

武汉水利电力大学“211工程”建设资助项目

# 电 网 网 络 理 论

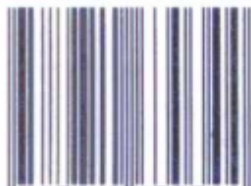
彭正未 编著

DIAN  
WANG  
LUO  
LI  
LUN

武汉水利电力大学出版社

责任编辑：胡 忠  
责任校对：徐 虹  
封面设计：涂 驰

ISBN 7-81063-034-2



9 787810 630344 >

ISBN 7-81063-034-2/TM·3  
定价：28.00 元

# 电 网 络 理 论

彭正未 编著

武汉水利电力大学出版社  
·武汉·

(鄂)新登字 15 号

## 内 容 提 要

这是以电路原理为基础的有关电网络分析与综合的系统化和规范化的理论教材,其概括性及灵活性均很强。全书共有九章。其中,网络分析主要体现在书中的第三、四、五、六、七章,有关网络代数方程、状态方程和基本定理的应用分析中;网络综合(即已知激励和响应求网络)则主要体现在讲述无源和有源网络综合的第八、九章。除此之外,还有第一章的网络元件和网络特性、第二章的网络图论。全书既注重理论性,亦讲求实践性,不乏作者自己的见解。可供大学研究生作为教材使用,也可供中、高级电气科技工作者参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

电网络理论/彭正未编著. —武汉:武汉水利电力大学出版社,1999.3  
ISBN 7-81063-034-2

I. 电… II. 彭… III. 电路理论 IV. TM13  
中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 09384 号

责任编辑:胡 忠

责任校对:徐 虹 封面设计:涂 驰

武汉水利电力大学出版社出版发行  
(武汉市武昌东湖南路 8 号,邮编 430072)

湖北省汉川市地方税务局印刷厂印刷

\*

开本:787×1092 1/16 印张:17.75 字数:430 千字

1999 年 11 月第 1 版 1999 年 11 月第 1 次印刷

ISBN 7-81063-034-2/TM·3 定价:28.00 元

# 第一章 网络元件及网络特性

电网络理论是建立在电路理论基础上的,是电路理论的深入和发展。本章既承前启后,又论述一些基本概念,诸如:二端元件与多端元件、二端口网络与多端口网络、线性与非线性、时变与时不变、无源性与有源性、互易性与非互易性、响应与激励的关系(即起因性)等,起着巩固、提高作用。这些将体现在理论阐述及其概括形式上。

## 第一节 网络的基本概念

### 一、网络、电路与系统

不论是电力系统的电力传输或电能转换,还是电子技术、通信技术、计算技术或控制技术中的信号传输与变换处理等等,都离不开网络。所有这些电网络,从本质上讲,都是电路,是具有特定功能和构成该系统的极其重要的组成部分。这是因为,任何一个系统,其响应与激励之间的关系,都是通过网络建立起来的。不论是单个响应与单个激励之间,还是多个响应与多个激励之间的关系,都是如此。

所谓系统,是针对网络、激励和响应这三部分构成的整体而言的。对于任何一个具有某种特定功能的系统,其核心和关键部分就是网络。不同的系统具有不同的特定功能,其所涉及的范围和规模也各不相同。即使在同一范围内其层次也可能有别。网络亦将随系统功能的不同而有所不同。即便是有相同功能的网络,也可能因其内部结构和工作原理的不同而有所区别。

### 二、二端网络与单端口网络

任何只有两个端钮与外部联接的网络,称为二端网络。在它的两个端钮上,流入端的电流与流出端的电流,依照 KCL,必然相等。故又可称为单端口网络。

### 三、多端网络与多端口网络

如果网络具有多个端钮可与外部联接,便称为多端网络。若网络具有多个端口可与外部联接,便称为多端口网络。必须强调指出,其中任何端口的一对端钮上,应当如同单端口网络的一对端钮那样,流入端的电流与流出端的电流,在任何时候和任何情况下均一定相等。以图 1-1(a)、(b)、(c)所示为例:

- (1) 在单端口网络上  $i = i'$ ;
- (2) 在二端口网络上  $i_1 = i'_1$  及  $i_2 = i'_2$ ;

(3) 对于  $n$  端口网络  $i_m = i'_m (m = 1, 2, \dots, j, k, \dots, n)$ 。

任何不符合上述条件的网络,均不能称为端口网络。比如,在所述图 1-1(b)中,若只满足 KCL:  $i_1 + i_2 = i'_1 + i'_2$ , 而不满足所述二端口网络条件时,由于具有四个可与外部联接的端钮,就只能称为四端网络。再如,像图 1-1(c)所示具有  $2n$  个端钮的网络,如果只满足:  $i_1 + \dots + i_n = i'_1 + \dots + i'_n$ , 而不满足所述  $n$  端口网络条件时,就只能称为  $2n$  端网络。

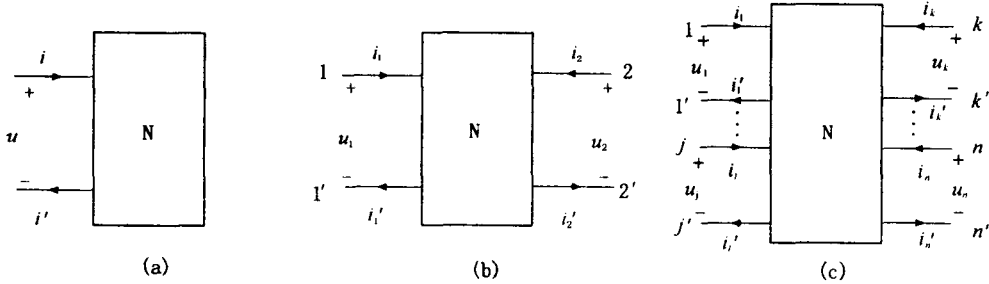


图 1-1 单端口网络与多端口网络

## 第二节 网络中的二端元件

顾名思义,二端元件就是指只有两个接线端钮对外联接的元件,诸如电阻、电容、电感、二极管等等,它们的组合也属于二端元件。

如果流入与流出二端元件的两个端钮的电流,在任何瞬间总保持相等,则称之为集总元件。也正因为如此,集总元件的两个端钮之间的电压,也是一个确定的量。这些都是由于集总元件均是单个集中参数元件或电源元件、或是由它们的组合所构成。

在进行网络分析计算时,对于任何一个元件,均必须事先指定其电流、电压的参考方向。当实际方向与参考方向一致时,应为“正”值;反之,则应为“负”值。对于元件内部不含电源的所谓无源元件,通常有这么一种惯例,即其电流和电压的参考方向,总是选取一致的形式。这就是关联参考方向。就是说,沿着电流的参考方向,同时就是电压降落的参考方向。如图 1-2 所示。

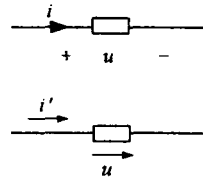


图 1-2 关联参考方向

对于参考方向与实际方向的区别和联系,必须切实注意,不要混淆。

### 一、电阻元件

对于线性电阻,在关联参考方向下,依照欧姆定律:

$$u = Ri \quad \text{或} \quad i = Gu \quad (1-1)$$

式中,  $R$  为电阻;  $G$  为电导。  $R$  和  $G$  互为倒数,且是一个常量。故在  $u-i$  平面上是一个过坐标原点的伏安特性直线。

如果是非线性电阻,则其伏安特性将是曲线而不是直线,如图 1-3。通常书写成下列函数形式:

$$u = f(i) \text{ 或 } i = g(u) \quad (1-2)$$

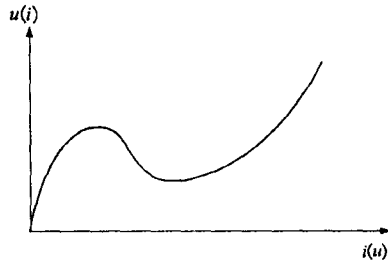


图 1-3 N形特性曲线

非线性电阻有流控电阻与压控电阻之分。前者,其端电压是电流的单值函数;后者,电流是电压的单值函数。

如图 1-3 所示 N 形特性曲线,它有一段下倾。在此段特性曲线上,其动态电阻具有“负电阻”的性质:即

$$\frac{du}{di} \text{ (或 } \frac{di}{du}) < 0 \quad (1-3)$$

动态电阻  $R_d$  与静态电阻  $R_s$  的定义如下:

$$R_d = \frac{du}{di} \text{ 及 } R_s = \frac{u}{i} \quad (1-4)$$

以图 1-4 所示某电阻元件的伏安特性为例,当工作在点  $P$  处时,其动态电阻与静态电阻将分别为

$$R_d \propto \operatorname{tg}\beta \quad R_s \propto \operatorname{tg}\alpha$$

与之相应,也有动态电导  $G_d$  和静态电导  $G_s$ 。它们分别是相应电阻的倒数。即

$$G_d = \frac{1}{R_d} = \frac{di}{du} \text{ 及 } G_s = \frac{1}{R_s} = \frac{i}{u} \quad (1-5)$$

如果电阻元件的伏安特性是单调上升或单调下降,则可称为单调型电阻。显然,它可以是“流控”型,也可以是“压控”型。即其伏安特性  $u = f(i)$  和  $i = g(u)$  是可逆函数。

如果电阻元件的伏安特性与时间无关,则称为时不变电阻。若电阻元件的伏安特性为

$$u = f(i, t) \text{ 或 } i = g(u, t) \quad (1-6)$$

即它同时是时间的函数,则称为时变电阻。它又有线性与非线性之分。

若对应于某一时间  $t$  的电阻值  $R(t)$  的电压与电流之间依然是线性关系,则其特性可表示为

$$u = R(t)i \quad (1-7)$$

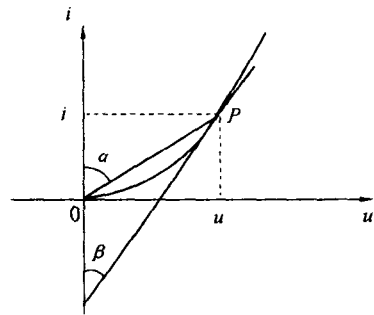


图 1-4 动态参数与静态参数

此线性时变电阻的伏安特性如图 1-5 所示,是一系列过坐标原点的直线。只是在不同瞬间,所取用的伏安特性直线斜率,将依随  $R(t)$  取值的不同而变化。

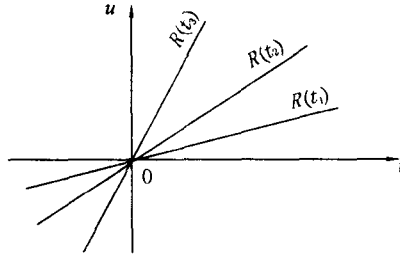


图 1-5 线性时变元件特性

## 二、电容元件

电容元件是无源、储能的二端元件。如图 1-6 所示,对应于所指定的参考极性,其特性以正极板上的电荷  $q$  和从正极板到负极板间的电压  $u$  的函数关系来表示,称为库伏特性。它与电阻元件的伏安特性相仿,也有线性与非线性、时变与时不变之分,且有下列两种表达形式:

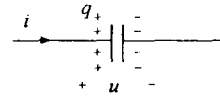


图 1-6 电容元件上的参考方向

$$q = f(u, t) \quad \text{或} \quad u = h(q, t) \quad (1-8)$$

其中,前者若为电压的单值函数,则称为压控电容;后者若为电荷的单值函数,则称为荷控电容。

如果  $q-u$  特性或  $u-q$  特性是单调上升或单调下降的,则称为单调型电容。这时,上列两式将互为反函数。写成一般形式,即对所有  $y, x$  及  $t$ ,下列等式成立:

$$h(y, t) = f^{-1}(x, t)$$

式中,  $y$  与  $x$  互为因变量。

根据  $q = f(u, t)$  的函数关系,对于电容中流过的电流,将有

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{\partial f(u, t)}{\partial u} \frac{du}{dt} + \frac{\partial f(u, t)}{\partial t} \quad (1-9)$$

如果  $\frac{\partial f(u, t)}{\partial t} = 0$ ,则为时不变压控电容。这时将有

$$q = f(u) \quad \text{及} \quad i = \frac{df}{du} \frac{du}{dt} = C_d(u) \frac{du}{dt} \quad (1-10)$$

若为线性时变电容,则有

$$q = C(t)u \quad \text{及} \quad i = C(t) \frac{du}{dt} + u \frac{dC(t)}{dt} \quad (1-11)$$

若为线性时不变电容,则有

$$q = Cu \quad \text{及} \quad i = C \frac{du}{dt} \quad (1-12)$$

式中,  $C$  为常量,即为电容参数。



### 三、电感元件

作为另一无源、储能二端元件的自电感,如图 1-7 所示,其特性以磁链  $\Psi$  与产生此磁链的电流  $i$  的函数关系表示,且取两者之间的参考方向保持右手螺旋关系,可写出:

$$\Psi = f(i, t) \quad \text{或} \quad i = h(\Psi, t) \quad (1-13)$$

前者为流控电感,而后者为磁控电感。当然,它们均必须满足单值函数条件。与前述相仿,若函数单调上升或单调下降,则既是磁控也是流控的电感,故称为单调型电感。

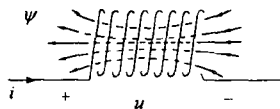


图 1-7 电感元件上的参考方向

不过,大多数非线性电感,实际上均与制作芯子的铁磁材料有关,不可避免地会受到磁滞特性的影响,其  $\Psi-i$  或  $i-\Psi$  特性将具有磁滞回线关系。这时它在某一时刻的瞬间工作特性,将与其前期状态有关。

若元件特性与时间无关,则称为时不变电感元件,这时将有下列特性函数形式:

$$\Psi = f(i) \quad \text{或} \quad i = h(\Psi) \quad (1-14)$$

如果是非线性函数,则为非线性时不变电感。如果是线性函数,则称为线性时不变电感,并可简写为

$$\Psi = Li \quad (1-15)$$

其中,  $L$  为常量,即为电感参数。

若为线性时变电感元件,则其特性函数关系式为

$$\Psi = L(t)i \quad (1-16)$$

对于电感元件上的端电压,有如下基本关系式:

$$u = \frac{d\Psi}{dt} \quad (1-17)$$

式中,磁链  $\Psi$  与电压  $u$  在参考方向上保持右手螺旋关系。亦即电压  $u$  与产生磁链的电流  $i$  是关联参考方向。如图 1-7 中所示。

对于流控电感有

$$u = \frac{d\Psi}{dt} = \frac{\partial f(i, t)}{\partial i} \frac{di}{dt} + \frac{\partial f(i, t)}{\partial t} \quad (1-18)$$

如果  $\frac{\partial f(i, t)}{\partial t} = 0$ , 则为时不变流控电感。这时将有

$$\Psi = f(i) \quad \text{及} \quad u = \frac{df}{di} \frac{di}{dt} = L_d(i) \frac{di}{dt} \quad (1-19)$$

若为线性时变电感,则有

$$\Psi = Li \quad \text{及} \quad u = L(t) \frac{di}{dt} + i \frac{dL(t)}{dt} \quad (1-20)$$

若为线性时不变电感,则有

$$u = L \frac{di}{dt} \quad (1-21)$$

对于磁控电感则有

$$\frac{di}{dt} = \frac{\partial h(\Psi, t)}{\partial \Psi} \frac{d\Psi}{dt} + \frac{\partial h(\Psi, t)}{\partial t}$$

即

$$u = \frac{d\Psi}{dt} = \left[ \frac{di}{dt} - \frac{\partial h(\Psi, t)}{\partial t} \right] / \frac{\partial h(\Psi, t)}{\partial \Psi} \quad (1-22)$$

显然,这时电压  $u$  与电流  $i$  之间,还与  $\Psi$  及其导数有关。故一般不存在唯一解。

### 第三节 多端元件及受控电源

对于具有两个以上的端钮与外部联接的元件,称为多端元件。例如,晶体管是三端元件,互感器或变压器是具有四个或四个以上对外联接端钮的多端元件,集成元件是多端元件,等等。

至于受控源,则是非独立电源。该电源电压或电流是受到电路中别的支路电流或电压控制的,而不是独立地取决于自身条件。

#### 一、多端元件

图 1-8 所示是个三端电路元件。依照 KCL 和 KVL 可写出电路方程如下:

$$\begin{aligned} i_1 + i_2 + i_3 &= 0 \\ u_{12} + u_{23} + u_{31} &= 0 \end{aligned}$$

可以看出,对于三端元件来说,只有四个独立变量。

由此还可推知,对于  $n$  端元件来说,则将分别有  $n-1$  个独立电流变量和  $n-1$  个独立电压变量。即共有  $2(n-1)$  个独立变量。

有关多端元件,还可分为多端电阻元件、多端电容元件及多端电感元件等。它们之间的本质区别在于:从元件的外部看来,其入端电流与电压之间,分别具有电阻性、电容性或电感性关系。

以多端电阻元件为例,其端电流与端电压之间的关系,可以用代数方程来描述。像图 1-9 所示晶体管元件,在低频条件下有:

$$\begin{aligned} u_{be} &= h_{11} i_b + h_{12} u_{ce} \\ i_c &= h_{21} i_b + h_{22} u_{ce} \end{aligned}$$

由于它是一个代数方程,显然就是一个三端电阻元件。

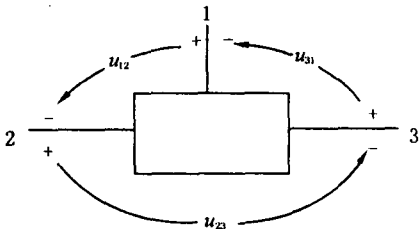


图 1-8 三端电路元件

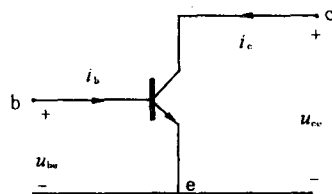


图 1-9 NPN 晶体管元件

## 二、受控电源

受控电源通常采用抽象化的具有控制和受控两个支路的四端元件来表示。

如图 1-10(a)、(b)、(c)、(d)所示,它们分别是电压控制电压源(VCVS)、电流控制电压源(CCVS)、电压控制电流源(VCCS)、电流控制电流源(CCCS)。其中支路 2 为受控电压源或电流源,即为受控支路;支路 1 为控制支路,若为控制电压则为开路,若为控制电流则为短路。针对所述 4 种不同情况,从电路端口看来,便可写出以下 4 种关系式。

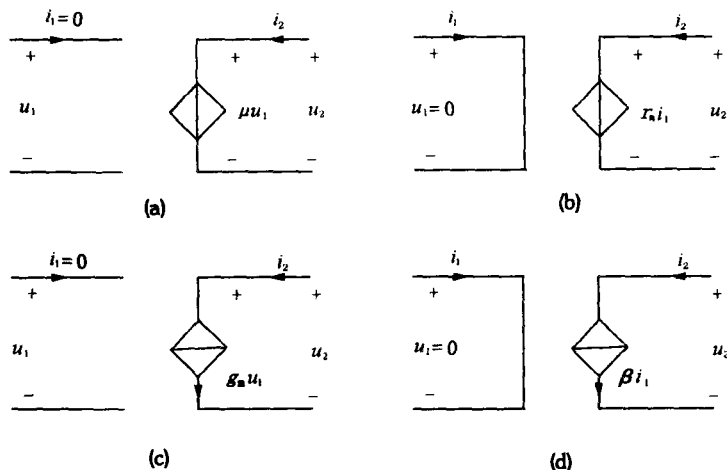


图 1-10 四种受控源

(1)电压控制电压源(VCVS):

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \mu & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (1-23)$$

即  $i_1 = 0, u_2 = \mu u_1$ 。  $\mu = u_2 / u_1$ , 称为转移电压比。

(2)电流控制电压源(CCVS):

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ r_m & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (1-24)$$

即  $u_1 = 0, u_2 = r_m i_1$ 。  $r_m = u_2 / i_1$ , 称为转移电阻。

(3)电压控制电流源(VCCS):

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ g_m & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (1-25)$$

即  $i_1 = 0, i_2 = g_m u_1$ 。  $g_m = i_2 / u_1$ , 称为转移电导。

(4)电流控制电流源(CCCS):

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \beta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (1-26)$$

即  $u_1 = 0, i_2 = \beta i_1$ 。  $\beta = i_2 / i_1$ , 称为转移电流比。

从上述可以看出,受控源也可以被看作是一种耦合元件,但它们的参数矩阵是奇异的,

因而不可能有逆阵。这同时也反映了受控源的不可逆性。

### 三、运算放大器

如图 1-11 所示,其中图(a)为运算放大器的符号示意图,图(b)为等效电路。

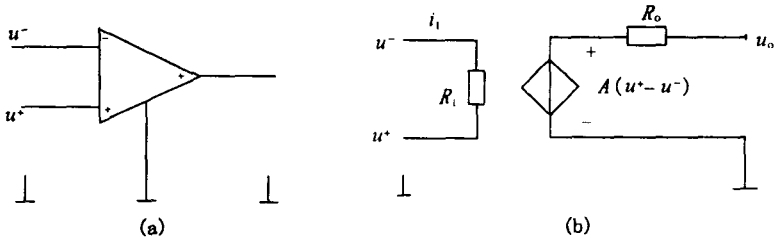


图 1-11 运算放大器的符号示意图和等效电路

图中标示的  $R_i$  为其输入电阻,  $R_o$  为其输出电阻;  $A$  为开环(即无反馈回路)时的放大倍数或增益。故其等效电路相当于电压控制电压源。即

$$u_o = A(u^+ - u^-) \quad (1-27)$$

在理想条件下,  $R_i \approx \infty$ ,  $R_o \approx 0$ , 以及  $A \rightarrow \infty$ 。因此输入端电流  $i_i \approx 0$ , 且对应于输出端电压  $u_o$  为一定值的条件下,  $(u^+ - u^-) \approx 0$ ,  $u^+ \approx u^-$ 。

依照反相端工作的条件,即输入侧“+”端接地,  $u^+ = 0$ 。则有

$$u_o = -Au^- \quad (1-28)$$

所以,运算放大器在理想化条件下,不存在用来表征其外部特性的系数矩阵。

在外接反馈电路条件下,以图 1-12 所示电路为例,基于理想条件,便有

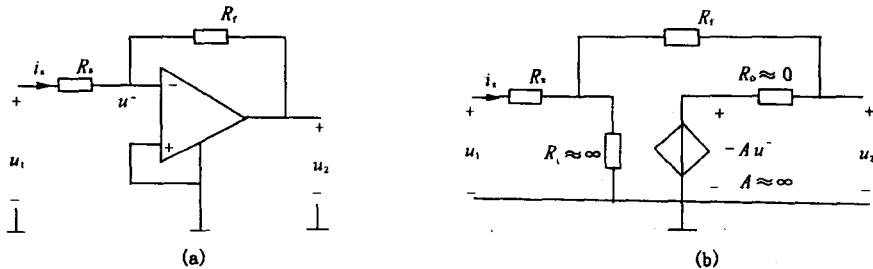


图 1-12 外接反馈的运算放大器电路

$$i_s = \frac{u_1 - u^-}{R_1} = i_f = \frac{u^- - u_2}{R_f} \quad (1-29)$$

且  $u^- = u^+ = 0$ , 故有

$$A_f = \frac{u_2}{u_1} = -\frac{R_f}{R_1} \quad (1-30)$$

此即为整个放大电路的总增益。它虽然远小于开环放大系数  $A$ , 但却由于通过电阻  $R_f$ ,

的负反馈支路的作用,这时的放大电路工作的稳定性极佳。

#### 四、负阻抗变换器

运用运算放大器,可以组成负阻抗变换器。它也是一种二端口的四端元件。

##### (1) 电压反向负阻抗变换器

如图 1-13 所示,在所指定的电流、电压参考方向条件下,即两侧电流的参考方向朝内,电压的参考方向从上而下。便可写出:

$$\begin{cases} u_1 = -k_1 u_2 \\ i_2 = -k_2 i_1 \end{cases}$$

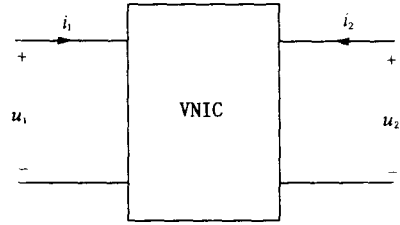


图 1-13 电压反向负阻抗变换器

写成矩阵形式,即

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -k_1 \\ -k_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (1-31)$$

可见,输入、输出电流均为从左到右时,输入、输出电压则一为从上到下,而另一为从下到上。故比例系数前边带“-”号。

##### (2) 电流反向负阻抗变换器

如图 1-14 所示,与上述相同电流、电压参考方向条件下,便可写出

$$\begin{cases} u_1 = k_1 u_2 \\ i_2 = k_2 i_1 \end{cases}$$

即

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & k_1 \\ k_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (1-32)$$

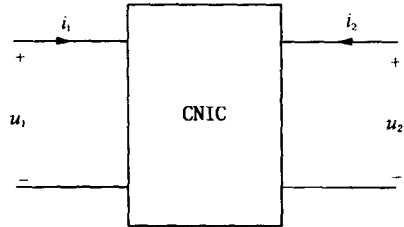


图 1-14 电流反向负阻抗变换器

可见,输入、输出电压均为从上到下时,输入、输出电流反向,即均为朝内。

这两种变换器都有把输出端联接的阻抗转换成为从输入端看来是负阻抗的本领。比如,一个电感  $L$  联接在输出端时,依照所述图示电流、电压参考方向,由于

$$u_2 = -L \frac{di_2}{dt}$$

便有

$$u_1 = \pm k_1 u_2 = \pm k_1 \left( -L \frac{di_2}{dt} \right) = \pm k_1 (-L) \left( \pm k_2 \frac{di_1}{dt} \right) = -k_1 k_2 L \frac{di_1}{dt}$$

可见,此时从输入端看来,整个电路呈负电感性。

再如,如果输出端联接电容,则有

$$i_2 = -C \frac{du_2}{dt}$$

故

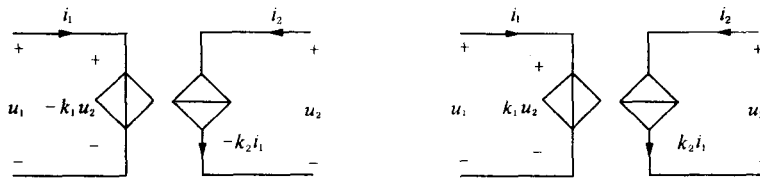
$$i_1 = \pm \frac{1}{k_2} i_2 = \pm \frac{1}{k_2} \left( -C \frac{du_2}{dt} \right) = \pm \frac{1}{k_2} (-C) \left( \pm \frac{1}{k_1} \frac{du_1}{dt} \right) = -\frac{C}{k_1 k_2} \frac{du_1}{dt}$$

可见,此时从输入端看来,整个电路呈负电容性。

此外,负阻抗变换器应当是含源器件。这可推证如下:

$$w(t) = \int_{-\infty}^t (u_1 i_1 + u_2 i_2) dt = \int_{-\infty}^t [-k_1 u_2 i_1 + u_2 (-k_2 i_1)] dt < 0$$

负阻抗变换器也可用受控源等效表示,如图 1-15(a)、(b)所示。



(a)电压反向负阻抗变换器

(b)电流反向负阻抗变换器

图 1-15 负阻抗变换器用受控源等效表示

## 五、回转器

将运算放大器进行适当组合,便可构成回转器。从外部联接看来,回转器也是一种构成二端口网络的四端元件,如图 1-16 所示。其两端电压、电流之间具有下列关系式

$$\begin{cases} u_1 = -r i_2 \\ u_2 = r i_1 \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -r \\ r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (1-33)$$

亦可写成为

$$\begin{cases} i_1 = g u_2 \\ i_2 = -g u_1 \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & g \\ -g & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (1-34)$$

如果改变回转方向,如图 1-17 所示,即将原回转器的 1、2 两侧对调,便有

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & r \\ -r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad \text{或} \quad \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -g \\ g & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

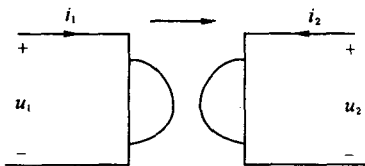


图 1-16 回转器

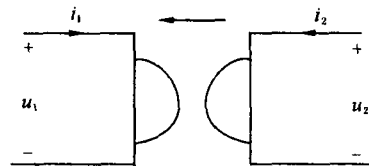


图 1-17 改变回转方向

总之,回转器具有将一端口电流“回转”成另一端口电压,或者将一端口电压“回转”成另一端口电流的特性。这给电子器件制作带来极大的好处,因为利用这一特性,就可以方便地将一个电容回转成电感。

以图 1-18 所示回转电路为例,若在 2 侧端口上联接电容,那么,依照图示电流、电压参考方向,便有

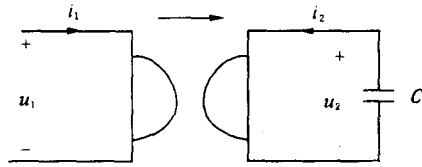


图 1-18 电容回转成电感

$$i_2 = -C \frac{du_2}{dt}$$

$$u_1 = -ri_2 = rC \frac{du_2}{dt} = r^2 C \frac{di_1}{dt}$$

故从 1 侧端口看来,将犹如是一个电感,  $L = r^2 C$ 。

如果这时将 1 侧端口联接在某一电路上,便可起到电感元件的作用。这比用导线绕制电感元件,显然要简单、方便,且紧凑得多。

此外,理想回转器是不消耗能量的。这可推证如下:

$$\begin{aligned} w(t) &= \int_{-\infty}^t (u_1 i_1 + u_2 i_2) dt \\ &= \int_{-\infty}^t (-ri_2 i_1 + ri_1 i_2) dt = 0 \end{aligned}$$

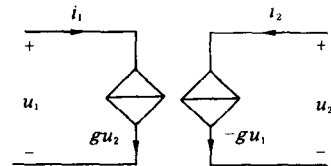


图 1-19 回转器用受控源等效表示

与其他元器件相仿,回转器也可用受控源等效表示,如图 1-19 所示。

## 六、理想变压器

理想变压器是指能够改变电压却又不消耗能量的变压器。

如图 1-20(a)所示,在图中已标明初、次级线圈的同名端及电流、电压参考方向。若线圈匝数分别为  $w_1$  和  $w_2$ ,在理想化条件下,即初、次级线圈各匝所交链的磁通均完全相同且无任何能量损耗,则有

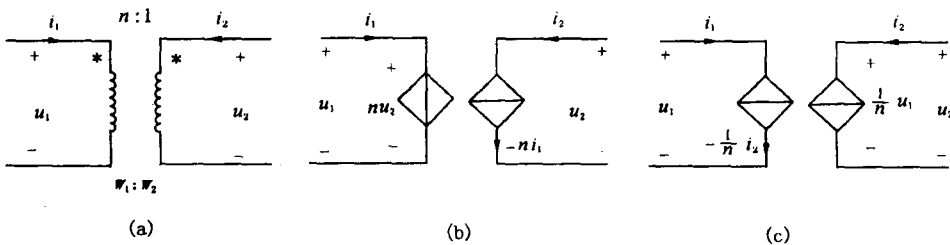


图 1-20 理想变压器及其等效受控源电路

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{w_1}{w_2} = n \quad (1-35)$$

称  $n$  为变压器的变比。且有

$$w(t) = \int_{-\infty}^t (u_1 i_1 + u_2 i_2) dt = 0$$

即  $u_1 i_1 + u_2 i_2 = 0$ , 故有

$$\frac{i_1}{i_2} = -\frac{u_2}{u_1} = -\frac{w_2}{w_1} = -\frac{1}{n} \quad (1-36)$$

如将输入端和输出端的电流、电压关系写成矩阵形式, 便有

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & n \\ -n & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (1-37)$$

变压器的作用不仅能变压、变流, 且能变换阻抗。若次级输出端联接电阻为  $R$ , 便有

$$R = \frac{u_2}{-i_2} \quad \text{及} \quad R_{in} = \frac{u_1}{i_1} = \frac{nu_2}{-\frac{1}{n}i_2} = n^2 \frac{u_2}{-i_2} = n^2 R$$

就是说, 此时从初级线圈输入端看进去, 整个电路的等效电阻为  $n^2 R$ 。

将理想变压器用受控源等效表示, 如图 1-20 中(b)、(c)所示。

## 七、互感器

理想变压器就是互感器, 只不过它是互感器的特殊形式。在此将讨论更为一般的情形。仍以前述变压器电路为例, 作为一对具有磁耦合的线圈, 其线圈 1 和线圈 2 由于是流控电感, 故它们所交链的磁链分别是电流  $i_1$  和  $i_2$  的函数。若为时不变互感元件, 则有

$$\Psi_1 = f_1(i_1, i_2) \quad \text{及} \quad \Psi_2 = f_2(i_1, i_2) \quad (1-38)$$

若是非线性时不变互感元件, 则有

$$u_1 = \frac{d\Psi_1}{dt} = \frac{\partial f_1}{\partial i_1} \frac{di_1}{dt} + \frac{\partial f_1}{\partial i_2} \frac{di_2}{dt} \quad (1-39a)$$

$$u_2 = \frac{d\Psi_2}{dt} = \frac{\partial f_2}{\partial i_1} \frac{di_1}{dt} + \frac{\partial f_2}{\partial i_2} \frac{di_2}{dt} \quad (1-39b)$$

在线性条件下, 则有

$$\Psi_1 = L_{11} i_1 + L_{12} i_2$$

$$\Psi_2 = L_{21} i_1 + L_{22} i_2$$

其中,  $L_{12} = L_{21} = M$ , 为两线圈之间的互感系数。如果在此约定, 当两线圈电流的参考方向同样从同名端流入(或流出)时,  $M$  取“+”值, 否则取“-”值。这样便有

$$u_1 = L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \quad (1-40a)$$

$$u_2 = L_{21} \frac{di_1}{dt} + L_{22} \frac{di_2}{dt} = M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} \quad (1-40b)$$

式中,  $L_1 = L_{11}$ ,  $L_2 = L_{22}$ , 分别为线圈 1、2 的自电感。

对于线圈 1 有: 自感磁链  $\Psi_{11} = L_1 i_1$ ; 互感磁链  $\Psi_{12} = M i_2$ 。



对于线圈 2 有:自感磁链  $\Psi_{22} = L_2 i_2$ ;互感磁链  $\Psi_{21} = M i_1$ 。

比值  $\Psi_{21} / \Psi_{11}$  及  $\Psi_{12} / \Psi_{22}$  的几何平均值,便是两线圈间的耦合系数:

$$k = \sqrt{\frac{\Psi_{21}}{\Psi_{11}} \frac{\Psi_{12}}{\Psi_{22}}} = \sqrt{\frac{M^2}{L_1 L_2}} \leq 1$$

那么,从外部输入给互感器的能量为

$$\begin{aligned} w(t) &= \int_{-\infty}^t (u_1 i_1 + u_2 i_2) dt \\ &= \int_0^{i_1} i_1 i_1 di_1 + \int_0^{i_1 i_2} M d(i_1 i_2) + \int_0^{i_2} L_2 i_2 di_2 \\ &= \frac{1}{2} [L_1 i_1^2 + 2M i_1 i_2 + L_2 i_2^2] \end{aligned}$$

只要将  $M = k \sqrt{L_1 L_2}$  代入,便可证明它大于、最少等于零。

参照理想变压器中所述,令耦合系数  $k = 1$ ,便有  $M = \sqrt{L_1 L_2}$ 。代入式(1-40a)和式(1-40b),便可推知:

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{L_1 \frac{di_1}{dt} + \sqrt{L_1 L_2} \frac{di_2}{dt}}{\sqrt{L_1 L_2} \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt}} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} = n$$

这是因为在耦合系数  $k = 1$  条件下,两线圈中的每匝线圈所交链的磁通均完全相同,而线圈电感与其匝数的平方成正比,故上式中的  $n$  便是初、次级线圈之间的匝数比。

至于初、次级线圈电流间的相互关系,依照前式可推导如下。因为

$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + \sqrt{L_1 L_2} \frac{di_2}{dt}$$

所以 
$$\frac{di_1}{dt} = \frac{1}{L_1} u_1 - \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \frac{di_2}{dt} = \frac{1}{L_1} u_1 - \frac{1}{n} \frac{di_2}{dt}$$

故有 
$$\int_0^t \frac{di_1}{dt} dt = \frac{1}{L_1} \int_0^t u_1 dt - \frac{1}{n} \int_0^t \frac{di_2}{dt} dt$$

即 
$$i_1(t) = \frac{1}{L_1} \int_0^t u_1 dt + i_1(0) + \frac{1}{n} i_2(0) - \frac{1}{n} i_2(t)$$

如图 1-21 所示,上述等式右边的前三项之和,可以看成是并联在初级侧的电感  $L_1$  元件的  $i-u$  关系式。而第四项则是理想变压器初、次级线圈电流关系式。所以,图 1-21 所示电路是一个比较切合实际的完善的理想变压器等效电路。且由此可以推知,像以往所述的理想变压器,只有

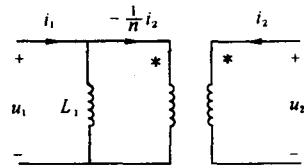


图 1-21 完善的理想变压器