

品/位/处/处/展/现/实/效/就/在/眼/前

创新与应用题演练

初一数学

5555555

5 元 教 辅

5元

WUYUANJIAOFU

北方妇女儿童出版社

创新与应用题演练

初一数学

5 元 教 辅



WUYUANJIAOFU

思创图书工作室 策划

王 磊 主编

北方妇女儿童出版社 出版

主 编 王 磊

作 者 王 磊 于树国

图书在版编目 (CIP) 数据

创新与应用题演练. 初一数学 / 王磊主编. — 长春: 北方妇女儿童出版社, 2001.11

(五元教辅)

ISBN 7-5385-1964-5

I. 创... II. 王... III. 理科(教育)—课程—中学—教学参考资料 IV. G634.73

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 073877 号

创新与应用题演练·初一数学

主 编 王 磊

责任编辑 王振营

出 版 者 北方妇女儿童出版社

发 行 者 北方妇女儿童出版社文教图书发展中心

地 址 长春市人民大街 124 号出版大厦 11 层

电 话 0431-5678573

印 刷 长春市人民印刷材料厂

开 本 1/32 850×1168(毫米)

印 张 4.125

2001 年 11 月第 1 版第 1 次印刷

ISBN 7-5385-1964-5 / G·1186

定价:5.00 元

出版说明

本丛书是专门为中小學生设计的。

全套丛书均取材于中小學生们感兴趣的、考试中分值较高而學生们又不易掌握的内容。每册书内容集中,实时性强,易掌握。因此,本丛书体例广泛,不局限于某一种单一的编写体例。同时,本丛书体现着一个基本原则:只要是學生们感兴趣的,考试中出现,能提高学习能力和素质的,就是我们推出的。

这是一套开放的、创新的丛书,我们的体例和体系具备了一个“新陈代谢”、“源源不断”的机制。继首批推出 26 种,受到广大读者的欢迎后,本次推出的 24 种,同样是经过我们和专家精选的作品,至今汇成的 50 股涓涓的源头之水,仍会不停地流淌,仍将不断加入新的细流。

和我们的产品一样,我们是一个年轻、开放、创新的集体,我们将听取来自方方面面的、对我们、对我们的图书具有积极意义的建议和意见,以使你们共同成长壮大,为丛书的使用者、经营者带来惊喜。

思创图书

目 录

代 数 篇

第一章 代数初步知识	1
一、创新思维与灵活应用	1
二、创新与应用题演练	7
三、参考答案	10
第二章 有理数	13
一、创新思维与灵活应用	13
二、创新与应用题演练	22
三、参考答案	26
第三章 整式的加减	28
一、创新思维与灵活应用	28
二、创新与应用题演练	32
三、参考答案	33
第四章 一元一次方程	36
一、创新思维与灵活应用	36
二、创新与应用题演练	42
三、参考答案	45
第五章 二元一次方程组	49
一、创新思维与灵活应用	49
二、创新与应用题演练	60

三、参考答案	62
第六章 一元一次不等式和一元一次不等式组	66
一、创新思维与灵活应用	66
二、创新与应用题演练	71
三、参考答案	73
第七章 整式的乘除	78
一、创新思维与灵活应用	78
二、创新与应用题演练	81
三、参考答案	83

几 何 篇

第一章 线段 角	86
一、创新思维与灵活应用	86
二、创新与应用题演练	98
三、参考答案	100
第二章 相交线 平行线	103
一、创新思维与灵活应用	103
二、创新与应用题演练	117
三、参考答案	121

代 数 篇

第一章 代数初步知识

一、创新思维与灵活应用

典例精析 1 从 2 开始,连续的偶数相加,它们的和的情况如下表:

加数 m 的个数	和(S_n)
1	$2=1 \times 2$
2	$2+4=6=2 \times 3$
3	$2+4+6=12=3 \times 4$
4	$2+4+6+8=20=4 \times 5$
5	$2+4+6+8+10=30=5 \times 6$

当 n 个最小的连续偶数相加时,它们的和 S_n 与 n 之间有什么样的关系,用公式表示出来(注 n 个最小的连续偶数,即从 2 开始的连续偶数)并由此公式计算:

(1) $2+4+6+\cdots+202$ 的值;

(2) $128+130+\cdots+300$ 的值.

方法导引 由所列的表可以看出:当 $m=1$ 时, $S=1 \times 2$, 是 m 与 $m+1$ 的乘积, 当 $m=2$ 时, 和 $S=n(n+1)$, 第(1)题可直接代入公式进行计算; 而第(2)题可先算出 $2+4+6+\cdots+300$, 再算出 $2+4+6+\cdots+126$ 的值, 然后将两式的值相减即可得出 $128+130+\cdots+300$ 的值.

解: $S_n = n(n+1)$;

$$(1) S = 2 + 4 + 6 + \cdots + 202 = 101 \times 102 = 10302$$

$$(2) S_1 = 2 + 4 + 6 + \cdots + 300 = 150 \times 151 = 22650$$

$$S_2 = 2 + 4 + 6 + \cdots + 126 = 63 \times 64 = 4032$$

$$\therefore 128 + 130 + \cdots + 300 = S_1 - S_2 = 22650 - 4032 = 18618$$

典例精析 2 王老师利用假期带领团员同学到农村去搞社会调查, 每张汽车票原价是 50 元, 甲车主说: 乘我的车, 可以 8 折优惠; 乙车主说, 乘我车学生九折, 老师可以不买票. 王老师问同学们, 咱们坐甲、乙两车中哪一辆省钱? 如果经过计算后, 王老师带领学生们坐上了乙车主的车, 那么王老师最多带几个学生?

方法导引 根据两个车主的乘车优惠条件, 乘坐哪辆车省钱, 这要看王老师带领的学生数是多少来决定, 所以应先计算一下, 有几个学生时, 坐甲、乙两车花钱一样多. 当学生少于这个数时乘坐乙车主的车省钱, 当学生数多于这个数时乘坐甲车主的车省钱, 因此计算乘两车花钱一样多时学生人数是解决此题的关键.

解: 设有 x 个学生时, 乘坐两车花的钱一样多, 根据题意得:

$$80\%(x+1) = 90\% \cdot x$$

解此方程得 $x = 8$

当王老师带领 8 名同学时, 乘坐甲、乙两车花钱一样多. 当学生数多于 8 名时乘甲车主的车省钱. 当学生数少于 8 名时乘坐乙车主的车省钱, 如果王老师他们坐上了乙, 说明学生数不大于 8. 即张老师最多是带 8 名学生.

解后评注 此题是简易方程在日常生活中的应用, 解决问题的关键是学生人数, 在日常生活中有很多类似问题, 应经过计算后再做决策.

典例精析 3 小宇以每小时 a 千米的速度从 A 地出发去 B 地, 已知 A 、 B 两地相距 d 千米, 经过 t 小时他还没有到达 B 地, 用代数式表示此时小宇距离 A 、 B 两地的中点多少米?

方法导引 A 、 B 距离为 d 千米, 小宇以每小时 a 千米的速度行走了 t 小时, 他走出了 at 千米, 这是距 A 地 at 千米. A 、 B 两地相距 d 千米, A 地距 A 、 B 中点的距离是 $\frac{d}{2}$ 千米, 小宇从 A 地出发 t 小时, 走出 at 千米后距中点的距离有三种可能.

(1) 当 $at < \frac{d}{2}$ 时, 小宇还没有到达 A 、 B 的中点, 那么他距中点距离是

$$\left(\frac{d}{2} - at \right) \text{ 千米.}$$

(2) 当 $at = \frac{d}{2}$ 时, 说明小宇正好在 t 小时时走到中点处, 这时他距中点的距离是 0 千米.

(3) 当 $at > \frac{d}{2}$ 时, 说明小宇已走过了中点, 这时他距中点的距离是

$$\left(at - \frac{d}{2} \right) \text{ 千米.}$$

既然是要求出小宇走出 t 小时后距离中点的距离, 距离都是非负数, 解时应考虑到三种情况.

解: (1) 当 t 小时后小宇还没有到中点时, 他与中点的距离是

$$\left(\frac{d}{2} - at \right) \text{ 千米.}$$

(2) 当 t 小时后小宇他正好走到中点时, 那么 $at = \frac{d}{2}$, 小宇正距离中点的距离是 0 千米.

(3) 当 t 小时后小宇已走过了中点, 他距中点的距离是

$$\left(at - \frac{d}{2} \right) \text{ 千米.}$$

解后评注 当 $at < \frac{d}{2}$ 时,说明小宇还没有到中点,他在 A 地和 $A、B$ 中点之间;当 $at = \frac{d}{2}$ 时,他正好走到 $A、B$ 中点处;当 $at > \frac{d}{2}$ 时,说明他已走过了中点了,他在 $A、B$ 的中点与 B 地之间.

典例精析 4 某公园计划砌一个形状如图 1-1(1)的喷水池,后来有人建议改为图 1-1(2)的形状,且外圆直径不变,只是担心原来备好的材料不够,请你比较两种方案,哪一种需要的材料多(即比较哪个周长更长)

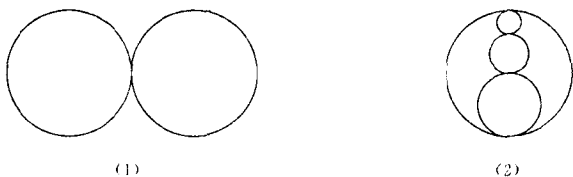


图 1-1

解: 设大圆直径为 d , 周长为 l

图 1-1(2) 中三个小圆直径分别为 d_1, d_2, d_3 , 周长分别为 l_1, l_2, l_3 , 由

$$l = \pi d = \pi(d_1 + d_2 + d_3) = \pi d_1 + \pi d_2 + \pi d_3 = l_1 + l_2 + l_3,$$

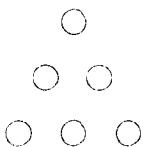
可见, 图 1-1(2) 大圆周长与三个小圆周长加起来一样长, 即两种方案所用材料一样多.

解后评注 题目中没有给出几个圆直径的具体值, 似乎难以比较周长大小, 我们可以分别用不同字母表示其直径和周长, 利用有关知识, 容易推出它们相等的结论. 若将题目中三个小圆改为几个小圆, 结论又如何呢? 同学们不妨试一试.

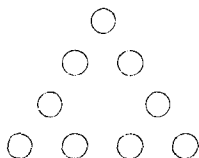
典例精析 5 下列每个图是由若干盆花组成的形如三角形的图案，每条边(包括两个顶点)有 $n(n>1)$ 盆花，每个图案花盆的总数是 S .



$$n=2, S=3$$



$$n=3, S=6$$



$$n=4, S=9$$

按此规律，推出 S 与 n 的关系

方法导引 由于每条边上都是 n 盆花，这样三条边上花盆的总和为 $3n$ ，其中重复地计算了顶点上的花盆数。因此，花盆总数应为 $3n-3$ 。

解：由图可知：

当 $n=2$ 时，花盆总数是 $2 \times 3 - 3 = 3$ ；

当 $n=3$ 时，花盆总数是 $3 \times 3 - 3 = 6$ ；

当 $n=4$ 时，花盆总数是 $4 \times 3 - 3 = 9$ ；

⋮

当每条边有 n 个花盆时，花盆总数 $S = 3n - 3$ 。

典例精析 6 3 个球队进行单循环比赛(参加比赛的每一个队都与其他所有的队各赛一场)，总的比赛场数是多少？4 个球队呢？写出 m 个球队进行单循环比赛时总的比赛场数 n 的公式。

方法导引 (1)三个球队的情况：每个球队要和其余的 2 个队进行(3-1)场比赛所以共有 $3 \times 2 = 6$ 场比赛，但是这 6 场比赛中，既有 A 对 B 的也有 B 对 A 的。(每一场都算了 2 次)所以实际上要进行 $\frac{3 \times (3-1)}{2} = 3$ 场比赛

(2)四个球队的情况：每个球都要和其余的 3 个(即 4-1)比赛，因此

共有 $4(4-1)$ 场比赛,除去重复的,故实际比赛场数应为 $\frac{1}{2} \times 4 \times (4-1) = 6$ (场)

(3) m 个队的情况:对于 m 个队的情形,完全可以按照上面的方法推导结果.实际上,只要用字母 m 去代替前面的数字(3,4)就可以了.从而可推得本题正确的结果应该是 $\frac{1}{2}m(m-1)$ 场

解:(1)3 场 (2)6 场 (3) $\frac{1}{2}m(m-1)$ 场

解后评注 上面这种推导公式的方法,是从特殊到一般的方法,即从最简单的情况开始试验,一步一步地推向一般的情形,这种从特殊到一般的方法是解决数学问题的重要方法.

典例精析 7 (2001 年,扬州市中考题)有一批货物成本 a 万元,如果在本年年初出售,可获利 10 万元,然后将本、利都存入银行,年利率 2%;如果在下一年年初出售,可获得 12 万元,但要付 0.8 万元货物保管费.试问,这批货物在本年年初出售合算,还是在下一年年初出售合算(本题计算不考虑利息税)?

解:若这批货物在本年年初出售,将本、利存入银行,到下一年年初货主有资金 y_1 万元.

$$\text{则 } y_1 = (a+10)(1+2\%)$$

若这批货物在下一年年初出售,则有资金 y_2 万元

$$\text{则 } y_2 = a+12-0.8$$

$$\text{如果 } y_1 > y_2, \text{ 即 } (a+10)(1+2\%) > a+12-0.8$$

$$\text{解得 } a > 50$$

$$\text{如果 } y_1 = y_2, \text{ 则 } a = 50$$

$$\text{如果 } y_1 < y_2, \text{ 则 } a < 50$$

答:成本 $a > 50$ 万元时,应在本年年初出售合算;当成本 $a = 50$ 万元时,在

本年年初或下一年年初出售一样合算;当成本 $a < 50$ 万元时,下一年年初出售合算.

解后评注 本题也可以通过一次函数 y_1, y_2 的图像求解.

二、创新与应用题演练

- 某人骑自行车从 A 地出发,行驶 30 分钟到达离 A 地 6 千米的 B 地,此后自行车的速度改为每小时 10 千米到达 C 地,共用了 t 小时,用代数式表示该人与 A 地的距离.
- 已知 $x^2 + 2x - 1 = 0$,求代数式 $2x^2 + 4x + 3$ 的值.
- 某商场进了一批布,出售时要在进价(进货的价格)的基础上,加上一定的利润,其数量 x (米)与售价 y (元)如下表:

数量 x (米)	1	2	3	4	
售价 y (元)	$8+0.3$	$16+0.6$	$24+0.9$	$32+1.2$	

写出售价 y 与数量 x 米的关系式.

- 银行储蓄利息公式为:利息=本金 $\times$ 利率 $\times$ 存期数(本金为开始存入的钱数,每个存期内的利息与本金的比叫利率),计算存 5000 元的活期储蓄,月利率为 0.36%,3 个月后取出,利息是多少?
- 研究下列算式,你会发现有什么规律?

$$1 \times 3 + 1 = 4 = 2^2$$

$$2 \times 4 + 1 = 9 = 3^2$$

$$3 \times 5 + 1 = 16 = 4^2$$

$$4 \times 6 + 1 = 25 = 5^2$$

...

请你将规律用代数式表示出来.

- 给出下列算式:

$$3^2 - 1^2 = 8 = 8 \times 1$$

$$5^2 - 3^2 = 16 = 8 \times 2$$

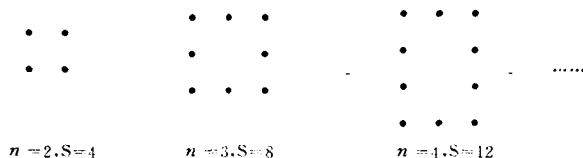
$$7^2 - 5^2 = 24 = 8 \times 3$$

$$9^2 - 7^2 = 32 = 8 \times 4$$

... ..

观察上面一列数式,你能发现什么规律?用代数式表示这个规律.

7. (2001年广西中考)观察下列各正方形图案,每条边上有 n ($n \geq 2$) 个圆点,每个图案中圆点的总数是 S .



按此规律推断出 S 与 n 的关系式为_____.

8. 问题:你能很快算出 1995^2 吗?

为了解决这个问题,我们考察个位上的数为 5 的自然数的平方,任意一个个位数为 5 的自然数都可以写成 $10 \cdot n + 5$,即求 $(10 \cdot n + 5)^2$ 的值(n 为自然数),你分析 $n=1, n=2, n=3, \dots$ 这些简单情况,从中探索其规律,并归纳、猜想出结论(在下面空格内填上你的探索结果).

(1)通过计算,探索规律:

$$15^2 = 225 \text{ 可写成 } 100 \times 1(1+1) + 25,$$

$$25^2 = 625 \text{ 可写成 } 100 \times 2(2+1) + 25,$$

$$35^2 = 1225 \text{ 可写成 } 100 \times 3(3+1) + 25,$$

$$45^2 = 2025 \text{ 可写成 } 100 \times 4(4+1) + 25,$$

... ..

$$75^2 = 5625 \text{ 可写成 } \underline{\hspace{2cm}},$$

$$85^2 = 7225 \text{ 可写成 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

... ..

(2)从第一题的结果,归纳、猜想得:

$$(10n+5)^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(3)根据上面的归纳、猜想,请算出:

$$1995^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

9. 某公司为了尽快解决职工住房困难,集资建了一栋每平方米售价为1188元的新房,5年后公司将全部购房款还给房主,也就是“5年还本售房”,肖工程师筹款购买了一套 70m^2 的住房,如果公司收到他的购房款后,拿出一部分存五年定期储蓄,以便到期后如数还本给肖工程师,那么公司实际收到的钱款是多少?(精确到个位,不计物价上涨因素,五年定期存款年利率为 9.00%).

10. 观察下列等式

$$a_1 = 3 \times 1 - 2 = 1;$$

$$a_2 = 3 \times 2 - 2 = 4$$

$$a_3 = 3 \times 3 - 2 = 7;$$

$$a_4 = 3 \times 4 - 2 = 10$$

.....

据此,你可以猜测出计算 a_n 的公式是 $a_n = \underline{\hspace{2cm}}.$

具体地,当 $n=100$ 时, $a_{100} = \underline{\hspace{2cm}};$

当 $a_n=145$ 时, $n = \underline{\hspace{2cm}}.$

11. 果子成熟从树上落到地面,它落下的高度与经过的时间有如下的关系:

时间 t (秒)	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1	
高度 h (米)	5×0.25	5×0.36	5×0.49	5×0.64	5×0.81	5×1	

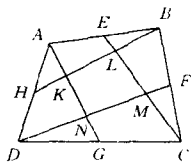
猜测出用 t 表示 h 的公式,如果果子经过 0.72 秒落到地上,这果子开始落下时离地面的高度是多少米(精确到 0.01)

12. 张大爷有 1000 元钱,想存 6 年,甲建议他存 6 个 1 年期,每年到期连本带息取出转存 1 年;乙建议他存 3 个 2 年期,每 2 年到期连本带息转存 2 年;丙建议他存 2 个 3 年期,即先存 3 年,到期后转存 3 年;丁

建议他先存一个 5 年期,到期后连本带息再转存一年.那么张大爷按谁的建议存款获利息最多?

设 1 年期、2 年期、3 年期的年利率分别为 2.25% 、 2.5% 、 2.80% .

13. 如图,凸四边形 $ABCD$ 中, E 、 F 、 G 、 H 分别是边 AB 、 BC 、 CD 、 DA 的中点,连结 AG 、 BH 、 CE 、 DF ,其中每两条线交点依次为 K 、 L 、 M 、 N ,且 $\triangle AHK$ 、 $\triangle BLE$ 、 $\triangle CMF$ 、 $\triangle DNG$ 的面积分别为 a 、 b 、 c 、 d ,求四边形 $KLMN$ 的面积.

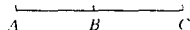


三、参考答案

1. **方法导引** 由题中此人骑自行车行走的路线上看,此人从 B 地到 C 地,而 C 地是一个不确定的地方,原因是方向性不明确,分以下三种情况来考虑,用图表示如下:

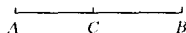
- (1) 即 C 地在 A 、 B 两地之外,且保持相同方向,此时

该人与 A 地距离是 $\left[6+10\left(t-\frac{1}{2}\right)\right]$ 千米;



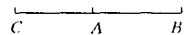
- (2) 即 C 地在 A 、 B 两地之间,此时该人与 A 地距离是

$\left[6-10\left(t-\frac{1}{2}\right)\right]$ 千米;



- (3) 即 C 地在 A 、 B 两地之外,且与此人从 A 地到 B 地的方向相反,此时该人与 A 地的距离是

$\left[10\left(t-\frac{1}{2}\right)-6\right]$ 千米;



解:此题分三种情况:

- (1) 当该人到达 B 地按原方向行走时,与 A 地的距离是

$\left[6+10\left(t-\frac{1}{2}\right)\right]$ 千米;

(2)当该人到达B地后按原路返回且在A、B之间时,与A地的距

离是 $\left[6-10\left(t-\frac{1}{2}\right)\right]$ 千米;

(3)当该人到达B地后按原路返回时,到达的C地已走过A地时,

此时该人与A地的距离是 $\left[10\left(t-\frac{1}{2}\right)-6\right]$ 千米;

2. **方法导引** 此时虽然给出 $x^2+2x-1=0$,但目前并不能求出 x 的值,但可求出 $x^2+2x=1$,而所求的代数式 $2x^2+4x+3=2(x^2+2x)+3$,故此题便可解出.

解: $\because x^2+2x-1=0$

$$\therefore x^2+2x=1$$

$$\text{而 } 2x^2+4x+3=2(x^2+2x)+3=2\times 1+3=5$$

$$\therefore 2x^2+4x+3 \text{ 的值为 } 5$$

3. $y=(8+0.3)x$

4. 54

5. $n(n+2)+1=(n+1)^2$

6. $(2n+1)^2-(2n-1)^2=8n$

7. $S=4n-4$ (或 $S=2n+2(n-2)$)

8. (1) $75^2=100\times 7(7+1)+25$, $85^2=100\times 8(8+1)+25$

(2) $100\times n(n+1)+25$

(3) $1995^2=3980025$

解后评注 发现是创新的前提,本题要求用归纳的方法,从具体特殊的事例中探究其规律,把潜藏在表面现象中的本质挖掘出来,规律被找出来后再给出证明,即完成了一个创新过程,本题给我们提供了具体事例,当我们发现规律设计了可供借鉴的过程,有助于我们实现由模仿创造的思维过程.

9. 肖工程师购房时共付款 $1188\times 70=83160$ 元,设公司实际收到钱款为 x 元,则有 $(83160-x)(1+9.00\%\times 5)=83160$,解得 $x\approx 25808$ (元)

10. $a_n = 3n - 2, a_{100} = 298$

当 $a_n = 145$ 时, $n = 49$

11. $h = 5t^2$, 当 $t = 0.72$ 秒时, $h = 2.59$ 米

12. 按丁的存法存款获利最多.

按甲的存法: 6 年期满本利和是: $10000 \times (1 + 2.25\%)^6 \approx 11428.25$ (元)

按乙的存法: 6 年期满本利和是: $10000 \times (1 + 2.5\% \times 2)^3 = 11576.25$ (元)

按丙的存法: 6 年期满本利和是: $10000 \times (1 + 2.8\% \times 3)^2 = 11750.56$ (元)

按丁的存法: 6 年期满本利和是: $10000 \times (1 + 3.0\% \times 5)(1 + 2.25\%) = 11758.75$ (元)

13. 如图, 连结 AC , 设四边形 $LEAK$ 、 $KHON$ 、

$GCMN$ 、 $MFBL$ 的面积分别为 S_1 、 S_2 、 S_3 、 S_4 . 由

G 、 E 分别为 CD 、 AB 的中点可知, $S_{\triangle AHG} = S_{\triangle ACG}$,

所以 $S_{\triangle ADG} + S_{\triangle BCE} = S_{\triangle ACG} + S_{\triangle ACE} = S_{\text{四边形BHDE}}$,

两式相加并在等号两边都减去 S_1 、 S_2 、 S_3 、 S_4 , 再

除以 2, 有 $S_{KLMN} = S_{\triangle AHK} + S_{\triangle BLE} + S_{\triangle CMF} + S_{\triangle DNG} = a + b + c + d$.

