

数学工具软件丛书

Mathematica 4

实例教程

晨曦工作室 编著
荀 飞



中国电力出版社
www.cepp.com.cn

中国电力出版社

数学工具软件丛书

Mathematica 4

实例教程

晨曦工作室 编著
荀 飞

中国电力出版社

内 容 提 要

Mathematica 4 是当今世界唯一用于科技计算的完全集成环境,自面世以来,对科技及许多其他领域的计算机应用产生了深刻的影响,被广泛应用于各种数学问题的处理及工程计算上。本书详细介绍了 Mathematica 4 的各项功能,讲解了在代数运算、逻辑、矩阵、图形等方面的 Mathematica 4 函数命令的使用方法。本书有大量实例,使初学者短期即可入门,是工程技术人员、高等院校学生的理想选择。

图书在版编目(CIP)数据

Mathematica 4 实例教程/荀飞 编著.-北京:中国电力出版社,2000.8
ISBN 7-5083-0356-3

I .M… II .荀… III .应用软件, Mathematica 4.0-教材
IV.TP317

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 32179 号

中国电力出版社出版、发行

(北京三里河路 6 号 100044 <http://www.infopower.com.cn>)

三河市实验小学印刷厂印刷

各地新华书店经售

*

2000 年 7 月第一版 2000 年 7 月北京第一次印刷

787 毫米×1092 毫米 16 开本 17.25 印张 388 千字

定价 24.00 元

版 权 所 有 翻 印 必 究

(本书如有印装质量问题,我社发行部负责退换)

前 言

Mathematica 是当今世界用于科技计算的难得的一个完全集成的环境。从 1988 年第一次发布以来，它对科技及很多其他领域的计算机使用方式产生了深刻的影响。

人们常说 Mathematica 的发布标志着现代科技计算的开始。虽然从 60 年代开始，用于特定的数值、代数、图形及其余一些工作的软件包已经存在。但 Mathematica 的理想是一劳永逸地建立一个能统一处理科技计算所有问题的单一系统。使这个梦想得以实现的重要一步是一种新的计算机符号语言的发明，它第一次实现了仅使用非常少的基础本原去处理科技计算中相当多的问题。

当 Mathematica 1.0 发布时，纽约时代杂志称其为“不容忽视的重要软件”，而商业周报后来将 Mathematica 列在那年最重要的十大新产品的名单中。Mathematica 作为一项理论和实践的革新，在技术领域迅速流行开来。

Mathematica 的用户大部分是科技人员，但 Mathematica 也被大量地用于教育，现在有成百上千的课程——从高中课程到研究生课程——用它作基础。随着各种学生版的发布，Mathematica 也已成为全世界各种不同专业学生的重要工具。

Mathematica 用户之广泛令人吃惊，它横跨所有大陆，包括所有年龄段的人，并且包括艺术家、作曲家、语言学家和律师。也有很多人使用 Mathematica 去促进他们对科学，数学和计算机的爱好。

Mathematica 4 是 Mathematica 的最新版本，它在结构优化等方面有了很大的进步。在本书中，我们全面系统地介绍了 Mathematica 的功能、特点以及使用方法等。

本书在编写过程中考虑到读者的不同背景，由浅入深。如果你是初学者，那么前面的基础知识对你迅速熟悉了解 Mathematica 将会有很大帮助。如果你已经对 Mathematica 有一定的了解，那么你可以直接翻阅你感兴趣的章节，查阅你所需的内容。为了便于大家查阅学习，我们在本书编写过程中尽量使各章具有相对独立性。在每一章中，我们结合对 Mathematica 功能的介绍，给出了大量的实例，例子从简单到复杂，有利于读者迅速掌握 Mathematica 的使用。

编 者

2000 年 4 月 于北京

目 录

前言

第一章 Mathematica 概述	1
1.1 数值计算	1
1.2 变换规则和定义	4
1.3 代数运算	4
1.4 数学符号	6
1.5 解方程或方程组	7
1.6 表	7
1.7 矩阵	8
1.8 图形	9
1.9 编程	11
1.10 安装与运行 Mathematica	12
1.11 Mathematica 4 的新特性	14
第二章 Mathematica 中的基本量	17
2.1 数与数的表示	17
2.2 变量	23
2.3 函数	26
2.4 表	37
2.5 表达式	45
2.6 Mathematica 中常用符号小结	50
第三章 初等代数运算	52
3.1 多项式的运算	52
3.2 解方程	62
3.3 求和与求积	73
3.4 三角函数	76
第四章 微积分	79
4.1 微分与积分	79
4.2 积分变换和相关操作	99
4.3 广义函数及其相关对象	104
4.4 微分方程	107

第五章 极限与幂级数	121
5.1 求极限	121
5.2 幂级数运算	124
第六章 线性代数	133
6.1 矩阵	133
6.2 矩阵运算	139
6.3 特征值和特征向量	147
6.4 矩阵分解	149
6.5 求解线性方程组	152
第七章 数据处理	156
7.1 曲线拟合	156
7.2 近似函数与插值法	162
7.3 Fourier 变换	166
7.4 极小值	168
7.5 线性规划	169
第八章 图形和声音	172
8.1 二维函数图形	172
8.2 等值线与密度图	189
8.3 图形结构	192
8.4 二维图形元素	194
8.5 图形样式	199
8.6 三维函数图形	203
8.7 三维图形基元	210
8.8 一些特殊图形	213
8.9 动态图形	215
8.10 声音	216
第九章 变换规则与函数	218
9.1 转换规则	218
9.2 函数定义	220
9.3 立即赋值和延时赋值	224
9.4 具有不定数目变量的函数	227
9.5 函数属性	229
9.6 纯函数	235
第十章 Mathematica 编程	238
10.1 模块或块中的变量	238

10.2	条件结构	240
10.3	循环结构	244
10.4	构造程序包	249
10.5	设定 Mathematica 工作目录	252
附录	Mathematica 函数及其意义	254

第一章 Mathematica 概述

Mathematica 是美国 Wolfram Research 公司开发的优秀数学软件，它是在一个完全集成环境下的符号运算系统。它的研究对象从初等数学到高等数学，几乎涉及所有的数学学科，包括各种数学表达式的化简、多项式的四则运算、求最大公因式、因式分解、常微分和偏微分方程的解函数，以及各种特殊函数的推导、函数的幂级数的展开、求极限、矩阵和行列式的各种运算、线性方程组的符号解等。另外，Mathematica 还有很强的绘图功能，而且能够让有些计算机发出声音来。

开始使用 Mathematica 时，你不必担心你是否能够学会，其实它就和开始使用电子计算器一样简单。你输入你将要做的计算，Mathematica 就会为你返回结果。例如输入“2+3”，那么将会输出“5”。

```
In[1]:= 2+3
```

```
Out[1]= 5
```

 注意：

In[1]:=和 Out[1]=是系统自动加上的，你就不必费劲地输入它们了。

而你所需要做的主要事情就是如何用 Mathematica 的语言来描述你的计算。在很多情况下，你会发现这种语言和你在数学中、在一般的计算机语言中所使用的习惯很接近。

本章开始描述如何用 Mathematica 做数值计算。你可以一边看着书，一边上机学习，而不必先把本书研究一遍。在你阅读本章过程中，你将了解许多 Mathematica 能做的事情，你会看到它是如何做代数运算、如何作图、如何生成自己的函数。当你阅读完本章后，你就能明白 Mathematica 的一些基本功能，熟悉 Mathematica 的一些基本语法，并且能够用 Mathematica 处理一些基本的问题。

1.1 数值计算

本节主要说明使用 Mathematica 作算术计算就像你曾使用的计算器一样简单。例如输入“1.2+3.4”，然后按 Shift+Enter 组合键，或者直接按小键盘上的 Enter 回车键，系统则会输出“4.6”，如下列表达式：

```
In[1]:= 1.2+3.4
```

```
Out[1]= 4.6
```


上式是表示两个数的和。

在 Mathematica 中，空格代表相乘，当然用 “*” 表示相乘也可以，如：

In[2]:= 2 2*3

Out[2]= 12

Mathematica 中 “/” 代表除法，“^” 代表乘幂，如：

In[3]:= 3^2/2

Out[3]= 9/2

跟我们的一般习惯相同的是我们可以用括号来改变运算符的优先级，如：

In[4]:= (1+2)(2+3)-3(1+3)

Out[4]= 3

在这种情况下，空格或乘号可以省略。

 注意：

Mathematica 中的算术运算符的优先级是按照标准的数学规则组合的。

表 1-1 给出 Mathematica 中基本算术运算符。

表 1-1 Mathematica 中的算术运算符

算术运算符	示 例	意 义
+	$x+y+z$	加
-	$x-y$	减
空格或*	$x\ y\ z$ 或 $x*y*z$	乘
/	x/y	除
^	x^y	乘幂

Mathematica 在算术计算中又与计算器有所不同，比如说它能更精确地给出计算结果。

下式用 Mathematica 给出 3^{50} 的一个精确结果：

In[1]:= 3^50

Out[1]= 717897987691852588770249

你可以像计算器那样要求 Mathematica 给出一个近似结果。例如，使用 N 函数得到上面近似的计算结果：

In[2]:= N[%]

Out[2]= 7.17898 10²³

 注意:

“%”表示以前所有结果中的最新结果，即上一次计算结果。

也可以用“/N”来结束输入行得到一近似结果，如：

```
In[3]:= 3^50/N
```

```
Out[3]= 7.17898 1023
```

“N”代表“numerical”，“N”必须是大写字母。

在 Mathematica 中你可以得到你需要的任何精度的结果。下面给出计算 $\sqrt{5}$ 精确到 40 位的结果。

```
In[4]:= N[Sqrt[5],40]
```

```
Out[4]= 3.162277660168379331998893544432718533720
```

Mathematica 也可以处理复数问题。在 Mathematica 中 $I=\sqrt{-1}$ ，下面是复数 $(1+2i)^{10}$ 的结果：

```
In[5]:= (1+2 I)^10
```

```
Out[5]= 237-3116 I
```

Mathematica 还能够计算所有标准数学函数。

下式给出三角函数 $\sin 3.5$ 的值，注意输入格式：

```
In[6]:= Sin[3.5]
```

```
Out[6]= -0.350783
```

 注意:

Mathematica 中三角函数的自变量总是以弧度为单位的。

同样，你也可以计算数学函数到你需要的精度。下面给出函数 $\text{Log}[3,20]$ 精度为 40 位的结果：

```
In[7]:= N[Log[3,20],40]
```

```
Out[7]= 2.726833027860842041396094636364162104907
```

在 Mathematica 中，数值运算的准则是使输出结果尽量准确。整数、有理数、复数和数学常数之间的运算总是精确的。它在处理不同精度的近似数的混合运算时，也总是保持最大可能精度的计算结果。

几个数相乘时，一般的规则是所得结果的精度与其中精确度最低的数相同。几个数相加时，涉及的是准确度而不是精确度。

有时，你可能发现所得的结果比输入的数精度低，通常这是因为舍入而产生误差。在计算中要注意避免两个相近的高精度数相减，以避免减少有效位数。

1.2 变换规则和定义

变换规则是指表达式的变量替换或赋值运算。Mathematica 提供了变换规则的运算与定义功能。下面是在代数式 $2+3x$ 中进行 $x \rightarrow 3$ 的变换：

```
In[1]:= 2 + 3x /. x -> 3
```

```
Out[1]= 11
```

下面是对代数式 $3+2x^2+x^3$ 进行了从 $x \rightarrow 2+b$ 的变换：

```
In[2]:= 3+2x ^2+x^3 /. x -> 2+b
```

```
Out[2]= 3+2 (2+b)^2 + (2+b)^3
```

Mathematica 允许对任何表达式实施变换，如：

```
In[3]:= {x^2,x^3,x^4}/.{x^3->u,x^n->p[n]}
```

```
Out[3]= p[2],u,p[4]
```

这是 mathematica 一个函数的定义。它规定了 x^n 要由 $p[n]$ 来替换，但同时因为 x^3 已经被另外定义了，故它不参加 $p[n]$ 的变换。

Mathematica 允许你对任意表达式定义变换规则。下面定义一个函数的变换规则，取变量的乘方：

```
In[4]:= f[x_]:=x^2
```

定义后 Mathematica 会自动使用已定义的规则，如：

```
In[5]:= f[2]
```

```
Out[5]= 4
```

下面是一个较复杂的变换：

```
In[6]:= f[3x+x^2]
```

```
Out[6]= (3x+x^2)^2
```

1.3 代数运算

Mathematica 不但能进行数值计算，而且还能像做数值运算一样做代数运算，这是它很重要的一个特性。

正如 1.2 节讨论的，在 Mathematica 中，你既可以给变量赋数字值，也可以给变量赋符号值。

下式给 x 置值为 3：

```
In[1]:= x=3
```

```
Out[1]= 3
```

下式给 y 赋符号值 2+u:

```
In[2]:= y=2+u
```

```
Out[2]= 2+u
```

当你调用 x 或 y 时, 即当你输入包含 x 或 y 的表达式时, Mathematica 将在所有的地方用你赋的值替代它们, 如:

```
In[3]:= x+y^2
```

```
Out[3]= 3 + (2+u)^2
```

同样, 在你使用完一个变量后, 你可以清除它的值, 如:

```
In[4]:= x=.
```

使用完一个变量后, 清除它的值是一个很重要的工作, 这样一方面可让你达到偷懒的目的, 不必记住很多东西; 另一方面可避免由于你忘记变量的意义而带来的错误。

根据需要的不同, 代数表达式可有多种不同的表示形式。例如表达式 “ $(x+y)^2$ ” 可以写成 “ $x^2+2xy+y^2$ ” 的形式, 另外, 有时我们还需要得到最简表达式。在 Mathematica 中提供很多表达式之间转换的关系函数。

展开表达式 “ $(x+y)^2$ ” 成其展开形式, 如:

```
In[1]:= Expand[(x+y)^2]
```

```
Out[1]= x^2+2xy+y^2
```

恢复原形式:

```
In[2]:= Factor[%]
```

```
Out[2]= (x+y)^2
```

用 Simplify 也可把 “ $x^2+2xy+y^2$ ” 写成因子的形式:

```
In[3]:= Simplify[x^2+2x y+y^2]
```

```
Out[3]= (x+y)^2
```

Simplify 函数能把复杂的式子简单化, 如:

```
In[6]:= Simplify[1/(1+1/(1+x))+1/(2(1-x))]
```

```
Out[6]= 1/(2-2x)+(1+x)/(2+x)
```

1.4 数学符号

Mathematica 同样具有处理符号表达式的能力，微分、积分、和与积等都是很典型的例子。

下式给出“ x^2+2x+3 ”的微分：

```
In[1]:= D[x^2+2x+3,x]
```

```
Out[1]= 2+2 x
```

Mathematica 可以对所有标准函数进行微分，如：

```
In[2]:= D[Tan[x],x]
```

```
Out[2]= Sec [x]^2
```

下式是 Mathematica 中的积分 $\int (x^2+2x+1)dx$

```
In[3]:= Integrate[x^2+2 x+1,x]
```

```
Out[3]= x+x^2+x^3/3
```

 注意：

不是所有的数学函数都可以积分得到一个明确的形式，不过对于定积分可以得到数值解。

下式积分不能得到它的标准函数形式，Mathematica 保持原形式不变，如：

```
In[4]:= Integrate[Sin[Cos[x]],x]
```

```
Out[4]=  $\int \text{Sin}[\text{Cos}[x]]dx$ 
```

```
In[5]:= Integrate[Sin[Cos[x]],{x,0,1}]
```

```
Out[5]=  $\int_0^1 \text{Sin}[\text{Cos}[x]]dx$ 
```

```
In[6]:= N[%]
```

```
Out[6]= 0.738643
```

下式是和的形式。

```
In[7]:= Sum[i x^i,{i,1,10}]
```

```
Out[7]=  $x + 2 x^2 + 3 x^3 + 4 x^4 + 5 x^5 + 6 x^6 + 7 x^7 + 8 x^8 + 9 x^9 + 10 x^{10}$ 
```

如果下限为“1”时可以忽略不写：

```
In[8]:= Sum[i x^i,{i, 10}]
```

```
Out[8]= x + 2 x^2 + 3 x^3 + 4 x^4 + 5 x^5 + 6 x^6 + 7 x^7 + 8 x^8 + 9 x^9 + 10 x^10
```

积的处理方式跟和类似。

1.5 解方程或方程组

对于像 $x^2-3x+3=0$ 这样的方程，常需要解这样的方程以求得 x 的精确解。下式给出了二次方程 $x^2-3x+3=0$ 的两个解，给出的解代替了 x ：

```
In[1]:= Solve[x^2-3x+3==0,x]
```

```
Out[1]= {{x->1/2 (3 - I Sqrt[3])}, {x->1/2 (3 + I Sqrt[3])}}
```

下式是其数值解：

```
In[2]:= N[%]
```

```
Out[2]= {{x->1.5-0.866025 I}, {x->1.5+0.866025 I}}
```

下面是解一简单的线性方程组：

```
In[3]:= Solve[{a x+b y==0,x+y==c},{x,y}]
```

```
Out[3]= {{x->- (bc/(a-b))}, {y->ac/(a-b)}}
```

用 FindRoot 函数能够求解超越方程组。下面给出一组线性方程组在 $x=1$, $y=0$ 附近的解：

```
In[4]:= FindRoot[{Sin[x]==x-y,Cos[y]==x+y},{x,1},{y,0}]
```

```
Out[4]= {x->0.883401,y->0.1105}
```

1.6 表

在做计算时，把相关的几个对象放在一起是很有好处的。在 Mathematica 中提供了表作为搜集对象的一种方法，我们可以把表看作一个实体。

下面是一个由四个数组成的一个表：

```
In[1]:= {2,1,4,3}
```

```
Out[1]= {2,1,4,3}
```

因为可以把表当作一个单个的实体，故可以对它做算术运算或把它赋给一个变量。下面对表中每个数加 3：

```
In[2]:= %+3
```

```
Out[2]= {5,4,7,6}
```

也可以对上表进行任何算术运算:

```
In[3]:= %^2-3 %+2
```

```
Out[3]= {12,6,30,20}
```

给表命名或是说把表赋给一变量 w:

```
In[4]:= w={2,1,4,3}
```

```
Out[4]= {2,1,4,3}
```

变量与表做运算:

```
In[5]:= w+{1,2,3,4}
```

```
Out[5]= {3,3,7,7}
```

注意:

变量与表做运算时,一定要保证它们对应个数相同。

```
In[6]:= w=.
```

也可用 Table 函数生成一个表,下面列出了前 10 个自然数的阶乘:

```
In[7]:= Table[n!,{n,1,10}]
```

```
Out[7]= {1,2,6,24,120,720,5040,40320,362880,3628800}
```

求上述各数的正弦函数值:

```
In[8]:= N[Sin[%]]
```

```
Out[8]={0.841471,0.909297,-0.279415,-0.905578,0.580611,-.544072,0.774158,0.717275,
0.793031,0.263922}
```

1.7 矩阵

Mathematica 中可用集合的形式来表示矩阵。下面这个矩阵是 (i, j) 处的值等于 (1/(i+j+1)):

```
In[1]:= x=Table[1/(i+j+1),{i,3},{j,3}]
```

```
Out[1]= {{1/3, 1/4, 1/5}, {1/4, 1/5, 1/6}, {1/5, 1/6, 1/7}}
```

下面求这个矩阵的逆矩阵:

```
In[2]:= Inverse[x]
```

```
Out[2]= {{300,-900,630},{-900,2880,-2100},{630,-2100,1575}}
```

方阵乘上它的逆矩阵等于单位矩阵。

```
In[3]:= x.%
```

```
Out[3]= {{1,0,0},{0,1,0},{0,0,1}}
```

☛ 注意:

矩阵相乘时运算符号用点乘 “.”。

下面生成一个带参数的矩阵，这个矩阵是在对角线上都减去 x ：

```
In[4]:= x-y IdentityMatrix[3]
```

```
Out[4]= {{1/3-y, 1/4, 1/5}, {1/4, 1/5-y, 1/6}, {1/5, 1/6, 1/7-y}}
```

这个新的矩阵行列式的值称为原来矩阵的特征多项式：

```
In[5]:= Det[%]
```

```
Out[5]=  $\frac{1}{378000} - \frac{317y}{25200} + \frac{71y^2}{105} - y^3$ 
```

使用函数 `Eigenvalues[N[m]]`，可以直接得到矩阵 x 的特征值：

```
In[6]:= Eigenvalues[N[x]]
```

```
Out[6]= {0.657051, 0.0189263, 0.000212737}
```

Mathematica 也可以计算符号矩阵。

1.8 图形

下面是调用 `Plot` 函数作图命令，绘出 $\tan[x]$ 在区域 $[-3, 3]$ 上的图形，参见图 1-1。

```
In[1]:= Plot[3Cos[x]+2Cos[2x]+Cos[3x],{x,-3 π,3 π}]
```

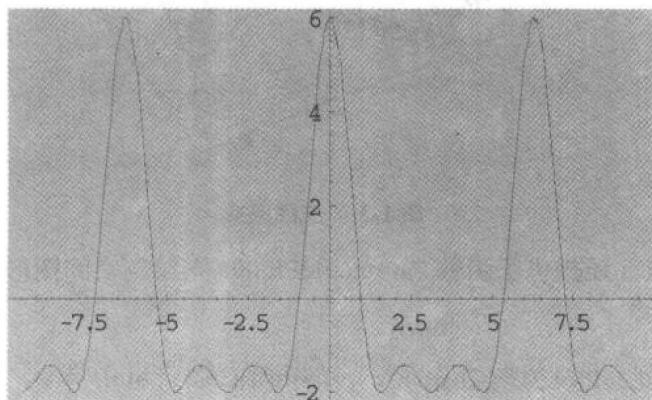


图 1-1 一个简单的三角函数图形

Mathematica 在绘图时会尽量找出合适的比例来显示图形。同时 Mathematica 提供多种选择, 以帮助你准确地得到你想要得到的图形, 参见图 1-2。下式为绘图语句:

```
In[2]:= Show[%,Frame->True,FrameLabel->{"Time","Singnal"},
GridLines->Automatic]
```

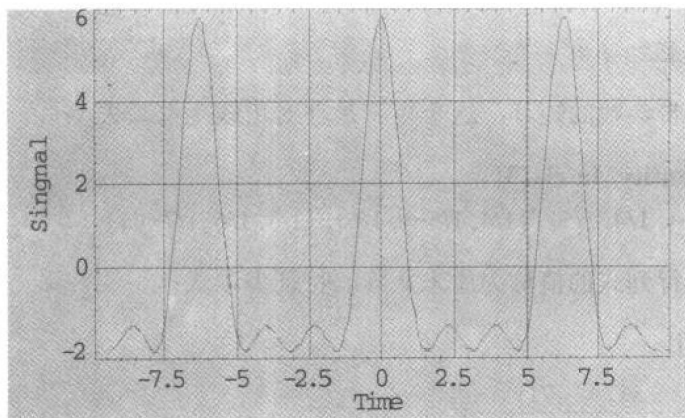


图 1-2 用框架定制后的图形

Mathematica 使用函数 Plot3D 绘制出三维图形, 下面图 1-3 是函数 $\sin(x+\sin(y))$ 的三维图形, 绘图语句为:

```
In[3]:= Plot3D[Sin[x+Sin[y]},{x,-3,3},{y,-3,3}]
```

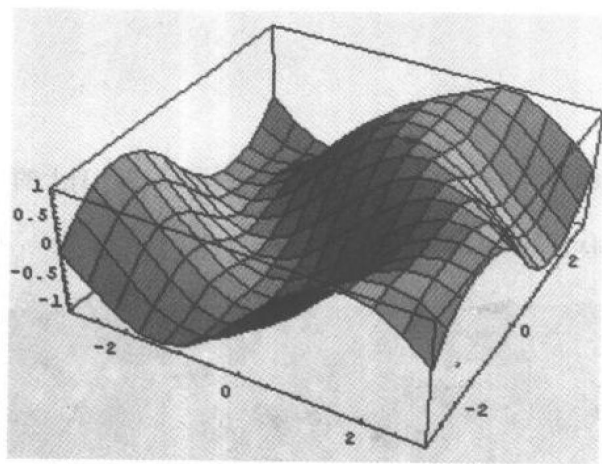


图 1-3 三维图形

另外 Mathematica 还提供了函数 ParametricPlot3D 来绘制空间图形, 参见图 1-4。表达式如下:

```
In[3]:= ParametricPlot 3D[{Cos[u]Cos[v],Sin[u]Cos[v],Sin[v]},
{u,0,2Pi,Pi/20},{v,-Pi/2,Pi/2,Pi/10}]
```