些内容的确定和安排的原则。这对于指导整个数学教学过程、提高教学质量、顺利完成教学任务都是十分重要的。

1.1 初中数学教学的目的

内容提要：本节将讨论确定初中数学教学目的的主要依据；初中数学的教学目的；对初中数学教学目的的理解。

一、确定初中数学教学目的的依据。

初中数学教学的目的，是整个初中数学教学活动的出发点和归宿。无论是教师的教、学生的学、教学内容的选取和教材体系的安排，都得从教学目的出发，经过教师、学生和有关专家学者的共同活动，最终达到教学目的的要求。正确制订和理解初中数学教学目的，数学教学活动才有明确的方向，正确认识和贯彻初中数学的教学目的，数学教育的实践才能取得最佳效果。因此，对初中数学教学目的确定，必须有科学的分析和依据，我们认为，确定初中数学教学目的的主要依据应该是：社会发展对数学教育的要求；初中教育

的性质和任务；数学学科的基本特点；人的全面发展规律和学生的年龄特点等四个方面。

1. 社会发展对数学教育的要求。教育作为一种培养人的社会现象，其目的是要适应并促进社会的发展，为社会培养各级各类合格人材。现代社会是经济、文化、科学技术高速发展的社会，在科技领域，震撼世界的重大创造和发明不断出现，对整个人类社会影响最突出的有：原子能的利用，电子计算机的发明，空间技术的推进，分子生物学的形成，加上激光、合成材料，农业新技术和高能物理，合称为八大新兴领域。世界范围的新技术革命正在蓬勃兴起。数学的发展，从来都是和生产实践、科学技术的发展密切相关并互相推动的。廿世纪的数学，由于计算机进入数学领域，带动了一系列应用数学学科的建立和发展，不仅在物理学、天文学、化学方面，而且在现代生物学、考古学、医学、经济学、语言学等方面都在积极运用数学的思想和方法研究本学科所关注的重大问题，这就使得当前科学发展更有一种数学化的趋势，数学已渗透到几乎所有的科学领域中。

与世界的科技、经济发展形势相比，我国还比较落后。目前我国正处于由产品经济向社会主义商品经济转化的过渡时期，面对我国对外开放、对内搞活、经济体制改革已全面展开的形势，全社会已逐渐认识到科技的发展，经济的振兴乃至整个社会的进步都取决于劳动者素质的提高和大量合格人材的培养。党的十三大已把教育和科学列为发展国民经济的战略重点之一，并提出我们的教育要面向现代化、面向世界、面向未来。现代社会经济、科学技术突飞猛进的发展，数学知识的广泛应用，要求人人具有一定的数学素养，这就对数学教

育在培养人的智能结构方面提出了新的要求：通过中学数学教学，在向学生传授数学基础知识和基本技能的同时，培养和发展学生的能力，形成良好的智力和非智力品质。

2. 初中教育的性质和任务。初中教育是基础教育，它的任务是培养学生成为有理想、有道德、有文化、有纪律，热爱社会主义祖国和社会主义事业，不断追求新知识，具有实事求是、独立思考、勇于创造的 科学 精神的，德、智、体、美、劳全面发展的社会主义公民。初中教育又是九年制义务教育的重要组成部分，义务教育的实质是公民教育，它的任务是将全体学生培养成符合现代化建设要求的各级各类合格公民。基础教育为社会主义现代化建设服务，主要是通过提高学生的素质来实现，包括提高学生的思想品德素质、科学文化素质、身体素质、劳动技术素质等等。为每个社会公民今后的发展打下良好的基础，从而能广泛地适应社会的需要。为此，在制订初中数学教学目的和要求时，应该面向全体学生，使每一个学生都能根据各自能力的特点，加强基础、培养能力和发展智力。

3. 数学学科的基本特点。数学是研究现实世界的空间形式和数量关系的一门学科。它的基本特点是：

高度的抽象性。数学的抽象性是一般学科少见的。它的抽象性表现在不考虑事物所有其它方面的特性，只考虑事物的空间形式和数量关系这一特性。由于这一特性是事物的最一般的性质之一，这就使一方面我们对数学的研究可以由对具体的、个别事物的研究，推广到同类事物中去，也就是说它具有概括性。另方面我们可以用一些专用的抽象符号来对这一特性进行研究。如用字母表示数、用运算符号表示关系

等等。抽象符号的使用大大增加了数学的精确化，也进一步提高了数学的抽象性。

数学的又一特点是逻辑的严谨性。数学的严谨性主要表现在逻辑严密、结论精确。数学结论的得出不是依赖实验的直观，而是依靠严格的逻辑推证，在推证过程中，要求步步有根据，处处合符逻辑理论的要求。总之，无论是概念的定义、命题的论证或数学体系的形成，都是建立在科学的真理及逻辑推理的基础上的。

数学的第三个特点是应用的广泛性。由于数学的高度抽象性、概括性和严谨性，使其发展成为一门具有完整的理论和方法的科学。随着科学技术日益向定量化方面发展，数学知识、数学的思维方式和数学方法，日益成为研究一切科学技术的强有力的工具。现在已很难找到一个与数学无关的知识领域，这就是数学应用的广泛性。

由数学的上述特点决定了数学知识的实用价值和它在培养能力方面的训练价值，从而也确定了数学学科在中学是一门基础学科和工具学科的重要地位。

4. 人的全面发展规律和学生的年龄特征。在制订初中数学教学目的时还应该充分考虑人的全面发展规律和学生的年龄特征。现代社会应该是物质文明和精神文明统一的社会。在把青少年培养成“智能型”“创造型”人才的同时，要求青少年要能适应现代道德规范，具备现代审美修养、现代体魄标准和现代劳动观点。根据初中生的年龄特点，一方面他们的智能水平和社会实践经验比较缺乏，在基础知识和基本技能等方面对他们的要求不能偏深、偏高、偏广。另方面又要注意到初中生是由少年期向青年期过渡的时

期，他们的志趣、思想日趋成熟，思维逐渐严密，社会实践机会逐步增多，通过学习、培养，他们有能力学习一定的数学基础知识，掌握一定的基本技能技巧，形成一定的能力。充分考虑初中学生的年龄特征，提出恰当的目的要求，才能更好地调动学生的学习积极性和主动性，才能使每个学生的全部能力发展到他可能达到的最高程度。

我国幅员辽阔，各地区文化教育发展不平衡。经过心理学家研究证明，每一个正常的人，对于发展掌握中小学数学课程的能力都具有足够的素质。我们应该，也可能对社会每个成员的数学素养有一个基本的统一要求。特别对于绝大多数初中生来说，他们的文化基础，理解能力大体一致，我们可以通过数学课的教学，教给他们共同的基础知识和基本技能，这就是说初中数学的教学目的具有统一性。另外，初中数学教学目的虽然在一个时期里具有相对稳定性，但也不是一成不变的，它将随着人类的进步，社会的发展不断得到调整和发展。在发展过程中，要不断总结实践中的经验教训，注意继承传统目的中有价值的部分，根据社会需求和学生的实际，调整不恰当的要求和提出新的要求，使初中数学教学能更好地适应和促进社会发展的需要。

二、初中数学的教学目的。

1987年国家教委正式颁发了《全日制中学数学教学大纲》（后面简称新大纲）。这个新大纲是在1978年大纲的基础上，为适应推行九年制义务教育的新形势，总结了几年来实践的经验改写成的。新大纲中规定中学数学的教学目的是：使学生学好从事社会主义现代化建设和进一步学习现代科学技

术所必需的数学基础知识和基本技能，培养学生的运算能力、逻辑思维能力和空间想象能力，以逐步形成运用数学知识来分析和解决实际问题的能力。要培养学生对数学的兴趣，激励学生为实现四个现代化学好数学的积极性，培养学生的科学态度和辩证唯物主义的观点。

上述教学目的也就是初中数学的教学目的。

三、对初中数学教学目的的理解。

初中数学的教学目的概括起来讲，有加强基础（基础知识、基本技能）、培养能力（运算能力、逻辑思维能力和空间想象能力和运用数学知识来分析和解决问题的能力）和提高思想三个方面。对每个方面又有不同层次的要求，这就是说初中数学的教学目的具有多方面、多层次的特点。这是由于一方面初中数学教学目的是整个教育目标在初中数学的学科规定，它的目的要从属于整个教育目标。另一方面，基础教育是以提高学生的整体素质为宗旨，培养出来的学生要能广泛地适应社会的需要。下面，结合初中的实际谈谈我们对教学目的各个方面的理解。

1. 加强双基。初中数学教学活动的目的之一是：学生在教师的指导下，获得适应于社会生活、社会生产发展与进一步学习现代化科学技术所必需的数学基础知识和基本技能。这些基础知识和基本技能是由人们经过无数次的教学实践，不断地将零星的数学知识系统化、条理化，提取出人类社会生活、社会生产和进一步学习科学技术常用的，必需的，又经过无数次的教学实践证明为青少年所能接受的数学经验组成。初中数学中的基础知识除包括新大纲中规定掌握的初中代数、几何中的概念、法则、性质、公式、公理、定

理等,还包括由这些内容所反映出来的数学思想和数学方法,例如分类思想、整体(集合)思想、等量思想、函数思想、数形结合思想等数学思想,代入法、换元法、消元法、分析法、综合法、配方法、待定系数法等数学方法。初中数学中要培养的基本技能一般是指能算、会画、会作简单的推理,即按照一定的程序与步骤来进行的运算、作图或画图、简单的推理。

对于不同的时期,数学基础知识的内容不是一成不变的,它将随着社会生产、科学技术的变化发展而发展,确定教学内容时应遵循的“精减、增加、渗透”原则,正是这种思想的体现。

正确地理解和掌握基础知识和基本技能技巧的深度和广度也是很重要的。新大纲中对各部分内容各个层次的要求都规定得很详细,每个数学教师都要认真学习新大纲,密切联系教学实际,认真克服当前在数学教学中普遍存在的任意扩大知识的深度和广度,提高技能难度的训练,大搞“题海战术”的倾向,严格按照大纲的要求执教。

2. 培养能力.能力是直接影响人们顺利有效地完成有目的活动的心理特征。它是对思想材料进行加工的活动过程的概括。随着现代科学技术的飞速发展,知识更新的周期不断缩短,在灵活应用知识方面的要求也愈来愈高,学校教学无法在有限的时间内教给学生受用终生的知识,学生仅拥有知识,也无法适应现代社会的需要,因此,在传授知识的过程中培养学生的能力,比获取知识本身更显重要。在初中数学教学中主要“培养学生的运算能力、逻辑思维能力和空间想象能力,以逐步形成运用数学知识来分析和解决实际问题

的能力”。下面谈谈对这几种能力的理解：

运算能力：初中数学的运算包括数的计算、式的变形、解方程和不等式、求函数值和函数的运算、三角函数值的计算、各种平面图形中几何量的测量和计算等。运算能力的要求是通过扩大运算范围（数、式、方程、不等式、函数），学习新的计算方法（乘方、开方、对数计算、指数运算、三角计算等），算理清楚。经过训练，使学生牢固掌握和熟练运用运算法则；学会准确地使用数学符号，掌握正确的解题步骤，格式，能完整地表述运算过程；在保证运算正确的前提下，尽量提高运算速度。进一步还要能根据题目条件探求运算途径，寻求简捷、合理的解法。因此，运算能力实际是运算技能与逻辑推理能力的结合。培养和提高运算能力必须注意运算的正确性、合理性、简捷性、灵活性、抽象性和综合性。在初中数学教学中，培养学生具有较强的运算能力，将为进一步学习数学和其它学科打下良好的基础。

逻辑思维能力：逻辑思维能力是指人们能确定地、无矛盾地、有条理地去思考问题的能力。它是人们进行日常生活、工作和学习不可缺少的一种能力。逻辑思维能力是数学能力的核心，逻辑思维能力的形成需要学生通过对概念的深刻理解和灵活运用，逐步学会正确地进行判断和推理，且通过知识的形成和运用过程，逐步掌握观察、分类、类比、归纳、演绎、分析、综合、抽象和概括等常用的思维方法。在初中阶段对逻辑思维能力的基本要求是：能正确地理解和使用数学概念，逐步培养起思维的严谨性，逐步领会证明的意义，能将自然语言表达的数学命题正确地改用数学语言和符号来表达；能分析定理的条件和结论，并理解证明的合理

性，能正确地书写证明过程，进而逐步做到能清楚、简明地阐述自己的思想和观点；逐步培养学生具有思维的严谨性、思维的灵活性、思维的深刻性、思维的敏捷性和思维的批判性等良好的思维品质。

空间想象能力：空间想象能力是指人们对客观事物的空间形式及其符号表示进行观察、分析和抽象思考的能力。长期以来，人们一谈到空间想象能力马上就会联想到立体几何图形，认为空间想象能力的培养主要在立体几何教学中进行，其实这是一种认识的偏见。事实上，空间想象能力若按空间形式的维数来分，可分为一维、二维、三维以至 n 维的空间想象能力。若按想象内容的形态来分，可分为“几何型”和“代数型”。立体几何的教学在培养学生空间想象能力方面固然有其特殊重要的作用，但初中的代数教学和平面几何教学在这方面所起的作用也不可忽视。

培养初中学生空间想象能力的基本要求是：掌握所讲规范图形的特征；能从较复杂的平面图形中区分出基本图形，了解构成图形的基本元素间的基本关系；能由简单的空间图形反映出实物；能根据题意正确地画出平面图形，并借助图形来进行分析、推理和论证；掌握工具作图和基本的尺规作图，进而要求初步具备数形结合能力；在学习数轴、平面直角坐标系后，应用点与实数，平面上的点与有序实数对之间的一一对应，初步掌握代数概念、公式、法则等的几何意义，能给出一维、二维空间中的某些几何概念、命题的代数表示，初步培养起“代数问题几何化”与“几何问题代数化”的观念。总之，在初中数学教学中要充分重视对学生空间观念的培养，不注意这一点，将会给后一步的教学工作以

及今后学生的学习或工作带来困难。

运用数学知识来分析和解决实际问题的能力：所谓分析和解决实际问题的能力，一方面是指运用数学知识、数学的思维方式和方法去分析和解决数学问题的能力，及将实际问题转化为数学问题来处理的能力，另一方面也指善于运用数学的思维方式去思考问题、处理问题的能力。这不仅要求学生要具备运算能力、逻辑思维能力和空间想象能力等数学能力，还要具备注意力、观察力、记忆力、独立思考和自学能力等一般能力。只有这各种能力的综合协调作用，才能使学生形成较好的分析、解决实际问题的能力。在这多种能力中，良好的逻辑思维能力是发展其它各种能力的支撑点，所以在初中数学教学中，培养和发展学生的逻辑思维能力是培养各种能力的核心。

3. 提高思想。中学阶段是一个人的人生观、世界观逐渐形成的重要阶段。要把学生培养成德、智、体、美、劳全面发展的，有理想、有道德、有文化、有纪律的一代新人，思想品德教育是不容忽视的。新时期的思想工作单靠就事论事的说教已不能收到好的效果，应该寓思想教育于各种集体活动及各学科的教学活动中去。数学课的学科特点及其在中学课程中的重要地位，决定了数学教师应该，而且可以通过自己的教学活动，深入发掘教材中蕴含的思想内容，加强思想教育。对此，我们认为可以从下面几方面进行：

(1) 在数学教学过程中，结合数学的广泛应用，联系我国四化建设成就，从宏观宇宙科学的研究（如人造卫星、火箭的发射）到微观科学的研究（如电子对撞机的成功），都要以数学作为研究的基础。现代社会已经发展到从科技到

社会生活无处不应用数学的程度,以此激发学生为实现四个现代化而学习数学的热情.同时,要进一步培养学生学习数学的兴趣.爱因斯坦说:兴趣是最好的老师.无数的实例表明,在完成一件工作时,一个有能力而无兴趣的人往往不如一个能力稍差而有兴趣的人.特别对于初中学生,只有当他明确了学习目的并对数学产生了兴趣时,他才能以刻苦的精神、顽强的毅力去学习数学.

(2) 结合教材内容把我国数学史上的光辉成就介绍给学生,使学生认识到我国的数学在世界数学史里占有重要地位.近一百年来我国数学虽然落后了,但自廿世纪四十年代以来有一批青年数学家已相继进入世界先进行列.通过这些介绍以培养学生的爱国主义精神增强民族自尊心和民族自信心,激励学生为赶超世界先进水平而刻苦学习.

(3) 数学的特点之一是逻辑的严谨性.在教学中充分利用这一特点培养学生言必有据、一丝不苟、坚持真理、修正错误的实事求是的科学态度和严谨作风.

(4) 数学教材中蕴含有极为丰富的辩证唯物主义和历史唯物主义思想.例如数的产生和发展、运算方法的产生和法则等都是随生活、生产的需要和发展而逐步产生直至完善的;通过函数概念的学习了解唯物辩证法关于变化、发展和相互联系的观点等.各种概念和命题之间的相互联系和区别无不充满着辩证法.例如:“平行四边形”“矩形”“菱形”“正方形”等概念的相互联系和区别,体现着运动、变化、量变到质变、由一般到特殊和由特殊到一般的观点.

总之,深刻认识和发掘数学教学内容和方法中的唯物辩证思想,既有利于学生对知识的掌握,又有利于培养他们的

辩证唯物主义观点。

(5) 充分利用数学问题解法的灵活性、多样性特点, 鼓励学生独立思考, 标新立异, 以培养学生积极主动、独立思考、勇于创新的精神。

(6) 通过数学教学, 提高学生对数学美的感受、鉴赏和创造的能力。数学美的含义是丰富多采的。如数学概念的精确; 数学公式的简练、齐整; 数学定理的概括、典型; 数学图形的和谐、对称; 数学结构系统的协调、完备; 数学方法的奇妙、多样等等。在教学过程中, 教师要结合教学内容注意培养学生对数学美的感受能力, 提高学生对数学美的欣赏能力。这样作不仅能进一步培养学生学习数学的兴趣, 调动学生学习数学的积极性, 而且独特的审美感对于培养数学创造能力还有特殊的价值。

初中数学教学要达到的目的是多方面的, 而这各个方面的目的又是互相联系互相促进的。其中学好双基是基础, 培养能力是关键, 加强思想教育培养学生良好的个性品质则是灵魂。基础知识和基本技能是发展能力的基础, 没有知识就谈不上能力, 能力是知识的融会贯通和综合应用, 没有能力知识就失去了意义。思想品德是一个人的灵魂, 有了知识, 有了能力, 没有好的思想品德就不可能成为一个对国家、对人民有益的人。良好的个性品质还是学好双基, 培养能力的强大动力。

总的来讲, 通过初中数学教学要达到多方面、多层次的综合性目的, 只是具体到学习的不同时期和不同内容, 对各个目的各个方面各有侧重。

1.2 初中数学的教学内容

内容提要：正确选取和合理安排初中数学课程内容的原则；初中数学课程的主要内容。

一、初中数学课程内容的选取与安排。

初中数学教学内容的选取与编排，既是初中数学教学目的的体现和落实，又是教师进行教学活动的主要依据。怎样选取和合理安排初中数学的教学内容，每个初中数学教师都应该了解，这对于全面把握教材有着重要的意义。

历来，影响数学教学内容选择的因素很多：有社会的政治、经济、科技发展变化的影响；有数学自身和教育科学发展的影响；有学生认识能力和教师水平的影响；还有本国的传统习惯和国际水平的影响等等。如何科学地评价这诸多因素在影响教学内容选择中的地位，如何协调各种因素间的关系，这正是我们现在和将来要研究和解决的问题。

国家教委在新大纲中指出：中学数学要选择参加现代化建设和学习现代科学技术所必需的，并为学生所能接受的数学基础知识作为教学内容。新大纲在关于教学内容的安排中指出：教学内容的安排和阐述要符合唯物辩证法；要理论联系实际；要符合学生的年龄特征，有利于学生掌握基础知识，基本技能和发展能力；要有利于发挥教师的主导作用和调动学生的主动性与积极性。

根据新大纲精神，在选取与编排初中数学教学内容时要做到：

1. 根据教学目的精选教学内容。认真贯彻“精减、增加、渗透”六字方针。

精减：精减传统的中学教学内容。应从传统教学内容中精选参加工农业生产和学习现代科学技术所必需的 基础知识。删减用处不大的内容。教学内容力求做到“少而精”。

增加：适当增加一些具有实用价值和培养价值的内容。在初中阶段增加了统计初步知识，在高中阶段增加极限的简单应用和概率的初步知识作为选学内容。

渗透：教学内容应体现时代性，初中教学适当渗透集合、对应等现代数学思想。

2. 必须具有鲜明的思想性。要有利于对学生进行思想教育，也要有利于学生良好个性品质的形成和科学态度的培养。

3. 必须具有科学性。既要考虑数学自身的特点及知识的系统性，又要考虑作为学科的数学与作为科学的数学的区别。

作为中学学科的数学与作为科学的数学，它们有着紧密的联系同时又有明显的区别。作为科学的数学，它的任务在于揭示客观世界中空间形式和数量关系及其运动变化等数学现象的规律。它的结构以专著的形式出现，作用在于让有关的专家、学者明确并信服相应数学理论的真实性。因而在论述上力求论证严谨，结论精确、逻辑上严密无误，并不过多地考虑一般读者是否能看懂的问题。而作为中学学科的数学，它的任务在于向中学生传授最必要，最基本的数学知识和技能，以形成初步的数学观念。它的内容脱胎于科学数学，以教材的形式出现。数学教材一方面要求充分体现数学科学的

特点,在相应的理论和方法上要与科学数学保持一致性,另一方面又要符合学生年龄特点,有利于教师的教和学生的学,有利于基础教育培养目标的实现,因而在知识的系统性和逻辑的严谨性方面要求没有科学的数学那么高,但强调趣味性、直观性和启发性.根据数学的研究对象,作为课程的初中数学相应的有代数、几何、近代函数概念和微积分方法的出现形成了在数学领域中占有重要地位的分析学.现代数学各分支都是在代数、几何和分析这三科基础上产生和发展起来的.这三科构成了数学知识结构的三大支柱.中学数学课程则是这三科内容恰当配合的整体.

4. 必须有符合实际的实用性.这一方面是指学习的知识要为今后参加工农业生产和进一步学习科学技术打好基础,另一方面是指要符合教师和学生的实际水平.要大多数教师教得了,大多数学生学得好.因此在教学内容的选取和编排上,不仅要注意教学体系的建立,还必须注意由浅入深,由易到难,循序渐进符合学生的接受能力,符合学生的认知规律.要具有直观性、趣味性和启发性,把学生的认知结构与科学知识结构有机地结合起来.

5. 必须具有整体性.既要注意数学各部分内容的内在联系以及它们之间的相互关系,又要照顾到初、高中的分段以及同物理、化学等学科的相互配合协调发展.

总的来讲,初中数学教学内容的选取与编排,一是根据需要,即时代的需要,培养目标的需要,二是根据可能.由于初中数学的教学目的具有统一性和发展性,初中数学的教学内容也要随社会科学技术、经济的发展,青少年认识能力的提高,教育科学的发展而不断变化.根据我国社会主义建设