K　Z　Y　L

控制引论

华东师范大学出版社

· 袁震东　毛羽辉　编著

· KONGZHIYINLUN

· YUANZHENDONG
MAOYUHUI
BIANZHU

· HUADONGSHIFAN
DAXUECHUBANSHE

控制引论

袁震东　毛羽辉　编著

华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

控制引论/袁震东,毛羽辉编著. -上海:华东师范大学出版社,2001.7

ISBN 7-5617-2564-7

Ⅰ.控… Ⅱ.①袁…②毛… Ⅲ.控制论 Ⅳ.O231

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 021608 号

华东师范大学教材出版基金资助出版

控制引论

编　　著　袁震东　毛羽辉
封面设计　卢晓红
版式设计　蒋　克

出版发行　华东师范大学出版社
　　　　　市场部　电话　021-62578788
　　　　　　　　　传真　021-62860410
http://www.hdsdbook.com.cn
社　　址　上海市中山北路 3663 号
　　　　　邮编　200062
印 刷 者　上海商务联西印刷厂
开　　本　890×1240　32 开
印　　张　8.75
字　　数　235 千字
版　　次　2001 年 8 月第一版
印　　次　2001 年 8 月第一次
印　　数　1500
书　　号　ISBN 7-5617-2564-7/O·103
定　　价　15.00 元

出 版 人　朱杰人

序

自动控制的技术和理论在20世纪发展迅猛.它正在影响人类生活的各个方面.维纳(N. Wiener)的《控制论》1948年出版,宣告控制论科学的诞生.钱学森的《工程控制论》1954年出版,对工程控制的理论基础到当时的发展进行了总结,并提出了一系列控制问题.国际自动控制联合会(IFAC)第一届世界大会于1960年召开.别尔曼(R. Bellman),卡尔曼(R. E. Kalman)和庞特里亚金(L. S. Pontryagin)分别在会上作了"控制系统的一般理论","动态规划"和"最优控制理论"的报告.人们称这些工作为现代控制理论的三个里程碑.

在目前快速发展的科学技术中,控制论科学正处在数学、计算机科学和工程学交叉发展的前沿.它的理论成果在自动化技术、机器人研制和人类登月计划等的实施中发挥了实质性的作用,已成为自动控制的理论基础.

在高等学校的数学科学、计算机科学、工程学、管理科学等教学中讲授控制理论方面的基础课程,已经成为许多学校的共同认识,并已出版了一些教材.《工程控制论》及其修订版,为中国控制理论学者的成长提供了优秀教材,然而不适用于初学者.在21世纪到来之际,要求根据控制科学发展,编写适合大学低年级学生的控制理论的基础教材.教材的选材和风格,自然是见仁见智.针对数学专业和计算机科学专业的学生的这类教材,尚不多见.笔者期望在不久的将来,能有几本出版.这里说点对控制引论课程的看法,与同行商讨.

第一,要讲明数学在控制科学发展中的地位和作用.我们知道,控制科学的创始和三个里程碑工作都是数学家完成的.数学在控制科学研究中有两方面的重要作用:其一是用数学精确地描述控制理论问题;其二是在控制理论问题用数学描述后,利用数学来解决控制

理论问题.因此,作为控制引论的教材,应当通过在控制科学发展中起过重要作用的典型实例,来讲授控制理论问题的源泉和研究方法,不宜把它们仅仅看作为控制理论成果的应用例题.自然,典型实例不能过于复杂,应当简单明了,应当限于能用常系数线性常微分方程描述的控制理论问题.

第二,要始终不脱离控制理论的两个不变主题,即反馈和优化.我们知道,控制系统正常工作的必要条件是能稳定运转,而根据系统运转情形来控制系统,就是反馈.反馈是控制论的基本概念.在控制引论课程中,讲清反馈的作用是十分重要的任务.如何衡量和改善控制系统的运行品质,就是优化.最优控制问题和递推滤波等都是优化问题.现代控制理论的一些基本概念的引入和讨论,诸如能控性、能观性、系统的实现、线性递推滤波、适应控制等,最好能环绕这两个主题来进行.

第三,研究控制问题的数学工具宜尽可能简单,不要陷于过多的数学推导,而妨害了控制理论问题的本质.分析研究线性定常系统,引入传递函数和传递矩阵是十分有效的数学工具.通常是通过讲授拉普拉斯变换来引入上述工具的.然而,卡尔曼在研究线性定常系统时,提倡不用拉普拉斯变换,而仅用代数运算,指出只要形式地进行就可以了,主要应当说明传递函数和传递矩阵的零点和极点在线性定常系统研究中的作用.这样为讲清传递函数和传递矩阵,不必过早地引入复变函数.需要用到实分析、泛函分析、随机分析等数学工具的控制理论问题,如最优控制的一般理论、随机控制等宜在高年级讲授.

第四,卡尔曼的递推滤波、离散系统的线性二次最优控制和系统的参数辨识的共同基础,是递推最小二乘法.它是求一元二次函数极值配平方方法的推广,宜于在课程中强调它的作用.

这本《控制引论》,根据华东师范大学多年来的教学经验编写,有自己的特点:注意现代控制理论的几个基本方面,即围绕系统模型,系统分析,系统综合来安排;考虑到是在大学低年级讲授,重点讲授

最基础的内容即线性系统的数学描述,线性系统的稳定性,线性系统的能控性和能观性,卡尔曼的递推滤波,贝尔曼的动态规划基础,最优控制理论基础以及参数辨识和自适应控制等.重点放在控制问题的来源,控制的基本概念,数学在控制理论中的作用,而不深入展开有关的数学理论,这是十分必要的.

教材还讲述了贝尔曼,卡尔曼和庞特里亚金的小传.这对于年轻的读者了解这几位著名控制理论专家,是十分有益的.

李训经

2000 年 6 月 21 日

目　　录

绪　论

§1　学习控制论的意义

21 世纪是信息科学和生物科学的世纪，是否真是这样，将由 21 世纪的实践来证明．然而，IT（信息技术）在经济中走红却是十分明显的事实．

IT 是 Information Technology 的英文缩写．IT 行业一般指计算机、通讯技术和集成电路制造行业．其实，控制技术也是不能忽视的．维纳的控制论（Cybernetics）奠基性著作书名就是《控制论，或关于在动物和机器中控制与通讯的科学》，控制论研究信息在系统中的传输和控制作用，因此控制也是 IT 技术的重要组成部分．

众所周知，从简单反馈控制到复杂的智能机器人的控制，目的都是为了实现自动化，所以控制理论与控制技术也是自动化技术的基本组成部分．

控制的重要性十分明显，正如著名控制论专家 Doyle 所说，没有控制系统就没有现代制造业，就没有现代的交通，就不会有计算机，就没有今天的环境保护．一句话，没有控制系统，就没有今天的技术．

正因为控制理论是新时代技术的基础，因此学习控制论，具有应用控制论的能力已成为 21 世纪受教育者的基本素养之一．

再从控制论的跨学科性质来看，学习控制论的重要性又得到进一步证实．控制论通过信息和反馈建立了工程技术与生命科学和社会科学之间的联系．控制论的鲜明跨学科性不仅可以把一个科学领域中已经发展得比较成熟的概念直接应用于另一个科学领域，避免不必要的重复研究，而且可以采用类比的方法得到许多新的启发，产生新的设计思想和新的控制方法，取得意想不到的效果．例如控制论

中的自适应、智能控制、人工神经网络、遗传算法、自学习等都是从生物系统类比中获得的启示.

§2 现代控制理论的形成与主要内容

20世纪50年代末,空间技术迅速发展,迫切需要解决多变量系统的最优控制问题.许多学者试图把经典控制理论推广到多变量系统的控制,都遭到了失败.因此,需要寻求新的理论和方法,于是诞生了现代控制理论.

具体地说,1956年苏联数学家Π.C庞特里亚金提出了最大值原理.同年,美国数学家R.别尔曼创立动态规划.最大值原理和动态规划为最优控制求解提供了理论工具.1959年美国数学家R.E.卡尔曼提出著名的卡尔曼滤波器.卡尔曼滤波器是一种递推滤波器,可直接从信号模型出发,确定最优线性滤波器的结构,并用递推的方法求最优增益,得到状态的最优估计.卡尔曼滤波器适合于用电子计算机来实现,可用来解决随机最优控制问题.1960年卡尔曼提出能控性与能观性两个结构性概念,揭示了线性系统许多属性间的内在联系.卡尔曼还引入了状态空间法,提出具有二次型性能指标的线性状态反馈律,给出最优调节器的概念.这些新概念和新方法的出现标志着现代控制理论的诞生.1960年召开的国际自动控制联合会(IFAC)第一届世界大会上确定了现代控制论这一学科.

由于电子计算机硬件与软件的飞速发展,使得现代控制理论不仅在空间技术上获得应用,而且在各种工业生产过程中获得了前所未有的广泛应用.

现代控制理论从20世纪50年代末,60年代初形成以来,经历了40年的发展,形成了一个内容丰富,涉及广泛,具有许多分支学科的基础性学科.其内容有:线性系统能控能观性,最小实现理论,系统特征值配置,观察器设计,最优控制,LQG理论,系统辨识,自适应控制,预测控制,专家控制系统,智能控制,非线性控制系统,随机控制,分

布控制系统，鲁棒控制理论等等，内容十分广泛.

本书是一本现代控制理论的入门书，是一本基础课程教材.根据多年来本科生和研究生培养的教学经验，我们不可能也没必要在一门入门课程中把所有的内容都介绍给学生，而是应该精选那些最基本的内容，那些与后继课程有广泛联系的基础性内容教给学生.一本成功的控制引论教科书，不是尽可能包含更多的内容，而是能够给予学生必不可少的基本知识，打下进一步学习控制论后继课程的基础，具有把已学到的知识应用到自己的专业中去的初步能力.

根据上述指导思想和本课程的地位作用，本书将按照系统的描述、系统分析和系统综合三大基本问题展开，以定常线性系统作为叙述的主体.

在线性系统描述方面，我们将系统地介绍线性系统的输入输出模型，脉冲响应函数，传递函数模型，状态方程模型等四种模型表示以及它们的互相转化，介绍状态方程的解以及连续系统离散化方法.

在系统分析方面，我们将讨论系统的外部稳定和内部稳定，线性系统的完全能控性和完全能观性，系统的极点配置和最小实现.

在系统综合方面，我们将介绍系统的状态估计，Kalman 滤波，用动态规划方法解离散时间系统的二次型目标最优控制，介绍连续时间系统最优控制的庞特里亚金最大值原理(不证明)以及在简单最优控制问题上的应用，介绍著名的 LQG 问题与分离定理.

此外，我们还将介绍系统辨识与自适应控制的基本思想和算法，介绍用 Matlab 语言解控制问题的方法.

这些内容是基本的，但它们是系统的、完整的，包含了控制理论及其应用的基础内容.

§3　怎样进行控制理论的教学

本课程是信息与计算数学专业、数学与应用数学专业、电子科学技术专业的一门必修课或(指定)选修课.在华东师大数学系和电子

系开设已有20年历史.它的任务是使学生了解控制论的基本思想和基本方法,为解决实际控制问题和深入学习控制论方向的后继课程打下良好的基础.通过学习控制系统的分析与综合,有利于增强应用数学知识和提出数学论题的能力.

在教学方面注意下列诸点:

1. 本课程是按照控制系统自身的体系——建模、分析、综合而展开的.这与纯数学课程的演绎推理体系有较大的区别.教师应引导学生逐步熟悉控制论问题的表述和控制论的体系.

2. 本课程是学习和研究控制论,特别是现代控制理论的入门,应特别注重建立控制论的基本思想,指出问题的背景,介绍解决问题的基本方法,而不着意追求理论上的深广度.

3. 本课程所用到的基础数学工具非常广泛.除了线性代数方程组理论、矩阵计算、常微分方程(组)、概率论、复变函数、算法语言等基础知识外,还要经常用到向量函数的微分法,Laplace变换和Z—变换.有些在开设本课程前未曾学过的内容,应作为准备知识自行补充.

4. 建议本课程安排在学生学完概率论后开设(最早也应与概率论同时开设).

5. 本课程大部分习题都需要用电脑进行解题计算,所以最后学习一点Matlab语言.为此,本书有第七章Matlab控制软件,执教时可把这一章内容分散于各章进行.

第一章　线性控制系统描述

§1　拉普拉斯变换

作为线性控制系统理论的准备知识，本节介绍拉普拉斯(Laplace)变换.

1.1　拉普拉斯变换的定义与存在条件

设 $f(t)$，$t\geqslant 0$ 为时间 t 的函数，而且当 $t<0$ 时 $f(t)=0$. $f(t)$的**拉普拉斯变换**(简称**拉氏变换**)被定义为

$$\mathscr{L}[f(t)]=\int_0^{+\infty}f(t)\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t.$$

显然，它是一个含参量广义积分，其中 s 为复数参量. 为方便起见，习惯上又记为

$$F(s)=\mathscr{L}[f(t)],\quad G(s)=\mathscr{L}[g(t)],\quad \cdots.$$

如果令 $s=\beta+\mathrm{j}\omega$(这是 j 表示虚数单位，即 $\mathrm{j}^2=-1$)，则定义式又可写作

$$\mathscr{L}[f(t)]=\int_0^{+\infty}f(t)\mathrm{e}^{-\beta t}\cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t}\mathrm{d}t.$$

由于　$|f(t)\mathrm{e}^{-st}|=|f(t)\mathrm{e}^{-\beta t}|\cdot|\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t}|=|f(t)|\cdot \mathrm{e}^{-\beta t}$，

因此当$|f(t)|$不超过指数量级时，总能保证拉氏变换在复数参数 s 的某一范围内收敛，这就是下述定理.

定理 1.1(拉氏变换存在条件)　若 $f(t)$满足条件：

(i) 在$[0,+\infty)$内的任一有限区间上为按段连续的；

(ii) 存在实数 c，使$|f(t)|\leqslant \mathrm{e}^{ct}$，$t\in[0,+\infty)$，则 $\mathscr{L}[f(t)]$在 $\mathrm{Re}s=\beta>c$ 时绝对收敛，且一致收敛.

证 这是因为在所设条件下 $f(t)\mathrm{e}^{-st}$在任何$[0,T]\subset[0,+\infty)$上可积，且满足

$$|f(t)\mathrm{e}^{-st}|\leqslant \mathrm{e}^{(c-\beta)t},\quad t\in[0,+\infty),$$

而$\int_0^{+\infty}\mathrm{e}^{(c-\beta)t}\mathrm{d}t$ 当$c-\beta<0$时是收敛的.

由定理 1.1 看到，使 $f(t)$的拉氏变换得以存在的条件是很宽松的，平时经常遇到的函数大都能满足这些条件.

1.2 几个基本公式

下面五个拉氏变换公式是以后使用的基础：

1) $\mathscr{L}[\mathrm{e}^{at}]=\dfrac{1}{s-a}$, $\quad\mathrm{Re}s>\mathrm{Re}a$;

2) $\mathscr{L}[\sin t]=\dfrac{1}{s^2+1}$, $\quad\mathrm{Re}s>0$;

3) $\mathscr{L}[\cos t]=\dfrac{s}{s^2+1}$, $\quad\mathrm{Re}s>0$;

4) $\mathscr{L}[\varepsilon(t)]=\dfrac{1}{s}$, $\quad\mathrm{Re}s>0$;

5) $\mathscr{L}[\delta(t)]=1$.

对它们验算如下：

1) 按定义直接得到：

$$\mathscr{L}[\mathrm{e}^{at}]=\int_0^{+\infty}\mathrm{e}^{(a-s)t}\mathrm{d}t=\frac{1}{a-s}\mathrm{e}^{(a-s)t}\Big|_0^{+\infty},$$

当 $\mathrm{Re}(a-s)<0$ 时，$\lim\limits_{t\to+\infty}\mathrm{e}^{(a-s)t}=0$，故公式 1)得证.（这里 a 可以是实数，也可以是复数）

2)与 3)可以类似于 1)那样直接验算；也可以利用

$$\sin t=\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}t}-\mathrm{e}^{-\mathrm{j}t}}{2\mathrm{j}},\quad \cos t=\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}t}+\mathrm{e}^{-\mathrm{j}t}}{2}$$

和已得的公式 1)而求得，例如：

$$\mathscr{L}[\sin t]=\frac{1}{2\mathrm{j}}\left(\frac{1}{s-\mathrm{j}}-\frac{1}{s+\mathrm{j}}\right)=\frac{1}{s^2+1},$$

$$\mathscr{L}[\cos t] = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{s-\mathrm{j}} + \frac{1}{s+\mathrm{j}}\right) = \frac{s}{s^2+1}.$$

4) 这里 $\varepsilon(t)$表示**单位阶跃函数**(或**单位函数**),即

$$\varepsilon(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ 1, & t > 0. \end{cases}$$

它是直流信号源的数学表示($t=0$ 为开关闭合时刻,在此时刻 $\varepsilon(t)$ 的值可以不加限制),由此易得

$$\mathscr{L}[\varepsilon(t)] = \int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t = -\frac{1}{s}\mathrm{e}^{-st}\Big|_0^{+\infty} = \frac{1}{s}, \ \mathrm{Re}s > 0.$$

更一般地,有

$$\varepsilon(t-t_0) = \begin{cases} 0, & t < t_0, \\ 1, & t > t_0. \end{cases}$$

它又可用作信号截取,例如

$$\sin t \cdot \varepsilon\left(t - \frac{\pi}{2}\right) = \begin{cases} 0, & t < \dfrac{\pi}{2}, \\ \sin t, & t > \dfrac{\pi}{2}, \end{cases}$$

$$\varepsilon(t-t_1) - \varepsilon(t-t_2) = \begin{cases} 0, & t < t_1, t > t_2, \\ 1, & t_1 < t < t_2, \end{cases}$$

分别示于图 1-1 和图 1-2.

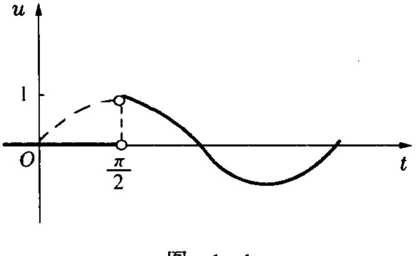

图 1-1

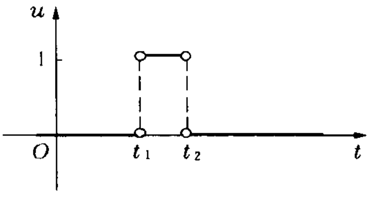

图 1-2

5) $\delta(t)$称为**单位脉冲函数**,它可定义为

$$\delta(t) = \lim_{T\to 0}\delta_T(t),$$

其中
$$\delta_T(t)=\begin{cases}\dfrac{1}{T}, & 0<t<T,\\ 0, & t<0,t>T.\end{cases}$$
如图 1-3 所示，无论 T 多么小，$\delta_T(t)$之下的面积恒为 1. 所以，$\delta(t)$ 可看作发生在极短促的一段时间内，能量为一个单位的一种理想化的信号函数，例如瞬间的放电或两物体的碰撞. 虽然由 $\lim\limits_{T\to 0}\dfrac{1}{T}=+\infty$，得到

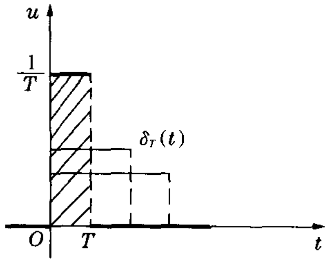

图 1-3

$$\delta(t)=\begin{cases}+\infty, & t=0,\\ 0, & t\neq 0,\end{cases}$$
然而由于
$$\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=\lim_{T\to 0}\int_0^T\delta_T(t)\mathrm{d}t=1,$$
因此一个脉冲函数的大小是用它的积分来度量的.

更一般地，发生在 $t=t_0$ 时刻的单位脉冲函数记作 $\delta(t-t_0)$，若 $f(t)$为连续函数，则有性质：

(i) $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}f(t)\delta(t)\mathrm{d}t=\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon}f(t)\delta(t)\mathrm{d}t=f(0)$；

(ii) $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}f(t)\delta(t-t_0)\mathrm{d}t=\int_{t_0-\varepsilon}^{t_0+\varepsilon}f(t)\delta(t-t_0)\mathrm{d}t=f(t_0)$；

(iii) 在能量等效的意义下，连续信号 $f(t)$可近似表示为一系列脉冲信号之和：
$$f(t)\approx\sum_{i=1}^{\infty}f(i\Delta t)\Delta t\cdot\delta(t-i\Delta t),$$
$$t\in[0,T],\ \Delta t=\frac{T}{n}.$$
这可联想到汽车引擎所发出的动力矩，也正是一系列爆炸脉冲迭加的结果. 当压缩可燃油汽在多个汽缸中轮番爆炸时，由于时间间隔 Δt 很小，合成的输出力矩具有良好的平稳性.

$\delta(t)$的拉氏变换求得如下：

$$\mathscr{L}[\delta_T(t)] = \int_0^T \frac{1}{T}\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t = \frac{1}{sT}(1 - \mathrm{e}^{-sT}),$$

$$\mathscr{L}[\delta(t)] = \lim_{T\to 0}\frac{1}{sT}(1 - \mathrm{e}^{-sT}) = 1.$$

即公式(5)得证(也可直接由上述性质(ii)求得).

1.3 拉普拉斯变换的性质

下面我们介绍几个后面有用的拉氏变换的性质.

设 $F(s)$、$G(s)$分别为 $f(t)$与 $g(t)$在拉氏变换下的象函数.

性质 1(线性性质) 对任何实数 α,β 恒有

$$\mathscr{L}[\alpha f(t) + \beta g(t)] = \alpha F(s) + \beta G(s). \tag{1}$$

(证略)

性质 2(时标比例) 对任何正数 α 恒有

$$\mathscr{L}[f(\alpha t)] = \frac{1}{\alpha}F\left(\frac{s}{\alpha}\right). \tag{2}$$

证 利用换元积分法易得

$$\begin{aligned}\mathscr{L}[f(\alpha t)] &= \int_0^{+\infty} f(\alpha t)\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t \quad (\text{令 } \tau = \alpha t)\\ &= \frac{1}{\alpha}\int_0^{+\infty} f(\tau)\mathrm{e}^{-\frac{s}{\alpha}\tau}\mathrm{d}\tau\\ &= \frac{1}{\alpha}F\left(\frac{s}{\alpha}\right).\end{aligned}$$

本性质用于时间比例尺改变后求拉氏变换.

例 1 验证：$\alpha > 0$ 时，有

$$\mathscr{L}[\sin\alpha t] = \frac{\alpha}{s^2 + \alpha^2}, \ \mathscr{L}[\cos\alpha t] = \frac{s}{s^2 + \alpha^2}.$$

证 设 $f(t) = \sin t$，则 $F(s) = \dfrac{1}{s^2+1}$(已知)，于是有

$$\mathscr{L}[\sin\alpha t] = \frac{1}{\alpha}\cdot\frac{1}{\left(\frac{s}{\alpha}\right)^2 + 1} = \frac{\alpha}{s^2 + \alpha^2};$$