

HUISE XITONG LILUN QIANSHU

曹鸿兴  
郑耀文  
顾今 编著

# 灰色系统理论浅述

高等教育出版社

# 灰色系统理论浅述

曹鸿兴

郑耀文

顾今

高等教育出版社

## 内 容 简 介

本书从介绍信息、控制和系统等基本概念出发，论述了灰色系统理论的某些基本问题，介绍了若干实用性方法，并给出了详列计算步骤的实际例子。考虑到微型计算机的普及，书中附加了BASIC和FORTRAN程序，以便于读者使用。

本书既可作为对灰色系统理论有兴趣的一般读者的普及读物，也可供经济、社会、农业、林业、大气科学和海洋学等许多领域的实际工作者参考。

## 灰色系统理论浅述

曹鸿兴

郑耀文

顾今

责任编辑 张京裔

气象出版社出版

(北京西郊白石桥路46号)

燕华营印刷厂印刷

气象出版社发行 全国各地新华书店经售

开本：787×1092 1/32 印张：4 字数：87千字

1988年10月第一版 1988年10月第一次印刷

印数：1—2000 定价：1.40元

ISBN 7-5029-0162-0/O·0008

## 前　　言

自本世纪四十年代以来，控制论、信息论和系统论先后问世，对科学技术和社会生活都产生了巨大影响。“三论”犹如江河中的三股巨浪，拍击着所到之处的岸壁，冲积出新岛绿洲。如其中有经济控制论、信息系统理论、生态系统理论、系统哲学等。可以说，灰色系统理论正是生长在其中的一个新支，它是由中国邓聚龙教授于1982年提出并加以发展的。凡年来，引起了不少国内外学者的兴趣，在实际应用中也取得了一批成果。因此了解这方面的知识有助于学习当代各种科学，开阔思路，以利进一步从事探索和开创工作。

灰色系统可以一般性地定义为既有确知信息又含有未知信息的系统，它是介于信息完全知道的白色系统和一无所知的黑色系统之间的中介系统。带有中介性的事物往往具有独特的性能，值得开发。介于导体和绝缘体之间的半导体，本世纪六十年代脱颖而出即为一例。正如在中国国画界流行的一句名言所说的：

“妙在似与不似之间”

作为新兴学科分支之一——灰色系统理论——需要让更多的读者了解。本书是普及这一理论的一个尝试。力图让具有高中文化水平的读者都能读懂。

书中一开始介绍了系统、信息与控制等现代技术科学的基本概念与基本问题，接着就一些有实用价值的论题，如关联分析、灰色建模与预测等进行了论述。灰色控制与决策等并未涉及，因为它们需用到更多的数学知识，不是一本小书

AAE40/04

所能负担的。

灰色建模中要用到较多的数学知识，如常微分方程的解，矩阵运算、逆矩阵求解以及最小二乘法等都作为附录给出。不熟悉这些知识的读者只要理解了正文，就可把灰色模型应用到实际工作中去。

作者向江苏省气象台朱正心、气象科学研究院李瑞芸、翁文洁、魏凤英、刘玉河和王淑凤等表示感谢，没有他们协助计算、绘图，本书是难以完成的。本书成书仓促，差错在所难免，欢迎批评指正。

作 者

1987年7月15日

## 目 录

第一章 绪 论.....	( 1 )
一、信息及其数学表达.....	( 1 )
二、什么是控制论.....	( 8 )
三、黑箱问题.....	( 10 )
第二章 系统与灰色系统.....	( 12 )
一、系统与系统论.....	( 12 )
二、灰色系统的定义和特点.....	( 15 )
三、灰色系统理论的研究内容.....	( 16 )
第三章 灰色系统的数学问题.....	( 18 )
一、灰色概念与灰数.....	( 18 )
二、灰代数方程、灰矩阵与灰微分方程.....	( 23 )
第四章 关联分析.....	( 26 )
一、关联分析的含义.....	( 26 )
二、绝对值关联度.....	( 27 )
三、速率关联度.....	( 34 )
第五章 灰色建模与预测.....	( 41 )
一、数据的预处理.....	( 41 )
二、建模原理.....	( 43 )
三、残差模型与二变量模型.....	( 47 )
四、灾变预测.....	( 49 )
五、多阈值预测.....	( 55 )
第六章 应用实例.....	( 64 )
一、商情预测.....	( 64 )

二、国民经济产值预报	( 65 )
三、厄尼诺事件的预告	( 67 )
四、产值与收入、储蓄关系的关联分析	( 68 )
五、投资与收入的优势分析	( 73 )
六、危害红松的因素分析	( 76 )
附录1 一阶常微分方程的解	( 79 )
附录2 矩阵	( 81 )
附录3 最小二乘估计	( 89 )
附录4 BASIC程序	( 92 )
附录5 FORTRAN程序	( 115 )

# 第一章 緒論

在第二次世界大战期间，由于军事上的需要，刺激人们去研究诸如火炮跟踪、远距离通讯等技术问题，与此同时，原子弹和电子计算机的研制也在进行。这些科学技术的研究成果直接导致了40年代后期信息论、控制论和系统论的诞生。  
故名思义，当时信息论是研究通讯系统的，控制论是在自动调整原理基础上发展的关于自动控制的一般性理论，系统论则是从事物的整体性、层次结构和动态特征等观点来研究一般系统的理论。三论的研究对象、方法与物理、化学等学科的大不相同，它从一个全新的角度来研究物质的运动规律，为现代科学技术的发展开辟了新天地。它使人们摆脱了某些传统方法的束缚，摒弃了某些习惯性的观点，如把运动着的、活的有机体的动态问题视为静止、孤立的东西，把复杂系统机械地拆为若干组成部分等。把信息传输、反馈过程等概念和方法引入过去只能作定性考察的学科中。可以说，三论是继相对论和量子力学后，科学技术和认识思维方面的又一次新的飞跃。

## 一、信息及其数学表达

### 1. 信息科学的发展

信息的概念 信息一词源于拉丁文Information意为解释、陈述。信息的概念，至今学术界尚无统一定义。所谓信

息，简单地说，就是具有接受者未知的内容、知识的消息，例如信件、书报、命令等等都是信息。可以把信息理解为系统内部建立联系的一种特殊形式，是系统确定程度有组织或（有序程度）的度量。

应该指出的是，信息不是指事物本身，而是指表征事物，并由事物发出的消息、报告、和信号中所包含的内容。一切事物都产生各自的信息，它是表征事物状态的普遍形式。平时我们说一句话，写一封信，通一次电话以及电台广播，电子计算机运算，甚至人的感觉和遗传过程都有信息，都是信息的传输过程。

人类对信息的认识和利用可以追溯到古代。例如我国春秋时代就利用烽火台传递敌人侵犯的消息，古罗马地中海诸城市以悬灯来报告迦太基人进攻的消息等等。

信息与通讯有密切的联系。二次大战期间，出现了各种通讯手段，促进了对信息本质的研究。1948年前后美国贝尔电话研究所的申农为了解决编码问题，提出了信息论，这是科学技术史上划时代的贡献。申农归纳出了第一个通讯系统模型（图1.1）：

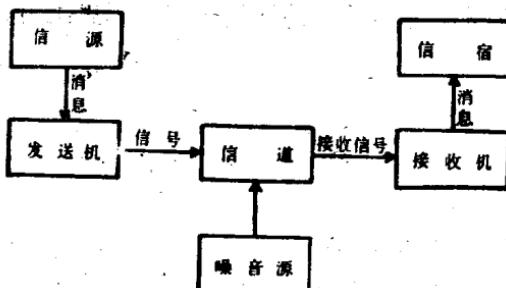


图1.1 通讯系统模型

从图中可以看出，通讯系统包括五个基本部分——消息发送者（信源）、发送机、信息通道（信道）、接收机和消息接受者（信宿）。信源输出的是消息，如文字、数字、语音等，消息通过发送机变成信号，如莫尔斯电码的点、划、脉冲等；信道是传输信号的媒介，如电线、电缆、电波等；信号在信道中传输时可能被噪音干扰，如雷电、波长相近的广播等；发送的信号连同干扰信号一起到达接收机，接收机又把信号变成消息；还原后的消息很可能已不是发送的消息，这就是人们常说的失真；还原后的消息被接受者接到，一个通讯过程完结。

70年代，由于电子计算机的广泛应用，如何更有效地处理信息，成为日益迫切需要解决的问题。人们越来越认识到信息的重要性，认识到信息可以象材料和能源那样，加以充分利用。信息的概念和方法已广泛地渗透到各个科学技术领域。

**信息论、信息科学和信息方法** 客观世界有三大基本要素——物质、能量和信息。物质和能量早在牛顿时代已成为科学的研究对象，并形成了专门学科。随着申农创立信息论以及由于无线电通讯的发展，人们不仅认识到信息在客观世界的重要作用，还由此，建立了信息论和信息科学。

信息论是信息科学的理论基础，是研究信息的本质度量、传递和处理的科学。信息论着眼于对信息的认识；而信息科学着重研究机器、生物和人类获取、存贮、变换、和控制信息的一般规律，设计和制造各种信息处理机器和设备。

## 2. 信息的数学表达

**申农信息理论** 申农提出了度量信息量的数学公式。他把信源发出的信息看作是一个随机过程或随机序列，具有 $n$ 种独立可能符号的离散信源，它的每个消息的平均信息量为

$$H = - \sum_{i=1}^n P_i \log P_i \quad (1.1)$$

式中H为每个消息的平均信息量， $P_i$ 为各事件出现的概率。由于噪音等的干扰，使接收到的消息具有某种不肯定性，反映这类不肯定程度的量叫熵，用H表示。因为 $P_i$ 总是变化在0到1之间，用 $-\log P_i$ 可使之变为正值。计算时，若取自然对数为底，求得的熵的单位称为纳特。在信息论中广泛使用的是以2为底，这时求得的熵值称为比特。通常对数表多以10为底，为求得以2为底的对数值，可以用换底公式进行计算：

$$\log_2 x = \log_{10} x \cdot \log_{10} 2 = 3.321928 \log_{10} x$$

例如，投掷一枚硬币出现正面或反面的事件概率为 $1/2$ ，投掷一个骰子（六个面）出现任意一面的事件概率为 $1/6$ ，试比较两个事件的不肯定程度。

对投掷硬币，熵值为

$$\begin{aligned} H &= - \sum_{i=1}^2 P_i \log P_i = - (P_1 \log P_1 + P_2 \log P_2) \\ &= - \left( \frac{1}{2} \log \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log \frac{1}{2} \right) = 1 \text{ 比特} \end{aligned}$$

对投掷骰子，熵值为

$$\begin{aligned} H &= - \sum_{i=1}^6 P_i \log P_i = - (P_1 \log P_1 + P_2 \log P_2 \\ &\quad + \cdots + P_6 \log P_6) = 2.6 \text{ 比特} \end{aligned}$$

显然， $2.6 > 1$ ，即投掷骰子出现一面的不肯定性比投掷硬币出现一面的不肯定性大得多。

对于通讯系统来说，不肯定性越小，表示抗干扰的能力越强，通讯系统越可靠。

申农信息论有一定的局限性，一般认为它仅适用于信息传输问题。申农把信源规定为能输出一系列具有先验概率的随机变量或随机过程，实际上先验概率是不易确定的。在信宿问题上，申农排除了信宿本身的特征，即不论什么信宿，收到的信息是等价的。例如，“某人生男或生女”和“张三妻子生了男孩或女孩”，按申农信息来衡量，这两个消息是等价的，都具有1比特的信息量。但是对于“张三”（信宿）来说，显然后一个消息更重要。为了克服这些局限性，70年代以来不少学者相继提出了“有效信息”、“语义信息”、“主观信息”、“模糊信息”等概念。针对计算机中的运算问题，有人设想建立“算法信息论”。此外，在自然科学和哲学界，有人把信息作为基本的参量来研究。总之，70年代以来，信息规律和理论已广泛地应用于物理、生物、心理、管理乃至政治、法律、经济等学科，信息科学正在显示其对认识世界和改造世界的巨大作用。

信息方法 所谓信息方法，就是运用信息论观点，把事物看作是一个信息载体及信息过程而进行研究的一种方法。它用信息概念作为分析和处理问题的基础，撇开研究对象的具体运动形态，把事物的运动抽象为一个信息变换过程（图1.2）。

传输和反馈是信息方法的重要内容，信息的流动，反馈



1.2 信息变换过程

信息的存在，这才使得系统按预定目标实现控制。信息方法还认为，系统间的联系通过信息通道（信道）进行信息交换才能实现（图1.3）

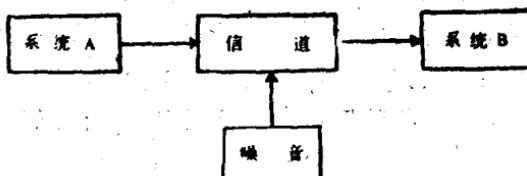


图1.3 不同系统间的信息通道

正常情况下，系统之间的信息传输有足够的可靠性，它使系统A发生的信息能准确无误地一一被系统B接收。当信息通道中噪音干扰增大（比如无线电受干扰，人体有疾病等等）时，会造成系统A发出的信息在通道内发生畸变或损失。运用信息方法可定量地描述这些关系，从而判断系统所处的状态。例如，某人血浆中血脂的含量及其概率如表1.1：

表1.1

项目 含 量	$x_1$ 磷脂	$x_2$ 胆固醇	$x_3$ 甘油一、二酯	$x_4$ 甘油三酯	$x_5$ 胆固醇酯	合计
毫克 %	100	150	95	110	340	795
概率 $P_i$	0.13	0.19	0.12	0.14	0.42	1.00
$-P_i \log P_i$	0.1152	0.1370	0.1105	0.1195	0.1582	0.6404

代入(1.1)式，得到相应于这个信息源的熵值为

$$H = -3.321928 \sum_{i=1}^5 P_i \log P_i = -3.321928 (0.1152 + 0.1370 + 0.1105 + 0.1195 + 0.1582) = 2.1274 \text{ 比特}$$

试验表明，疾病恶化时，熵值增加；病情好转时，熵值减少。白血病患者，熵值可增达2.2比特以上。由此可见，信息方法可用于疾病诊断。

运用信息方法可以解释一些过去难以理解的现象。例如，生物学史上，对于猪的受精卵为什么一定生成猪，而不生成狗或猫，一直争论不休。直到现代生物学运用信息论才科学地说明了这个问题。猪的卵子和精子中含有遗传信息，即所谓遗传密码，遗传信息随着受精卵的成长而复制、转录和转译，最终“复制”出既象父本又象母本的猪崽。

又如，蚂蚁是一种群居昆虫，它有严密的组织，行为具有社会性，故需要相互间进行通讯。当负责侦察的蚂蚁发现食物后，会用自己头上的触角轻轻拍打其它工蚁的头部，其作用犹如电报的代码，用此进行信息交流，报告食物的方向、距离和质量。随后，工蚁根据侦察蚁提供的信息去觅食。这是一个信息的接受、传递和利用的过程。运用信息方法就易揭开这一秘密。

目前，科学工作者正运用现代化的仪表，记录许多飞禽走兽和昆虫等的声音和动作的信号，并译释其中的含意。有意思的是，同一种鸟兽也有相互听不懂的“地方语言”。随着对动物声音和行为的研究的深入，人们将制造出电子模拟装置，为人类控制生物服务。

总之，信息方法揭露了某些事物运动的新规律，揭露了机器、生物有机体和社会中不同事物之间的信息联系。现在，信息方法已渗透到科学技术、经济和社会管理等各个部门，从而保证在领导决策之前，能得到准确的情报资料。信息方法为科学决策奠定了基础。

## 二、什么是控制论

### 1. 控制论的产生

本世纪二、三十年代以后，随着科学技术的进步，学科之间互相渗透，为控制论的产生创造了良好的背景条件。控制论是研究控制系统的一般规律及其控制过程的科学。杰出的数学家维纳是这门科学的奠基人，1948年出版了《控制论》一书，标志着这门科学的诞生。维纳发现调节机器的功能与生物体的功能间有着深刻的相似。生命的特征在于具有自我调节的能力，如果自我调节失灵，生物就要生病。治疗就是要恢复这种功能。维纳证明了生物组织和工程技术中的自动调节原理是一样的，其机制是类似的，可以用共同的模式和数学理论来描述。控制论既突破了动物和机器的界限，又突破了控制和通讯的学科界限。把动物的目的性行为赋予机器，抓住一切通讯和控制系统中所共有的特征，用更概括的理论来加以综合，这样便形成了控制论。例如，一个人冷了皮肤收缩、热了要出汗，就可用恒温控制器来很好地加以解释。

控制论应用的领域相当广泛，适用于一切可以控制的系统。因应用的领域不同，产生了工程控制论、生物控制论、医学控制论、社会控制论、经济控制论、管理控制论、法律控制论、人口控制论等分支学科。

### 2. 控制论的发展

50年代以前的控制理论是以传递函数或频率特征为基本数学模型的，人们称之为经典控制论。60年代以后的控制理论是以空间状态方法为基础的，人们称之为现代控制论。

经典控制论主要研究单变量线性定常系统。它具有明显的局限性，不能解决非线性控制系统和多变量输入输出等方面的问题。

计算机的广泛使用推动了控制理论的发展。现代控制论能建立精确的数学模型，并运用概率统计和动态规划等数学原理求得模型中的未知参数。因此，它既能解决确定性非线性系统的控制问题，又能解决随机系统控制问题。例如，美国在登月飞行的创举性活动中，就使用了现代控制理论，取得了巨大的成功。但是，对大系统，如大型工业系统、社会性的计算机系统以及软系统（生物系统、经济系统等），由于很难建立精确的数学模型，现代控制论就难以奏效。

1965年，美国控制论专家L.A.查德创立了模糊集理论，系统中的不确定性可以通过隶属度加以量化。1974年，英国的马姆达尼首先把模糊集理论用于锅炉和蒸汽机的控制。以后模糊集理论被应用到红绿灯交通控制、热交换过程控制等领域。模糊控制的优点是：

- (1) 它不需要知道被控制对象的数学模型，不需要通过系统辨识来建模。
- (2) 模糊控制器是通用的。
- (3) 按语言变量来控制，便于人机对话。

但是，模糊控制由于基础理论不稳固，解决问题的方法不够理想。特别是模糊控制中不带时间变量，因而不便表示控制过程，这就大大地限制了它的发展。

灰色系统理论就是在这样的历史背景下发展起来的。它吸取了模糊集理论的精粹，考虑到软系统的特点，用它来描述含有未知信息的系统是非常合适的。灰色控制具有以下两个特点：

- (1)能够依据较少的信息实现给定的控制目的。
- (2)依据灰色信息进行控制的方法可能为适应控制提供新的方法。

### 三、黑箱问题

客观世界是信息的世界，既有大量已知信息，也有不少未知信息和非确知信息。已知信息称为白色的；未知或非确知的信息称为黑色的；介于两者之间的称为灰色的。

1945年，维纳在研究电机工程时，首先提出了黑箱问题。给电机师一个密封箱，上面有输入和输出接头，电机师只能依靠通入不同的电压、电击或别的干扰测量相应的输出，来了解密封箱的电气性能，这个密封箱就称为黑箱。推而广之，所谓黑箱，就是内部结构、特性和参数全部未知的系统。对于黑箱，只能从它的外部通过输入输出关系来研究。黑箱问题广泛地存在于现实世界。如医生对患脑震伤或失语症的病人，只能依靠诊察、化验来推断病情；公安人员对于谋杀案，只能依靠现场侦察和社会调查来推断案情，确定死因；母亲看护婴儿就象研究一只黑箱等等。

黑箱理论具有科学价值。当对一个系统进行研究时，人和系统（称为箱子）耦合起来就构成一架有反馈的机器。每个现实系统都有许多个可能的输入，即试验者可能有许多个影响箱子的方法；同样，每个系统有许多个可能的输出，即箱子可能有许多个影响试验者的方式（可以通过仪器记录下来）。对输入和输出进行研究，可以获得关于黑箱的一定数量的信息。从信息论的观点来看，黑箱理论无非是研究观察者与环境之间关系的理论。