

现代管理常用数学方法

潘天敏 编著

辽宁人民出版社

一九八五年·沈阳

现代管理常用数学方法

Xiandai Guanli Changyong Shuxue Fangfa

潘天敏 编著

辽宁人民出版社出版 辽宁省新华书店发行
(沈阳市南京街6段1里2号) 沈阳新华印刷厂印刷

字数: 180,000 开本: 787×1032 $\frac{1}{32}$ 印张: 8 $\frac{3}{4}$ 插页: 2
印数: 1—19,000

1985年7月第1版

1985年7月第1次印刷

责任编辑: 张胜彬

封面设计: 薛妮

统一书号: 4090·142

定价: 1.30 元

目 录

序 言

第一章 应用决策分析法 选择最优方案.....	1
第一节 确定型决策分析.....	1
第二节 风险型决策分析.....	5
第三节 不确定型决策分析.....	17
附 录 概率.....	23
第二章 应用关键路线法 制订标准生产周期.....	33
第一节 关键路线法的基本原理.....	33
第二节 网络图.....	34
第三节 网络图的绘制.....	36
第四节 关键路线法的应用步骤.....	41
第五节 关键路线法的应用实例.....	41
第三章 应用求最小值法 确定生产的经济批量.....	48
第一节 确定生产的经济批量的基本原理.....	48
第二节 确定生产的经济批量时应注意的问题.....	50
第三节 确定生产的经济批量应用实例.....	51
附 录 导数.....	53
第四章 应用求自然对数法 分析产品的寿命周期.....	78
第一节 寿命周期各阶段的销售特征.....	78

第二节	销售特征的数学表示	80
第三节	寿命周期定量分析的具体步骤	83
第四节	寿命周期定量分析的应用实例	86
附 录	对数	90
第五章	应用延伸预测法 进行销售预测	105
第一节	直线趋势法	105
第二节	指数曲线趋势法	117
第三节	综合判断法	123
附 录	最小二乘法	127
第六章	应用“两图一表”分析解决产品质量问题	144
第一节	排列图	144
第二节	要因图	147
第三节	对策表	149
第四节	“两图一表”的其他应用	150
第七章	应用价值工程 寻求使产品成本最低的质量最 佳点	153
第一节	价值工程的基本原理	153
第二节	成本与功能综合分析	155
第三节	价值工程的应用实例	158
第八章	应用量本利分析法 测算完成利润计划应达到 的产量水平	164
第一节	量本利分析法的基本原理	164
第二节	固定成本和变动成本	166
第三节	成本变动后的情形	171
第四节	量本利分析法的应用实例	173

第九章 应用求最大值法 测算使利润最大的产量水平	
.....	178
第一节 求最大值法的基本原理	178
第二节 求最大值法的应用说明	181
第三节 求最大值法的应用实例	183
第十章 应用统计方法 制订平均先进定额	186
第一节 先进平均数法	187
第二节 三面统筹法	189
第三节 比较法	194
附 录 统计	196
第十一章 应用求最小值法 确定设备的经济寿命	208
第一节 确定设备的经济寿命的基本原理	208
第二节 确定设备的经济寿命时应注意的问题	210
第三节 确定设备的经济寿命应用实例	211
第十二章 应用求最小值法 确定物资的经济采购批量	
.....	213
第一节 确定物资的经济采购批量的基本原理	213
第二节 确定物资的经济采购批量时应注意的问题	
.....	215
第三节 确定物资的经济采购批量应用实例	216
第十三章 应用 ABC 分析法 实行物资分类管理	219
第一节 ABC 分析法的基本原理	219
第二节 ABC 分析法的应用步骤	220
第三节 ABC 分析法的应用实例	223
第十四章 应用线性规划 充分利用人力、物力、财力	

资源	230
第一节 线性规划数学模型的建立	230
第二节 线性规划数学模型的图解法	234
第三节 图解法的应用实例	239
第十五章 应用正交试验法 合理进行试验设计	242
第一节 正交表与正交试验	243
第二节 正交表的选用	244
第三节 正交试验法的应用步骤	250
第四节 正交试验法的应用实例	253
附表 常用正交表	257

第一章 应用决策分析法

选择最优方案

在工厂管理中，实现某项管理目标或完成某项工作任务时，往往面临多种可供选择的行动方案。但作为最优方案，至少应该能保证取得最佳的经济效益。也就是说，当投入一定时，最优方案的产出最多；或者当产出一定时，最优方案的投入最少。决策分析，就是从多种可供选择的行动方案中选择最优方案的过程。对于任何一个工厂来说，执行各种管理职能都离不开决策分析。决策分析贯穿于工厂管理的全过程。

为了提高决策分析的科学性，决策者必须掌握科学的决策分析方法。科学的决策分析一般应包括以下步骤：①摆明问题；②确定目标；③拟订方案；④方案评估；⑤方案择优。根据决策问题的性质的不同，决策分析通常分为三种类型：确定型决策分析、风险型决策分析和不确定型决策分析。

第一节 确定型决策分析

所谓确定型决策分析，指决策者掌握决策所需的各种情

报信息，决策面临多种可行方案，各种可行方案的后果，都能用确定的值来衡量。这时的决策分析就是确定型的。应用确定型决策分析时，被决策的问题应具备以下四个条件：

(1) 存在决策者希望达到的一个明确的目标（收益较大或损失较小）；

(2) 只存在一个确定的自然状态（即被决策的问题只面临一种客观条件，也称客观状态）；

(3) 存在着两个或两个以上的可供选择的行动方案；

(4) 可以计算出各种行动方案在确定状态下的损益值（损失或收益）。

进行确定型决策分析的步骤是：

(1) 明确决策目标（收益较大或损失较小），收集与决策问题有关的信息；

(2) 明确已定的自然状态；

(3) 列出可供选择的两个或两个以上的行动方案；

(4) 计算出各种行动方案在确定状态下的损益值；

(5) 列出确定型决策表；

(6) 比较分析，确定最优方案。

例1—1 某厂生产的某种产品在市场上畅销，而该厂由于资金不足不能增加产量以满足市场需求。如要增加产量，就得向银行贷款，年利率为10%。问：当该厂资金利润率为18%时，贷款500万元是否可行？

解 可运用确定型决策分析法解决。因为该问题面临一种确定的自然状态（银行贷款年利率为10%），有两种可供选择的行动方案（贷与不贷），并能分别计算出两种不同方

时的收益情况。按确定型决策分析的步骤进行，可得：

(1) 决策目标，通过贷款，增加产量，提高收益；

(2) 已定的自然状态：银行贷款年利率为10%；

(3) 有两个可供选择的行动方案（贷与不贷）；

(4) 分别计算采取以上两个行动方案时，工厂收益的增长情况；

贷款500万元时，收益增长值为

$$500 (18\% - 10\%) = 40 \text{ (万元)}$$

不贷款时，收益增长值为0。

(5) 根据以上数据，列出确定型决策表，如表1—1所示；

表 1—1 确定型决策表 单位：万元

自然状态 损益值 行动方案	θ (贷款利率为10%)
A_1 (贷款500万元)	40
A_2 (不贷)	0

(6) 从表 1—1 可知，在贷款利率为10%的自然状态下，在 A_1 、 A_2 行动方案中，采取 A_1 方案使收益增加。因此，贷款500万元是可行的。

例1—2 某厂生产一种产品，当定价350元/台时，年销量可达12,000台；定价400元/台时，年销量可达8,000台；定价450元/台时，年销量只能达4,000台。问：当该厂生产该产品的固定成本为50万元，单位产品变动成本为300元时，

该产品定价多少时工厂的收益最大？

解 可运用确定型决策分析法解决。因为该问题面临一种确定的自然状态（价格变动时产品销量是确定的），有3种可供选择的行动方案（3种不同定价），并能分别计算出3种不同方案时的收益情况。按确定型决策分析的步骤进行，可得：

（1）决策目标：合理定价，提高收益；

（2）已定的自然状态：产品定价为350元/台、400元/台、450元/台时，年销量分别为12,000台、8,000台、4,000台；

（3）有3个可供选择的行动方案（3种不同的定价）；

（4）分别计算采取以上3个方案时工厂的收益情况；

收益 = 销售收入 - 销售成本

= 销售单价 × 销售量 - （变动成本 + 固定成本）

= 销售单价 × 销售量 - $\left(\begin{array}{l} \text{单位产品} \\ \text{变动成本} \end{array} \times \text{销售量} \right.$
+ 固定成本)

由已知条件，可得

定价为350元/台时的收益 = $350 \times 12,000$

- $(300 \times 12,000 + 500,000)$

= 100,000（元）

定价为400元/台时的收益 = $400 \times 8,000$

- $(300 \times 8,000 + 500,000)$

= 300,000（元）

定价为450元/台时的收益 = $450 \times 4,000$

- $(300 \times 4,000 + 500,000)$

=100,000 (元)

(5) 根据以上数据, 列出确定型决策表, 如表 1—2 所示,

表 1—2 确定型决策表 单位: 元

自然状态 损益值 行动方案	θ (销售量已确定)
A_1 (定价350元/台)	100,000
A_2 (定价400元/台)	300,000
A_3 (定价450元/台)	100,000

(6) 从表 1—2 可知, 按照已确定的销售量, 在 A_1 、 A_2 、 A_3 行动方案中, 采取 A_2 方案收益最大。因此, 该厂产品定价400元/台是最适宜的。

在一般情况下, 确定型决策分析比较简单易行。不过, 当可供选择的方案很多时, 运算量较大, 有些问题的运算还比较复杂, 必要时可借助于电子计算机迅速处理。

第二节 风险型决策分析

风险型决策分析也叫统计型决策分析或随机型决策分析。这种决策分析所需要的大部分情报信息都是具备的, 但是决策不仅面临多种方案可供选择, 而且每种方案还面临多种后果。究竟出现哪种后果, 预先不能确定, 只能借助于统计资料, 推算出各种后果出现的可能性。这时的决策分析就

是风险型的。应用风险型决策分析时，被决策的问题应具备以下五个条件：

(1) 存在着决策者希望达到的目标（收益较大或损失较小）；

(2) 存在着两个或两个以上的自然状态；

(3) 存在着两个以上可供选择的行动方案；

(4) 可以计算出各种行动方案在不同自然状态下的损益值；

(5) 对于未来将出现的各种自然状态的可能性（即概率），可预先确定。

下面介绍三种基本的风险型决策分析方法：最大可能法、期望值法、决策树法。

一、最大可能法

最大可能法是运用概率的有关知识，将风险型决策问题变为确定型决策问题而进行决策分析的一种方法。

一般地说，概率是描述某一事件发生的可能性大小的数量，常用英文字母 P 表示。例如，将一枚硬币从手中抛出，当硬币落到地上时，不是正面朝上就是反面朝上。而且，正面朝上和反面朝上的机会是相等的即一半对一半。这时，我们称硬币正面朝上和反面朝上的概率各为 0.5。如果用 A_1 表示抛硬币“正面朝上”这一事件，那末，发生 A_1 事件的概率为 0.5，记作

$$P(A_1) = 0.5$$

类似地，如果用 A_2 表示抛硬币“反面朝上”这一事件，那末，

发生 A_2 事件的概率也为0.5, 记作

$$P(A_2) = 0.5$$

任何事件 A 的概率值总是介于0与1之间的某个数。概率越大, 指该事件发生的可能性越大。如 $P(A_1) = 0.2$, 则表示事件 A_1 发生的可能性为20% (不发生的可能性为80%); 如 $P(A_1) = 0.5$, 则表示事件 A_1 发生的可能性为50% (不发生的可能性也为50%); 如 $P(A_3) = 0.8$, 则表示事件 A_3 发生的可能性为80% (不发生的可能性为20%)。另有两种特殊情况是, 若 $P(A_1) = 1$, 则事件 A_1 就是一定要发生的必然事件; 若 $P(A_1) = 0$, 则事件 A_1 就是一定不可能发生的事件 (关于概率的知识, 在本章附录中有进一步的介绍)。

在决策分析中, 每个方案遇到各种自然状态的可能性, 都可用概率来表示。每个方案遇到各种自然状态的概率之和等于1。

最大可能法, 就是在风险型决策问题中选择一个概率最大 (也就是出现的可能性最大) 的自然状态进行决策, 其它概率较小的自然状态可以不管。通过这种办法, 就把风险型决策分析问题变成了确定型决策分析问题。

按最大可能法进行决策分析的步骤是:

- (1) 明确决策目标 (收益较大或损失较小), 收集与决策问题有关的信息;
- (2) 找出可能出现的自然状态;
- (3) 列出主要而且可行的行动方案;
- (4) 根据前期资料和经验, 确定各种自然状态出现的概率;

(5) 计算出每个行动方案在概率最大的自然状态下相应的损益值;

(6) 列出决策表;

(7) 比较分析, 确定最优方案。

下面, 通过例 1—3 来说明最大可能法的具体应用。

例 1—3 某厂要确定下一计划期内的生产批量。经市场调查和预测, 已知产品销路好、一般、差的可能性 (即概率) 分别为 0.3、0.5 和 0.2。经计算, 产品采用大、中、小批量生产时, 可能获得的效益值如表 1—3 所示。要求通过决策分析, 确定合理批量, 使企业效益最大。

表 1—3

单位: 万元

自然状态 自然状态概率 损益值 行动方案	产 品 销 路		
	θ_1 (好)	θ_2 (一般)	θ_3 (差)
	$P(\theta_1) = 0.3$	$P(\theta_2) = 0.5$	$P(\theta_3) = 0.2$
A_1 (大批量生产)	2.0	1.2	0.8
A_2 (中批量生产)	1.6	1.6	1.0
A_3 (小批量生产)	1.2	1.2	1.2

解 在本例题中, 概率最大的自然状态为 $P(\theta_2) = 0.5$, 即出现产品销路一般的可能性最大。因此, 在应用最大可能法时, 我们只须考虑按这一最可能出现的自然状态进行决策分析。于是, 便可列出最大可能法的决策表, 如表 1—4 所示:

表1—4 决 策 表 (最大可能法) 单位: 万元

自然状态 损益值 行动方案	产品销路 θ_2 (一般)
A_1 (大批量生产)	1.2
A_2 (中批量生产)	1.6
A_3 (小批量生产)	1.2

从上表可知, 该厂采取 A_2 方案时效益最大。因此, 应选择 A_2 (即中批量生产) 为最优方案。

最大可能法的应用范围较广。值得指出的是, 对于需要决策的问题, 如果面临多种自然状态, 其中某一种自然状态出现的概率特别大, 而它们相应的损益值差别不很大时, 应用最大可能法进行决策分析的效果是较好的。不过, 当需要决策的问题虽然面临多种自然状态, 但各种状态发生的概率都很小, 且互相很接近时, 就不宜采用最大可能法, 应该考虑采用其他方法进行决策分析。

二、期望值法

期望值法是计算出每个行动方案的期望值, 然后加以比较。如果决策目标是效益 (如利润、投资回收额等) 最大, 则应采取期望值最大的行动方案; 如果决策目标是费用支出或损失最小, 则应采取期望值最小的行动方案。

按期望值法进行决策分析的步骤是:

(1) 明确决策目标 (收益较大或损失较小), 收集与决策问题有关的信息;

- (2) 找出可能出现的自然状态;
- (3) 列出主要而且可行的行动方案;
- (4) 根据前期资料和经验, 确定各自然状态出现的概率;
- (5) 计算出每个行动方案在不同自然状态下相应的损益值;
- (6) 列出决策表, 并计算出每个行动方案的损益期望值;
- (7) 比较分析, 确定最优方案。

计算期望值是应用期望值法进行决策分析的重要步骤。期望值是一个与概率有关的数学概念。对于每个行动方案来说, 损益期望值 E 的计算方法是: 某方案 A_i 的损益期望值 $E_{(A_i)}$ 等于该方案多种自然状态的概率 $P(\theta_i)$ 与相应的损益值 θ_i 的乘积之和, 用公式可表示为

$$E_{(A_i)} = \sum_{i=1}^n P(\theta_i) \cdot \theta_i \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

在上式中, 记号 $\sum$ (读作 “锡革马”) 是求和符号。 $\sum_{i=1}^n P(\theta_i) \cdot \theta_i$ 表示从 $P(\theta_1) \cdot \theta_1$ 项开始, 一直加到 $P(\theta_n) \cdot \theta_n$ 项, 共 n 项之和, 即

$$\sum_{i=1}^n P(\theta_i) \cdot \theta_i = P(\theta_1) \cdot \theta_1 + P(\theta_2) \cdot \theta_2 + \dots + P(\theta_n) \cdot \theta_n$$

例1—4 对例1—3, 应用期望值法进行决策分析。

解 根据例1—3中表1—4所列的多种状态的概率和

效益值，可计算出每一行动方案的收益期望值，计算过程如下：

$$E_{(A_1)} = 2.0 \times 0.3 + 1.2 \times 0.5 + 0.8 \times 0.2 = 1.36 \text{ (万元)}$$

$$E_{(A_2)} = 1.6 \times 0.3 + 1.6 \times 0.5 + 1.0 \times 0.2 = 1.48 \text{ (万元)}$$

$$E_{(A_3)} = 1.2 \times 0.3 + 1.2 \times 0.5 + 1.2 \times 0.2 = 1.20 \text{ (万元)}$$

于是，就可列出应用期望值法进行决策分析的决策表，如表 1—5 所示：

表 1—5

决 策 表 (期望值法)

单位：万元

自然状态 自然状态概率 损益值 行动方案	产 品 销 路			损益期望值 $E(A_i)$
	θ_1 (好)	θ_2 (一般)	θ_3 (差)	
	$P(\theta_1) = 0.3$	$P(\theta_2) = 0.5$	$P(\theta_3) = 0.2$	
A_1 (大批量生产)	2.0	1.2	0.8	1.36
A_2 (中批量生产)	1.6	1.6	1.0	1.48
A_3 (小批量生产)	1.2	1.2	1.2	1.2

从表 1—5 比较分析可知， $E_{(A_2)} = 1.48$ 最大，因此，采用行动方案 A_2 (即中批量生产) 可能获得的收益最大。

注意：当决策表中列出的不是收益值而是损失值时，应选择损失期望值最小的行动方案为最优方案。

三、决策树法

决策树法实际上是期望值法的图解形式，即用决策树代替期望值法中的决策表进行决策分析。

决策树是一种用于决策分析的树状图形，其结构如图 1