

100万套

销量饱含读者厚爱

树品牌典范 拓成才之路



名誉主编 雷洁琼
书主编 希扬

三点一测丛书

重点难点提示

知识点精析

综合能力测试

与2001年最新教材同步

● 第五次修订版



初二数学

清华附中数学组 编

科学出版社 北京

三点一测丛书

(第五次修订版)

初二数学

◎ 清华附中数学组
辛颖 编

科学出版社
龙 门 书 局

2001

版权所有 翻印必究

本书封面贴有科学出版社、龙门书局激光防伪标志，
凡无此标志者均为非法出版物。

举报电话：(010)64034160 13501151303(打假办)

三点一测丛书

(第五次修订版)

初二数学

清华附中数学组 编

责任编辑 王 敏 乌 云

科学出版社

龙门书局 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码：100717

北京市东华印刷厂 印刷

科学出版社总发行 各地书店经销

*

1996年7月第 版 开本：850×1168 1/32

2001年6月第五次修订版 印张：13

2001年6月第三十九次印刷 字数：349 000

印数：982 001 1 042 000

ISBN 7-80111-589-9/G·504

定 价：13.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

教育为振兴
中华之本

雷洁琼



一九九九年三月

相约成功 再创辉煌

——《三点一测丛书》(第五次修订版)序言

当你打开扉页,看到的已是《三点一测丛书》的第五次修订本了。

正当新版就要付梓之时,《中国新闻出版报》于2月20日,以《教辅图书谁主沉浮》为题发表了署名文章,对当前教辅书市场的现状作了评述。文中称现在以出版文教图书为主的出版社,在激烈的竞争中,涌现出“文教新六家”,龙门书局位列“新六家”之榜首,而龙门书局出版的《三点一测丛书》,则“堪称教辅‘王牌’”……

面对“王牌”之誉,我们不禁诚惶诚恐,思绪万千……

六年前,当我们看到广大中学生在知识的原野上艰难跋涉,在题海中苦苦求索时,便想尽我们微薄之力,为他们编一套既实用、准确、翔实,又能指点迷津的教辅读物,让学习者、应试者一看,就心明眼亮,避开误区,不走弯路。我和我的同行们是这样想的,也是这样努力去做的。

《三点一测丛书》一出版,便在全国中学生中出现了奔走相告、竞相购阅的动人场面。以后它年年修订再版,年年畅销,每次都有千百万的读者为它鼓掌,为它喝彩。其销量,十万套、三十万套……八十万套,一时间铺天盖地,洛阳纸贵。而今已突破百万套大关,出现了“哪里有中学生,哪里就有《三点一测》”的壮观景象。

这真是我们所始料不及的。

六年前它的问世,在教辅书市场上引起了一场小小的波澜:尊敬的雷老称赞我们“为孩子们做了一件好事”;中学生读者称我们是“雪中送炭”,称它为“迈向知识天堂的一架云梯”;不少老师赞扬此书“纵有深度,横有跨度,内容厚重,讲法生动,贴近教材,精要实用”;但批评指责者亦有之、“克隆者”亦有之,盗版更为猖獗……真可谓“毁誉并存,甘苦互见”。

我们坚信读者是上帝,走我们自己的路……

六年过去了,如今它成长为教辅书园地的一棵常青树。六年

来,它伴着一批批中学生从初中走向高中,从高中走向大学,有的已成为研究生、博士生,成为国家的栋梁之才;六年过去了,一批又一批的读者接踵而至,加入浩浩荡荡的读者队伍。这是我们最大的欣慰。

有人问我们凭什么赢得读者?我们可以坦诚相告:

——凭我们对读者的爱心;

爱读者,想读者之所想,急读者之所急,为读者排忧解难,与读者心心相通,是我们不变的心。

——凭我们的责任感;

追求卓越,奉献精品,是我们的永恒守则。它的每字每句都是我们的心血与汗水凝成的。作为读书人,我常记着俞平伯先生的两句诗:“不敢妄为些儿事,只因曾读数行书。”我们凭的是读书人的良知与责任心。

——凭我们的集体智慧;

《三点一测丛书》的成功,乃厚积薄发,熔百家于一炉,集大成于一身。我们有一个来自全国名校名师组成的写作班子;有一个在教坛上辛勤耕耘几十年又熟悉市场的策划中心;特别是由有远见卓识、入杰地灵的龙门书局编辑出版发行。更值得大书特书一笔的是,与世纪同行的百岁老人、敬爱的雷老为本书的名誉主编,给我们以指导与鼓励,我们是“大树底下好乘凉”。

还可以举出一些……。

回顾历程,赞誉并未冲昏我们的头脑,批评使我们更为清醒,困难与阻力促使我们更加奋力前行。目前,《三点一测丛书》的销量已越过100万套。而我们是冷静地把100万套倒着看的——即001,从零开始,谨慎迈出新世纪的第一步,再创辉煌。

也许早该打住了,但我还想以两句话作结,以明心志:

与书结缘,以身相许,呕心沥血终不悔;

年过花甲入未老,与少年共舞,如醉如痴!

希 扬

2001.6

前 言

本书是《三点一测丛书·初二数学》的第五次修订版,本书在编写过程中密切与现行教材同步,严格遵守教学大纲,同时结合作者的教学体会突出重点知识、难点知识和疑点知识,特别是对容易被忽略的疑点知识有较为详细的论述.

本书由以下几部分组成:重点难点提示、知识点精析与应用、A、B组综合能力测试题,既分析和论证了解题思路,又能够适合不同层次的学生学习,难度和认知程度的分布较为合理,具有难易得当、适应性广的特点,是教师和学生必备的工具书.

习题选择上,作者尽量选择具有代表性、典型性、灵活性和迷惑性的题目,部分习题还采取一题多解的方法,培养学生的解题技巧.题型配备上,本着题型齐全的原则,给同样的考核内容以不同的考查方式——开拓学生思维,帮助学生提高分析问题,解决问题的能力,提高学生的学习能力,是素质教育的根本目的.

本书由辛颖同志执笔.

在本书的修订中,内容作了较大比例的改进,虽然质量有所提高,但不当之处在所难免,热忱希望读者指正.

编者

2001年4月

三点一测丛书

(第五次修订版)

初中编委会

名誉主编：雷洁琼

主 编：希 扬

副 主 编：吴万用 赵庆刚
董芳明

编 委：金郁向 周 杰
倪斯杰 周兆玉
李觉聪 王 敏

目 录

第一部分 代数

第八章 因式分解	(1)
第一单元 提公因式法和公式法	(1)
第二单元 分组分解法	(9)
本章测试题	(18)
第九章 分式	(30)
第一单元 分式的性质及分式的运算	(30)
第二单元 含有字母系数的一元一次方程与可化为一元一次方程的分式方程及其应用	(49)
本章测试题	(58)
第十章 数的开方	(76)
第一单元 平方根、立方根	(76)
第二单元 实数	(89)
本章测试题	(99)
第十一章 二次根式	(109)
第一单元 二次根式及其乘除法	(109)
第二单元 二次根式的化简与计算	(125)
第三单元 二次根式 $\sqrt{a^2}$ 的化简	(149)
本章测试题	(165)

第二部分 几何

第三章 三角形	(186)
第一单元 三角形	(186)
第二单元 全等三角形、尺规作图	(203)

第三单元 等腰三角形	(234)
第四单元 勾股定理及直角三角形	(260)
本章测试题	(267)
第四章 四边形	(279)
第一单元 四边形	(279)
第二单元 平行四边形	(287)
第三单元 梯形	(318)
本章测试题	(344)
第五章 相似三角形	(351)
第一单元 比例线段	(351)
第二单元 相似三角形	(375)
本章测试题	(399)

第一部分 代数



第八章 因式分解

第一单元 提公因式法和公式法

重点难点提示

1. **因式分解**:把一个多项式化成几个整式的积的形式,叫做把这个多项式因式分解.它与整式乘法是互逆关系

$$\begin{array}{ccc} ma + mb + mc & \xrightleftharpoons{\text{因式分解}} & m(a + b + c) \\ \text{(多项式)} & & \text{(整式的积)} \end{array}$$

2. 提公因式法的步骤

(1) 确定公因式:一看系数,公因式的系数应取各项整数系数的最大公约数;二看字母,取相同字母,并且是相同字母的最低次幂.

(2) 确定另一个因式:用原多项式除以公因式所得的商作为另一个公因式.

3. 公式法

因式分解应用的公式是和乘法公式互逆的.因此把乘法公式反过来就得到因式分解的三个公式:

(1) 平方差公式: $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

(2) 完全平方公式: $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$

知识点精析与应用

【例1】 把下列各式分解因式

(1) $5a^3b^2c - 10a^2b^2c^2 + 20ab^3$

(2) $-12x^3y + 14x^3y^2 - 2x^2y$

(3) $9x^{2n+3} - 27x^{n+1}$

解 (1) 原式 $= 5ab^2(a^2c - 2ac^2 + 4b)$

$$(2) \text{ 原式} = -(12x^3y - 14x^3y^2 + 2x^2y) \\ = -2x^2y(6x - 7xy + 1)$$

$$(3) \text{ 原式} = 9x^{n+1}(x^{n+2} - 3)$$

说明 (1)中的公因式的字母取相同字母 a 和 b , 所以公因式是 $5ab^2$. 注意 c 不是相同字母, 所以公因式中不能取 c . (2)小题中, 第一项的系数为负数, 应先提出“ $-$ ”号, 使括号内的第一项为正, 多项式内各项都要变号. 第三项 $2x^2y$ 全部被提出后, 相应的位置上补上 1 而不是 0. (3)小题中, x 的指数中含有字母, 提出公因式后, 用同底数幂相除的运算法则得到 $9x^{2n+3} \div 9x^{n+1} = x^{n+2}$.

【例2】 把下列各式分解因式

(1) $5x^3y(x-y)^3 - 10x^4y^3(y-x)^2$

(2) $(m-n)^4 + m(m-n)^3 + n(n-m)^3$

解 (1) 原式 $= 5x^3y(x-y)^3 - 10x^4y^3(x-y)^2 \\ = 5x^3y(x-y)^2(x-y-2xy^2)$

说明 因为 $(y-x)^2 = [-(x-y)]^2 = (x-y)^2$, 所以公因式是 $5x^3y(x-y)^2$

$$(2) \text{ 原式} = (m-n)^4 + m(m-n)^3 - n(m-n)^3 \\ = (m-n)^3(m-n+m-n) \\ = (m-n)^3(2m-2n) \\ = 2(m-n)^4$$



说明 因为 $(n-m)^3 = [-(m-n)]^3 = -(m-n)^3$, 所以公因式是 $(m-n)^3$. 另外 $(2m-2n)$ 不是最终分解结果, 所以分解因式一定分解到不能再分解为止. 如果分解后有相同因式, 一定写成幂的形式.

解决这类问题的关键是要掌握符号的变化规律, 就是 $(y-x)^{2n} = (x-y)^{2n}$, $(y-x)^{2n+1} = -(x-y)^{2n+1}$, 其中 n 为自然数.

【例3】 把下列各式分解因式

$$(1) 4a^2b^2 - (a^2 + b^2)^2 \quad (2) x^5y - \frac{xy^5}{4}$$

$$(3) (x^2 + y^2)^2 + 4xy(x^2 + y^2) + 4x^2y^2$$

$$\begin{aligned} \text{解} \quad (1) \text{原式} &= (2ab)^2 - (a^2 + b^2)^2 \\ &= (2ab + a^2 + b^2)(2ab - a^2 - b^2) \\ &= -(a+b)^2(a-b)^2 \end{aligned}$$

说明 为了将已给多项式化成公式形式, 必须经过简单变形, 如 $4a^2b^2 = (2ab)^2$, 才能符合平方差公式的形式. 另外分解后的结果, 还能利用完全平方公式进行分解. 注意 $2ab - a^2 - b^2 = -(a^2 - 2ab + b^2)$, 才能利用完全平方公式分解. 一定要分解到不能再分解为止.

$$(2) \text{原式} = \frac{xy}{4}(4x^4 - y^4) = \frac{xy}{4}(2x^2 + y^2)(2x^2 - y^2)$$

说明 若多项式的系数有小数或分数时, 要尽量化各项系数为整数, 这样便于观察特点, 运用公式, 完成分解.

$$\begin{aligned} (3) \text{原式} &= [(x^2 + y^2) + 2xy]^2 = [(x+y)^2]^2 \\ &= (x+y)^4 \end{aligned}$$

说明 把 $x^2 + y^2$ 看成一个整体, 再利用完全平方公式进行因式分解

【例4】 把 $(a^2 - b^2) - (a - b) + ab(b - a)$ 分解因式

$$\begin{aligned} \text{解} \quad \text{原式} &= (a-b)(a+b) - (a-b) - ab(a-b) \\ &= (a-b)(a+b-1-ab) \\ &= (a-b)[(b-1) - (ab-a)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= (a-b)(b-1)(1-a) \\ &= -(a-b)(b-1)(a-1) \end{aligned}$$

说明 此题应用知识点较多。(1)变号 $b-a=-(a-b)$;(2)提公因式;(3)平方差公式;(4)分组分解法。所以,一个多项式有时要应用很多方法才能分解完。

【例5】 计算下列各题

$$(1) \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{10^2}\right)$$

$$(2) 52^2 + 48^2 + 52 \times 96$$

$$\begin{aligned} \text{解} \quad (1) \text{原式} &= \left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{4}\right) \\ &\quad \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdots \left(1 + \frac{1}{9}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \left(1 + \frac{1}{10}\right) \left(1 - \frac{1}{10}\right) \\ &= \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{5}{4} \times \frac{3}{4} \times \cdots \times \frac{10}{9} \\ &\quad \times \frac{8}{9} \times \frac{11}{10} \times \frac{9}{10} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{11}{10} = \frac{11}{20} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \text{原式} &= 52^2 + 2 \times 52 \times 48 + 48^2 = (52 + 48)^2 \\ &= 100^2 = 10000 \end{aligned}$$

说明 有些计算题,按一般步骤计算比较繁,但认真观察数字特点,巧妙运用因式分解法,便可简化计算。

【例6】 求证两个连续偶数的平方差能被4整除。

$$\begin{aligned} \text{证明} \quad &\text{设两个连续偶数分别为 } 2n \text{ 与 } 2n+2 (n \text{ 为整数}), \\ &\text{那么, } (2n+2)^2 - (2n)^2 = (2n+2+2n)(2n+2-2n) \\ &= 2(4n+2) = 4(2n+1) \end{aligned}$$

因为 n 为整数,所以 $2n+1$ 也是整数,说明 $4(2n+1)$ 能被4整除,即两个连续偶数的平方差能被4整除。

综合能力测试题

A 组

1. 填空题

- (1) 把一个_____化成_____的形式叫因式分解.
- (2) 多项式 $-27m^2n^2 + 18m^2n - 36mn$ 的公因式是_____.
- (3) 已知关于 x 的方程 $a(3-x) - b(x-3) = 0$, 其中 $a + b \neq 0$, 则 $x =$ _____.
- (4) $a^3 - ab^2$ 分解因式的结果是_____.
- (5) 当 $a = 156, b = 44$ 时, 代数式 $\frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{4}b^2$ 的值是_____.
- (6) 代数式 $a^2 + 2a + 2$, 当 $a =$ _____时, 有最小值是_____.

2. 选择题

- (1) $a^2 + b^2$ 是哪个多项式的因式 ()
- A. $a^4 + b^4$ B. $(a^2 - b^2)(a + b)^2$
C. $a^3b - ab^3$ D. $a^4 - b^4$
- (2) 多项式 $a^8 - b^8$ 有()个因式
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
- (3) 如果 $4x^2y^2 + 2kxy + 9$ 是一个完全平方式, 则 k 值是()
- A. ± 12 B. ± 6 C. ± 36 D. $+6$

3. 把下列各式分解因式

- (1) $-x^3y^3 + x^2y^2 - xy$
- (2) $4a^2bc + 8a^3b - 10a^2b^2$
- (3) $2abc + 6abd + 8ab$
- (4) $x^6 - x^5 + 2x^4 - 3x^3$
- (5) $6a^3x^4y - 8a^2x^3 + 12ax^5$



$$(6) 3am^5n^4 - 16m^3n^5 + 24m^2n^7$$

$$(7) -2x^2yz^4 + 8x^2y^2z^3 + 6x^2yz^2$$

$$(8) 24x^2y^4z^3 - 12x^3y^3z^3 - 18x^3y^2z^4 - 6x^2y^3z^4$$

4. 把下列各式分解因式

$$(1) 2(a+b)^2 - (a+b)$$

$$(2) 2a(b-c) - 3(c-b)^3$$

$$(3) a(1-a) - (a-1)^2$$

$$(4) m(x-2) - n(2-x) - x+2$$

$$(5) (a+b)(a-b) - b(a+b)(b-a)$$

$$(6) m(m-3n)^2 - 3n(3n-m)^2$$

$$(7) (a-b)(a-c) + (b-a)(b-c)$$

$$(8) a^2b(x-y) - ab(y-x) + b(x-y)$$

$$(9) (x+y-z)(x-y+z) + (y-x+z)(y-x-z)$$

$$(10) (a-b)(x-y)(x-2y) - (b-a)(y-x)(a+b)$$

$$(11) (a-b)^4 + a(b-a)^2 - b(b-a)^3$$

$$(12) (x+2)(x-3)(x^2+7) + (2+x)(3-x)(x+3)$$

5. 把下列各式分解因式

$$(1) 144a^4 - 256a^2$$

$$(2) 4(m+n)^2 - 49m^2$$

$$(3) 9 \cdot (x+y+z)^2 - 25(x-y-z)^2$$

$$(4) 4x^4a^2y^6 - 9b^4z^2$$

$$(5) x^2(x-y) + y^2(y-x)$$

$$(6) (5x^2 - 13y^2)^2 - 16(x^2 - 3y^2)^2$$

$$(7) 16x^4 - 81y^4$$

$$(8) x^8y^8 - 1$$

$$(9) b^2 - (a+c-b)^2$$

6. 把下列各式分解因式

$$(1) 9a^2b^6 - 6ab^3 + 1$$

$$(2) x^2 - 3xy + \frac{9}{4}y^2$$



$$(3) \frac{9}{4}a^2b^2 - 2abc + \frac{4}{9}c^2$$

$$(4) (a-b)^2 - 4(a-b) + 4$$

$$(5) 1 + 8(x^2 - y) + 16(x^2 - y)^2$$

$$(6) (x-y)^2 - \frac{2}{3}(y-x) + \frac{1}{9}$$

$$(7) (a+2b)^2 - 6a(a+2b) + 9a^2$$

$$(8) -4a^2m^4 - 9b^2n^4 + 12m^2n^2ab$$

$$(9) (x^2 + y^2)^2 - 4x^2y^2$$

$$(10) (x^2 + 2x)^2 + 2(x^2 + 2x) + 1$$

$$(11) (a+b)^2 - 2(a+b)(c-d) + (d-c)^2$$

$$(12) 9(a-b)^2 - 30(a^2 - b^2) + 25(a+b)^2$$

7. 把下列各式分解因式

$$(1) (a^2 + b^2)^2 - 4ab(a^2 + b^2) + 4a^2b^2$$

$$(2) 16a^5 - 4a^3$$

$$(3) t^4 - 2t^2 + 1$$

$$(4) (a+2b)^4 - 2(a^2 + 4ab + 4b^2)(4x^2 - 4xy + y^2) + (2x - y)^4$$

$$(5) a^2 - 4ab + 3b^2 + 2bc - c^2$$

$$(6) 4x^4 + 1$$

B 组

1. 把下列各式分解因式

$$(1) (a-b)^{n+2} - (a-b)^n$$

$$(2) 2x^{3n} - 12x^{2n}y^2 + 18x^ny^4$$

$$(3) (a-b)^{2m+1} + 2(b-a)^{2m} + (a-b)^{2m-1}$$

$$(4) x^{2n} + (2x)^n + 4^{n-1}$$

2. 求值

(1) 已知 $x = ab^2(a-b+3) - ab^2(a+2) + ab^3 - ab^2$, 其中, $a = 12345$, $b = 54321$, 求 x 的值.

(2) 已知 $x - 2y + z = 0$, 求 $(x-z)^2 - 4(x-y)(y-z)$ 的值.