仪器仪表工人技术培训教材

光学测量

机械工业部仪器仪表工业局 统编

机械工业出版社

本书是为光学仪器各工种的教学需要而编写的。

本书内容有：测量误差和数据处理，光学测量常用仪器和基本部件，光学元件几何形状的测量，光学玻璃折射率的测量，焦距、截距的测量，光学系统特性常数的测定，光学系统光度性能的测定，光学系统成象质量的检验，实验等。每章末均附有复习题。

本书由江南光学仪器厂主编，由吴金康、彭朝明、陈光华同志编写，钱振邦、王德华同志审校。

光学测量

机械工业部仪器仪表工业局　统编

*

机械工业出版社出版（北京阜成門外百万庄南街一号）

（北京市书刊出版业营业許可証出字第117号）

机械工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本 787×1092 1/32·印张9 7/8·字数216千字

1985年9月北京第一版·1985年9月北京第一次印刷

印数　0,001—6,000·定价 1.90 元

*

统一书号：15033·5776

前　言

贯彻中共中央、国务院《关于加强职工教育工作的决定》，对广大工人进行系统的技术培训，是智力开发的一件大事，是一项战略性的任务。有计划地开展这项工作，教材是关键。有了教材才能统一教学内容；才能逐步建立起正规的工人技术教育体系，提高工人的技术素质，以适应四化建设的需要。为此，我们在全国仪器仪表行业有关的重点企业中，组织了有长期从事技术、教育工作经验的工程技术人员和教师，编写了这套仪器仪表专业工种的初级、中级工人技术培训教材，共七大类四十六本。

这套教材编写的依据是原国家仪器仪表工业总局一九八一年颁发的《工人技术理论教学计划、教学大纲（仪器仪表专业工种初、中级部分）》。学员学完初级技术理论教学计划规定的课程，可系统地达到部颁《工人技术等级标准》中本工种三级以下的“应知”要求；学完中级技术理论教学计划规定的课程，可系统地达到本工种六级以下的“应知”要求。在教材编写过程中，注意了工人培训和仪器仪表行业的特点，力求做到既要理论联系生产实际，学以致用，又要循序渐进。考虑到工种工艺学的特殊性，避免不必要的重复，对工种工艺学初级、中级教材采用合一册或上、下册的形式。通过教学计划和大纲，体现初级、中级培训的阶段性和连续性。

这套教材的出版，得到了北京、天津、上海、江苏等省市仪表局、机械厅和有关企业、学校、研究单位的大力支

持，在此特致以衷心的感谢。

由于时间仓促，加上编写经验不足，教材中难免存在缺点和错误，我们恳切地希望同志们在使用中提出批评和指正，以便进一步修订。

机械工业部仪器仪表工业局

工人技术培训教材编审领导小组

一九八二年十二月

目　录

第一章　测量误差和数据处理

1-1　测量和测量误差

一、测量

所谓测量，就是将被测的量和一个作为测量单位的标准量进行比较的过程。例如，用游标卡尺测量轴的直径，就是将轴在直径方向上的线度，与游标卡尺上的刻度进行比较，从而读出其尺寸的过程。

用游标卡尺测量轴径，测量读数值就是被测量本身，这种测量称为直接测量。在有些测量中，测量的读数值乃是某个中间量，还需要根据它与被测量之间的函数关系，经过计算求得被测量本身，这种测量称为间接测量。这在光学测量中尤为多见。例如，在3-3节中将要讲到的用环形球径仪测量透镜凸球面的曲率半径R，直接测量的中间量是矢高h，而R则需要通过公式$R=\frac{r^2}{2h}+\frac{h}{2}-\rho$计算出来。显然，间接测量中必然包含着直接测量。

二、测量误差

通过测量所得出的被测量的数值，称为测量值。而被测量本身所固有的绝对准确的数值，称为真值。真值是客观存在的。然而，由于测量方法和测量仪器（或工具）不可能绝对完善，测量条件的控制不可能绝对严格，当在测量中要用眼睛进行对准或判别时，眼睛本身还存在着一定的缺陷等等，这一切因素使得任何测量都不可能得到与真值完全符合

的测量值，因此真值是无法测量出来的。而测量的目的，正是为了得到尽可能接近真值的近似值。

测量值与真值之间的差，称为测量误差。设测量值为 x，真值为 X，则测量误差为 $x-X$。其绝对值 $|x-X|$，称为绝对误差。

对于同一个被测量，绝对误差可以反映出测量的精确程度。但对于同一类测量的两个或两个以上的被测量，如用激光测距仪测量 15 公里远的目标时绝对误差为 4.5 米，用测量显微镜测量分划板上两条相隔 2.5 毫米的刻线时的绝对误差为 3 微米，则难以用绝对误差的大小来评定它们的测量精确程度的高低。为此，我们引入相对误差的概念，用以更为确切地表征测量的精确程度，其定义为 $\left|\frac{x-X}{X}\right|\times 100\%$。如上例中，用激光测距仪测量时的相对误差等于 $\frac{4.5}{15000}\times 100\%=0.03\%$，用测量显微镜测量时的相对误差等于 $\frac{0.003}{2.5}\times 100\%=0.12\%$。显然，前者的精确性高于后者。

因为真值是不可知的，所以这样定义的绝对误差和相对误差也是不可知的。然而，总可以判断出它们不可能超出某一范围。我们把满足不等式 $|x-X|\leqslant\Delta$ 的最小的正数 Δ，称为绝对误差界，把 $\frac{\Delta}{|x|}\times 100\%$ 称为相对误差界。测量仪器（或工具）的绝对误差界与其最小格值之间存在着一定的数量关系。例如，螺旋千分尺的绝对误差界是其最小格值的一半。设用最小格值为 0.01 毫米的螺旋千分尺测得轴的直径为 ϕ 10.000 毫米，其绝对误差界即为 0.005 毫米，相对误差界即为0.05%。测量仪器（或工具）的相对误差界越小，

其测量精度也就可能越高。

三、误差的产生原因及其减少或消除的方法

按误差产生的原因来分，有如下三种：过失误差、系统误差和随机误差

1．过失误差　由于测量时的粗心大意（如操作、读数、记录、计算等错误）或环境条件的变化造成某些与事实明显不符的误差，称为过失误差。如图 1-1 所示，正确读数应为 3.9，却误读成 4.1。

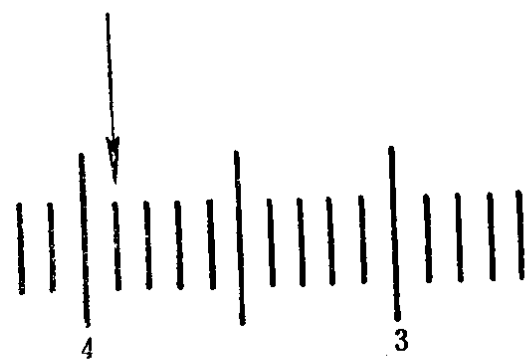

图1-1　过失误差的例子

过失误差的数据，往往明显地过大或过小。一旦发现有过失误差，应重测或在作数据处理时予以舍弃。

2．系统误差　由于测量仪器（或工具）本身结构不合理、精度不够高、使用不当或者实验条件未能满足等原因而产生的误差，称为系统误差。

对于系统误差，应该在实验之前通过仔细检查、分析思考，采取预防、补救措施，尽可能地予以消除或减小到最低限度。例如，丝杆与螺母之间有间隙，以致出现空回，这可用单向转动螺纹的方法消除；度盘的几何中心与其机械转动中心不重合，以致在一侧读数会带来呈正弦规律变化的系统误差，这可用在相隔 180° 的两侧读数再取平均值的方法消除；当已知刻度尺或度盘的格值误差、仪表或块规的示值误差时，可在测量结果中加入修正值予以修正和消除；当平行光管因分划板不在物镜焦平面上而产生视差时，应先加以调校，使之减小到最低限度；当测量仪器（或工具）本身缺陷

较大、精度不够高时，应换用缺陷小、精度足以达到测量要求的仪器（或工具）；当实验室温度未能满足实验要求（精密测量的标准温度一般规定为20℃）时，应在调节好温度之后再做实验等等。

3. 随机误差　由于各种各样错综复杂、细微偶然的因素所造成的误差，称为随机误差，又可称为偶然误差。例如，用眼睛对准刻线或估读最小格值的十分之一时，不可能绝对准确无误，难免有时左时右、时大时小的稍许偏差；电源电压、交流电频率、电子仪器的工作点，也不可能绝对稳定不变，难免有忽高忽低、忽前忽后的偶然漂移；在实验室内，工作台有微弱的振动，室温有细小的起伏，气流有觉察不出的抖动等等。

这样一来，在相同的实验条件下进行一系列测量时，每次的测量值便不可能完全一样，而是略有变化，参差不齐。由此可见，随机误差是无法消除，不可避免的。只有通过数据处理，找到这种误差的大致范围，从而对测量结果的可靠程度有个较为客观的评价。

1-2　测量的数据处理

由上节可知，过失误差是可以完全避免的，系统误差是可以尽量减小的，而随机误差则是必然要出现的。本节将在过失误差已被完全排除，系统误差也可忽略不计，只存在随机误差的前提下，介绍如何处理 n 次重复测量（等精密度测量）的一系列实验数据等问题。

一、直接测量的数据处理

在相同实验条件下重复多次的直接测量中，每次测量的随机误差不可能完全一样，总是有正有负，有大有小。但它

们服从一定的统计学规律，最为常见的规律是概率论中的正态分布曲线，如图 1-2 所示。

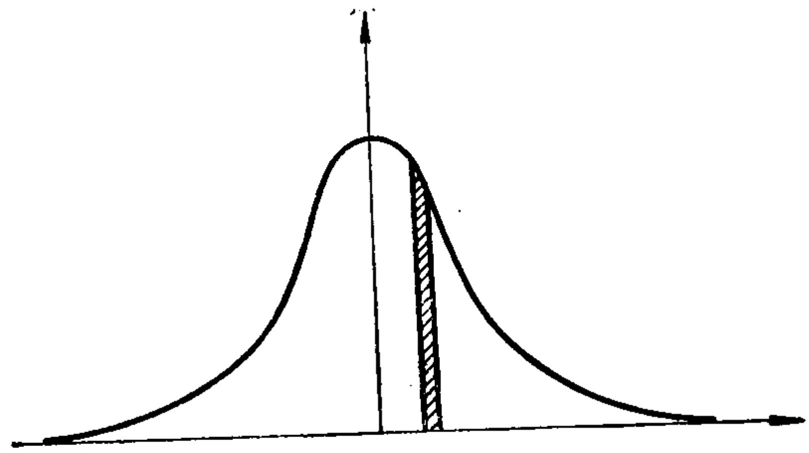

图1-2　正态分布曲线

图中横坐标表示随机误差，纵坐标表示概率密度。可以这样来理解概率密度：图中所绘的狭长条形阴影部分的面积，等于随机误差出现在这一狭小范围内的概率（即可能性）；也就是说，某一误差的概率密度的大小，等于随机误差出现在该误差附近极小范围内的概率，除以这一极小范围的宽度所得的比值。由图可见，$x-X$的绝对值相等而符号相反的正误差和负误差，它们的概率密度完全相等；$|x-X|$愈大，其概率密度愈小；当$|x-X|$大于某一值以后，其概率密度便几乎为零，这说明超过该定值的随机误差在事实上是不会出现的。

根据高等数学中的最小二乘法原理，可以推知：n 次重复测量的测量值 x_1、$x_2 \cdots\cdots x_n$ 的算术平均值

$$\bar{x}=\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n} \tag{1-1}$$

将最接近真值X。重复的次数越多，$\bar{x}$ 便越接近X；当 $n\longrightarrow$

$+\infty$时，则有 $\bar{x}\longrightarrow X$。因此，在作直接测量的数据处理时，以 n 次重复测量的算术平均值 $\bar{x}$ 作为关于真值 X 的最佳近似值。

虽然 n 越大，$\bar{x}$ 就越准确。但是，在实际测量中，当 n 足够大时，再继续增加 n 将不能显著地提高 $\bar{x}$ 的准确性，所以一般重复测量 3～6 次就可以了。

直接使用公式(1-1)计算，比较麻烦。为便于计算，可先人为地假定出一个与各测量值都比较接近的常数 x_0（其最后几位往往取零，有时即为被测量的公称值），然后按下式进行运算

$$\bar{x}=x_0+\frac{(x_1-x_0)+(x_2-x_0)+\cdots+(x_n-x_0)}{n} \qquad (1\text{-}2)$$

例如，某甲五次测量轴径的测量值分别为 29.997、30.005、29.999、29.994、30.000 毫米㊀，假设先定常数为 30.000 毫米，则

$$\begin{aligned}\bar{x}_{甲}&=30.000+\frac{-0.003+0.005-0.001-0.006+0.000}{5}\\&=30.000-0.001\\&=29.999 \text{ 毫米}\end{aligned}$$

由于 $\bar{x}$ 是真值 X 的最佳近似值，因而可以将第 i 次测量的绝对误差的定义引伸为

$$\Delta x_i=|x_i-\bar{x}| \qquad (1\text{-}3)$$

如上例中，某甲五次测量轴径的绝对误差分别为0.002、006、0.000、0.005、0.001 毫米。

今假设有某乙也来作此测量，其五次测量的测量值分别为 30.002、29.990、29.995、30.011、29.998 毫米，则

㊀ 在本书中，凡未注明单位的长度值，均以毫米为单位。

$$\bar{x}_{乙}=30.000+\frac{0.002-0.010-0.005+0.011-0.002}{5}$$

$$=30.000-0.001$$

$$=29.999\text{ 毫米}$$

在此例中，某乙五次测量轴径的绝对误差分别为0.003、0.009、0.004、0.012、0.001毫米。

在上述两例中，虽然甲乙两人在相同测量条件下，对同一测量样品的同一被测量做了同样次数的测量，而且各自所得到的 n 次测量的算术平均值也相等，但是甲各次测量的绝对误差，总的来说要比乙小，这说明甲测量的精密度比乙高。为了表征 n 次重复测量的精密度，我们引入平均误差的概念。它的定义是 n 次重复测量的绝对误差的算术平均值

$$\overline{\Delta x}=\frac{\Delta x_1+\Delta x_2+\cdots+\Delta x_n}{n} \tag{1-4}$$

$\overline{\Delta x}$ 愈小，说明 n 次重复测量的精密度愈高，也就说明了 $\bar{x}$ 的可靠程度愈高。如上述两例中，甲测量的平均误差为

$$\overline{\Delta x_{甲}}=\frac{0.002+0.006+0.000+0.005+0.001}{5}$$

$$=0.003\text{ 毫米}$$

乙测量的平均误差为

$$\overline{\Delta x_{乙}}=\frac{0.003+0.009+0.004+0.012+0.001}{5}$$

$$=0.006\text{ 毫米}$$

这说明甲的测量精密度比乙高，甲的测量结果比乙可靠。

但是，平均误差只能评价对同一个被测量进行重复测量的精密度，而对于同一类测量的两个或两个以上的被测量的重复测量精密度而言，则必须用相应的相对误差来评价，其定

义为$\frac{\overline{\Delta x}}{|\bar{x}|}\times 100\%$。

为了对重复 n 次的直接测量有一全面的反映，我们将测量的最后结果记作

$$x=\bar{x}\pm\overline{\Delta x} \tag{1-5}$$

$$E_x=\frac{\overline{\Delta x}}{|\bar{x}|}\times 100\% \tag{1-6}$$

如在上述两例中，对甲来说

$$x=29.999\pm 0.003 \text{ 毫米}$$

$$E_x=\frac{0.003}{29.999}\times 100\%=0.01\%$$

对乙来说

$$x=29.999\pm 0.006 \text{ 毫米}$$

$$E_x=\frac{0.006}{29.999}\times 100\%=0.02\%$$

在作测量的数据处理时，还可以用均方误差及其相应的相对误差来表征 n 次重复测量的精密度，它们的定义分别是

$$\sqrt{\overline{(\Delta x)^2}}=\sqrt{\frac{(\Delta x_1)^2+(\Delta x_2)^2+\cdots+(\Delta x_n)^2}{n}} \tag{1-7}$$

和

$$E_x=\frac{\sqrt{\overline{(\Delta x)^2}}}{|\bar{x}|}\times 100\% \tag{1-8}$$

如在上述两例中，对甲来说

$$\sqrt{\overline{(\Delta x)^2}}=\sqrt{\frac{0.002^2+0.006^2+0.000^2+0.005^2+0.001^2}{5}}$$

$$=0.004 \text{ 毫米}$$

$$E_x=\frac{0.004}{29.999}\times 100\%=0.01\%$$

对乙来说

$$\sqrt{\overline{(\Delta x)^2}}=\sqrt{\frac{0.003^2+0.009^2+0.004^2+0.012^2+0.001^2}{5}}$$

$$=0.007\text{ 毫米}$$

$$E_x=\frac{0.007}{29.999}\times 100\%=0.02\%$$

二、间接测量的数据处理

设间接测量的被测量 y 和直接测量的被测量 x 之间，存在着如下的函数关系

$$y=f(x) \tag{1-9}$$

对直接测量的被测量进行 n 次重复测量，所得测量值的算术平均值，即关于真值 X 的最佳近似值为 $\bar{x}$，其平均误差为 $\overline{\Delta x}$，则间接测量的被测量关于真值 Y 的最佳近似值为

$$\bar{y}=f(\bar{x}) \tag{1-10}$$

其平均误差为

$$\overline{\Delta y}=|f'(\bar{x})|\overline{\Delta x} \tag{1-11}$$

式中 $f'(\bar{x})$ 是函数 $y=f(x)$ 在 $\bar{x}$ 处的导数。如果读者不具备高等数学知识，可以使用下述初等数学计算公式

$$\overline{\Delta y}=|f(\bar{x}+\overline{\Delta x})-f(\bar{x})| \tag{1-12}$$

为便于计算，对公式(1-12)应先进行简化，略去其中的高阶小量（如$\overline{\Delta x^2}$），则可得到与使用公式(1-11)推导出来的结果一样较为简便的计算公式。

例如，对前已述及的曲率半径 R 与矢高 h 之间的函数关

系 $R=\frac{r^2}{2h}+\frac{h}{2}-\rho$ 来讲，使用公式(1-11)和(1-12)，最终都可以得到 $\overline{\Delta R}$ 的计算公式 $\overline{\Delta R}=\left|\frac{r^2}{2h^2}-\frac{1}{2}\right|\overline{\Delta h}$。

与直接测量一样，间接测量的最后结果记作

$$y=\bar{y}\pm\overline{\Delta y} \tag{1-13}$$

$$E_y=\frac{\overline{\Delta y}}{|\bar{y}|}\times 100\% \tag{1-14}$$

三、有效数字

一个数中自左向右从第一个不是零的数字开始，及其后面包括零在内的所有数字，都称为有效数字。有效数字的位数，称为有效数位。

例如，用钢卷尺量得某工件的长度为708.3毫米，其有效数字共四位。最后一位上的“3”是从钢卷尺上估读出来的，在测量中称为可疑数字。它是一种欠准确数字，但仍属于有效数字。若将其改成以米为单位，记作0.7083米，最前面个位上的“0”不属于有效数字；还可以记作 7.083×10^{-1} 米，后面乘上去的“10^{-1}”也不计入有效数位。这两者的有效数字都是四位。由此可见，在变换计量单位时，有效数位保持不变。再如，用游标卡尺量得某透镜的直径为20.00毫米，其有效数字共四位。“2”后面的三个“0”都属于有效数字，不可随便略去。即使只略去一个“0”，记作20.0毫米，也会造成测量精度降低的误解。

测量数据的有效数位总是有限的。而计算公式中的系数、常数的有效数位则是无限的。也就是说，可以视实际需要任取若干位。例如，通过直接测量球的直径 D 达到间接测

量它的体积V，那么计算公式$V=\frac{1}{6}\pi D^3$中，系数$\frac{1}{6}$和常数π的有效数位便是无限的。若各取三位有效数字，则分别是0.167和3.14；若各取四位，则分别是0.1667和3.142。此例还告诉我们，对有效数字采取四舍五入的法则。凡是除不尽的分数、无理数，化成小数时其末位有效数字是欠准确数字。如上例中，0.167和0.1667中的“7”，3.14中的“4”，3.142中的“2”，都是欠准确数字。

四、有效数字的数值计算

在进行数值计算之前，必须先统一单位，这是具体计算的规则，不可疏忽。

1. 有效数字计算的一般规则

（1）加减法：先在各数中，找出小数点后位数最少的数，其它各数只需按四舍五入法则保留其小数点后位数比该数多一位，即可进行计算。算得的和或差的最后两位都是可疑数字。显然，多保留一位可疑数字是毫无意义的，应将它按四舍五入法则略去，使得计算结果的小数点后的位数，与计算前各数中小数点后位数最少的数相同。这时的计算结果中，只有末位是可疑数字。

例如，由A至B，列车路程为305公里，由B至C的汽车路程为8.5里，由C至D的步行路程为863米，求由A至D的总路程S。计算时，先把单位都化成以公里为单位，取其和

$$S=(30\underline{5}+4.\underline{25}+0.86\underline{3})\text{公里}$$

凡在数字下面加一横的，表示属于欠准确数字。其中小数点后位数最少的数是305(小数点后的位数为零)，将其他两数保留到小数点后一位，进行计算