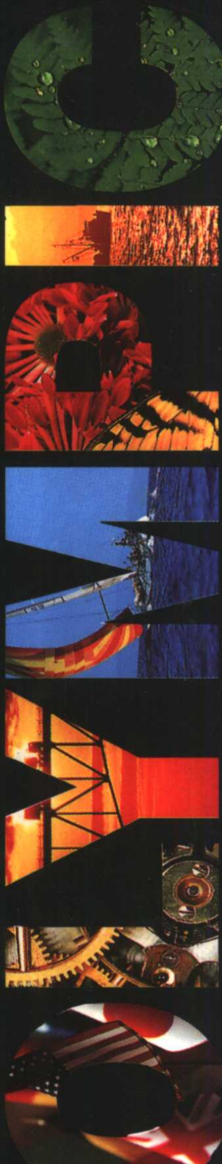

六年级

（修订版）

SHU XUE

小学数学奥林匹克常规训练试题库

中国教育学会数学教育研究发展中心 审定

首都师范大学出版社

xiaoxueshuxue
aolinpike
changguixunlian
shitiku

奥林匹克

OLYMPIC

小学数学奥林匹克常规训练试题库

中国教育学会数学教育研究发展中心 审定

六年级

（修订版）

奥林匹克

首都师范大学出版社

作者 彭　林　黄海波　李　宁　夏　雨　欧阳秋
艾　雪　薛　伟　宋群霞　印志建　朱　虹

XIAOXUE SHUXUE AOLINPIKE CHANGGUI XUNLIAN
SHITIKU · LIUNIANJI

小学数学奥林匹克常规训练试题库

六年级

（修订版）

首都师范大学出版社
（北京西三环北路 105 号　邮政编码 100037）
北京昌平兴华印刷厂印刷　全国新华书店经销
2000 年 1 月第 2 版　2000 年 3 月第 2 次印刷
开本 850×1168　1/32　印张 6.25
字数 162 千　印数 15,001～25,500 册
定价 7.50 元

首都师大奥林匹克图书
助你叩击成功之门

目　　录

第一单元　运算中的巧算

解 题 点 拨

例　计算

(1) $734-99$

(2) $599996+49997+3998+407+89$

(3) $550000\div121\times11$

思路分析　(1)中的99接近100;(2)中的每一个加数都接近某个整十、整百、整千……可将其转化成容易算的数后,再计算。

解　(1) $734-99$

$=734-(100-1)$

$=734-100+1$

$=634+1$

$=635$

(2) $599996+49997+3998+407+89$

$=(600000-4)+(50000-3)+(4000-2)+(400+7)+(90-1)$

$=654490-4-3-2+7-1$

$=654487$

(3) $550000\div121\times11$

$=550000\div(121\div11)$

$=550000\div11$

$=50000$

方法指导　巧算即是用简便方法计算,一般可分为以下几种情况:

(1)凑整:将题目中的某些整数凑成整十、整百、整千等的数;对

于小数，还可将其凑成整数。

(2)凑成容易算的数：如 $37\times3=111$，$137\times3=10001$，$7\times11\times13=1001$ 等。

(3)利用运算律、运算性质，结合题目中的数的特点，对运算过程进行适当变形，使题目的运算得到简化。常用的公式如下：

$a+b-c=a-c+b$；

$a-b+c=a+c-b$；

$a\times b\div c=a\div c\times b$；

$a\div b\times c=a\times c\div b$；

$a\times(b\times c)=a\times b\times c$；

$a\times(b\div c)=a\times b\div c$；

$a-(b+c)=a-b-c$；

$a-(b-c)=a-b+c$；

$a\div(b\times c)=a\div b\div c$；

$a\div(b\div c)=a\div b\times c$；

$a+b-c=a+(b-c)$；

$a-b+c=a-(b-c)$；

$a-b-c=a-(b+c)$；

$a\times b\div c=a\times(b\div c)$；

$a\div b\times c=a\div(b\div c)$；

$a\div b\div c=a\div(b\times c)$；

$(a+b)\times c=a\times c+b\times c$；

$(a+b)\div c=a\div c+b\div c$；

$(a-b)\times c=a\times c-b\times c$；

$(a-b)\div c=a\div c-b\div c$。

以上公式不应死记硬背，而应理解后灵活、巧妙地使用。

训 练 题

一、填空题

★1. 计算　$123\times456\div789\div456\times789\div123=$________；

★2. 计算　$7\div1.25=$________；

★3. 计算　$7.5\times45+1.7\times25=$________；

★★4. 计算

$\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{42}+\frac{1}{56}+\frac{1}{72}+\frac{1}{90}=$________；

★★5. 计算

$\frac{2}{91\times93}+\frac{2}{93\times95}+\frac{2}{95\times97}+\frac{2}{97\times99}+\frac{1}{99}=$________；

★★6. 计算

$1998^2-1997^2+1996^2-1995^2+1994^2-1993^2+\cdots+1950^2-1949^2=$________；

★★7. 计算

$(1+0.23+0.34)\times(0.23+0.34+0.65)-(1+0.23+0.34+0.65)\times(0.23+0.34)=$________；

★8. 计算　$9+99+999+9999=$________；

★9. 计算

$98989898\times99999999\div1010101\div11111111=$________；

★10. 计算　$5.5\times101+45\times9.9=$________。

二、解答题

★1. 用简便方法计算出 $4200\div4\div25$ 的商；

★2. 用简便方法计算出 124×25 的积；

★3. 用简便方法计算出 8.7×9.9 的积；

★★4. $\underbrace{111\cdots111}_{1999个1}\times\underbrace{999\cdots999}_{1999个9}$的积是多少？

★★5. 一个 6 层书架放了 666 本书，每一层所放的书都比它下

边一层少6本书，问：最上面一层放几本书？

单元小结

运算中因题目不同，巧算的方法也有很多，在今后的学习中还应不断发现总结。但是，无论采取什么方法达到巧算的目的，必须熟练两项基本功：

1. 能够迅速、准确地找出题目中数的特点，选择适当的计算方法；

2. 对于一些运算律、运算性质、运算公式及代换方法要在理解的基础上灵活地运用。

第二单元　定义新运算

解题点拨

例　规定“$*$”的运算法则如下：对任何整数 a 和 b，若 $a+b\geqslant10$ 时，$a*b=2a+b-1$；如果 $a+b<10$ 时，$a*b=2ab$，上述法则可以简写为：

$$a*b=\begin{cases}2a+b-1 & (a+b\geqslant10)\\ 2ab & (a+b<10)\end{cases}$$

求：$(1*2)+(2*3)+(3*4)+(4*5)+(5*6)+(6*7)+(7*8)+(8*9)+(9*10)$。

思路分析　把 $1*2$，$2*3$，$3*4$，…，$9*10$ 分别算出来，再把结果相加。

对于 $1*2$，$2*3$，$3*4$，$4*5$，因为满足“$a+b<10$”，所以按“$a*b=2ab$”的办法算，也就是：

$$1*2=2\times1\times2=4$$
$$2*3=2\times2\times3=12$$
$$3*4=2\times3\times4=24$$
$$4*5=2\times4\times5=40$$

对于 $5*6$，$6*7$，$7*8$，$8*9$，$9*10$，因为满足“$a+b\geqslant10$”，所以按“$a*b=2a+b-1$”的办法算。

$$5*6=2\times5+6-1=15$$
$$6*7=2\times6+7-1=18$$
$$7*8=2\times7+8-1=21$$
$$8*9=2\times8+9-1=24$$
$$9*10=2\times9+10-1=27$$

综上分析知：

$(1*2)+(2*3)+(3*4)+(4*5)+(5*6)+(6*7)+(7*8)$
$+(8*9)+(9*10)$
$=4+12+24+40+15+18+21+24+27$
$=185$

方法指导 首先"*"的运算并不是一种固定的运算，而是因题而异，不同的题有不同的规定，我们应当按不同的规定进行运算。

其次，例题中虽然用了"*"来规定新运算，但不能说只有"*"才是规定运算的记号，有时也可用"△"，"⊙"，"⊗"……等符号。符号的选取是次要的，规定的运算程序才是主要的。

最后，新运算的实质是"按规定办事"，做这种题目主要在于锻炼我们认真，准确地按程序运算的能力，在将来的学习中，这种按程序办事的习惯特别重要。所以做此类题目时，千万不要"想当然"地改变运算程序。

训 练 题

一、填空题

★1. 如果 $a*b=5\times a-\frac{1}{2}\times b$，那么(1) $10*6=$________；(2) $6*10=$________。

★2. P、Q 表示两个数，若定义 $P\triangle Q=\frac{P+Q}{5}$，那么 $5\triangle(10\triangle15)=$________。

★3. 设 $m\bigcirc n=5\times m+3\times n$，若 $x\bigcirc 9=37$，则 $\frac{1}{5}\bigcirc\left(x\bigcirc\frac{1}{3}\right)=$________。

★4. 规定 $a\nabla b=\frac{a}{b}-\frac{b}{a}$，则 $[2\nabla(5\nabla3)]+\frac{8}{15}=$________。

★★5. 设 a、b 表示整数(包括零)，规定运算⊗：$a\otimes b=a\div b\times2+3\times a-b$，则 $169\otimes13=$________。

★★6. 对于整数 a、b，规定运算"*"：$a*b=a\times b-a-b+1$，又

知$(2*x)*2=0$,则 $x=$________。

★★7. 对于任意自然数 a、b,规定 $a*b=a\div b\times2+3$,且 $256*a=19$,则 $a=$________。

★★8. 规定 $a※b=\frac{ab}{a+b}$,则 $2※10※10=$________。

★★9. 规定义两种运算"$\oplus$"、"$\otimes$",对于任意整数 a、b,$a\oplus b=a+b-1$,$a\otimes b=a\times b-1$,则 $4\oplus[(6\oplus8)\otimes(3\oplus5)]=$________。

★★10. 规定 $a\bigtriangledown b=\frac{b-1}{a\times(a+1)\times(a+2)\times\cdots\times b}$($a$、$b$ 为自然数,且 $a<b$),则$(4\bigtriangledown5)+(3\bigtriangledown6)=$________。

二、解答题

★1. x、y 是任意自然数,A 是常数,规定 $x*y=\frac{1}{x\times y}+\frac{1}{y\times(A+x)}$,且 $1*1=1\frac{1}{3}$,求 $1998*1999$ 的值。

★2. 规定 $a*b=a+(a+1)+(a+2)+\cdots+(a+b-1)$,其中 a、b 表示自然数。

(1)求 $1*100$ 的值。

(2)若 $x*10=65$,求 x 的值。

★★3. 对任意自然数 a、b,规定 $a\otimes b=2\times a+b$,若有:$a\otimes2a\otimes3a\otimes4a\otimes5a\otimes6a\otimes7a\otimes8a\otimes9a=3039$,求整数 a。

★★★4. 对于任意自然数 x、y,定义运算$\otimes$如下:

若 x、y 同奇同偶,则 $x\otimes y=(x+y)\div2$;

若 x、y 奇偶性不同,则 $x\otimes y=(x+y+1)\div2$;

求(1)$(1994\otimes1995)\otimes(1995\otimes1996)\otimes(1996\otimes1997)\otimes\cdots(1999\otimes2000)$;

(2)$1994\otimes1996\otimes1998\otimes2000\otimes2001$

★★5. 我们规定符号"$\odot$"表示选择两数中较大的数的运算,例如 $5\odot2=2\odot5=5$。符号"$\odot$"表示选择两数中较小的数的运算,例如 $5\odot2=2\odot5=2$。

请计算：$\dfrac{\left(0.\dot{6}\odot\dfrac{17}{26}\right)+\left(0.625\odot\dfrac{23}{33}\right)}{\left(0.\dot{3}\odot\dfrac{34}{99}\right)+\left(\dfrac{237}{106}\odot 2.25\right)}$ 的值。

★★6. 对于任意整数 a、b，规定 $a*b=a+2\times b-1$，问是否存在整数 m，使得：

$(3*4)*m=3*(4*m)$。

如果存在，求出这样的 m，如果不存在，请说明理由。

★★7. 现定义两种运算："$\oplus$"，"$\otimes$"，对于任意整数 a、b，$a\oplus b=a+b-1$，$a\otimes b=a\times b-1$，求：$4\otimes[(6\otimes 8)\oplus(3\otimes 5)]$的值。

★★★8. m、n 表示自然数，S_m、S_n 分别表示 m、n 的各位数字之和。$m\triangle n$ 表示 m 除以 n 所得的余数。已知 m、n 之和是 7043，求$(S_m+S_n)\triangle 9$ 的值。

单元小结

定义新运算的题目是竞赛题里较新颖的一类，解这类题目的关键是理解新定义的运算(包括运算顺序与法则)。

在新定义的运算中，一般说来我们熟知的运算律不能满足。

例如对新定义的运算"$*$"、"$\otimes$"一般的有：

$a*b\neq b*a$

$a*(b*c)\neq(a*b)*c$

$(a*b)\otimes c\neq(a\otimes c)*(b\otimes c)$

因此要格外注意题目中的运算顺序。

在解这类题目时，只要将数值代入新定义的式子，题目就转化为我们熟知的加、减、乘、除的四则运算，问题也就随之而解了。

第三单元 估 算

解题点拨

例 已知三个相邻的偶数的乘积比600000大，比670000小，求这三个数。

思路分析 先近似把这三个数看作一样大，即找一个自然数 m，使 m^3 在600000与670000之间。

易见 $600000=600\times10^3$，而 $8^3=8\times8\times8=512<600$，所以 $80^3=80\times80\times80<600000$。

又因为 $670000=670\times10^3$，而 $9^3=9\times9\times9=729>670$，所以 $90^3=90\times90\times90>670000$。

从而，这个数 m 应在80与90之间。

不妨设这三个连续偶数分别为 $n-2$，n，$n+2$，依分配律有

$$(n-2)\times(n+2)=(n-2)\times n+(n-2)\times2$$

$$=n\times n-2\times n+n\times2-2\times2=n^2-4$$

所以 $(n-2)\times n\times(n+2)=n\times(n^2-4)<n\times n^2=n^3$

这和上一段讨论合起来可知：

$$n<90 \qquad ①$$

另一方面易见 $(n-2)\times n\times(n+2)>(n-2)^3$

再与上段讨论合起来可知：

$$n-2>80 \qquad ②$$

由①、②两式可知，三个连续偶数中位于中间的那个数 n 满足以下关系

$$84\leqslant n\leqslant88$$

（注意到 n 是偶数！）。故这三个偶数只有以下3种可能的值，即82、84、86；84、86、88；86、88、90。

计算可知 $82\times84\times86<600000$，$86\times88\times90>670000$，故不难验证只有 84、86、88 符合要求。

方法指导 首先估算就是对一些量进行粗略的计算，得到一个大概数，而后在一个范围中再进行精确的计算，这一点不仅现在，就是今后的生活中也是十分必要的。比如上街买菜，知道某种菜的单价为 1.98 元，买了 4.9 斤，如果你要心算，可能会有困难，不如当做 2 元一斤，5 斤就是 10 元，因此只要卖菜的收你的钱接近(但少于)10 元，那就基本上没有大的差别了。这个思想方法就是估算的依据。

其次，例题中采用的方法是估算中常用的放大或缩小的方法，用来确定某个数或整个算式的取值范围进行估算。

最后，因为通过估算，能很快排除一些不可能的情况，从而大大提高了解题速度，所以我们要经常练习之，这对快速解题有极大的好处。

训练题

一、填空题

★1. 用“<”或“>”填空：

(1) $\frac{555}{666}$________$\frac{5555}{6666}$；

(2) $\frac{71}{125}$________$\frac{23}{50}$；

(3) $\frac{34331279}{34331281}$________$\frac{51496919}{51496922}$；

(4) $\frac{34331279}{51496919}$________$\frac{34331281}{51496922}$。

★2. 将下列每组三个分数按照从小到大的顺序用“<”排列起来。

(1) $\frac{579}{580}$、$\frac{42}{43}$和$\frac{1427}{1428}$应为________；

(2) $\frac{555}{7777}$、$\frac{5555}{77777}$和$\frac{555+5555}{7777+77777}$应为________。

★★3. 在下式方框里填两个相邻的整数，使不等式成立。

$$\square<1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}+\frac{1}{9}+\frac{1}{10}<\square$$

★★4. 已知 $A=\frac{11\times70+12\times69+13\times68+\cdots+20\times61}{11\times69+12\times68+13\times67+\cdots+20\times60}\times100$，

则 A 的整数部分应是________。

★5. 有一列数，第一个数是 105，第二个数是 85，从第三个数开始每个数都是它前面两个数的平均数，则第 1999 个数的整数部分应是________。

★★6. 数 $\dfrac{1}{\frac{1}{10}+\frac{1}{11}+\frac{1}{12}+\cdots+\frac{1}{19}}$ 的整数部分应是________。

★★7. $A=1\times2\times3\times4\times5\times\cdots\times100$ 的尾部有________个连续的零。

★8. 在下面式中的方框内填入适当的同样的数字，使等式成立。

$$\square3\times6528=3\square\times8256。$$

★9. 有 7 个自然数的平均值约等于 30.23，后来发现这个小数的最后一位是错的，那么正确的两位小数的近似平均值为________。

★★10. 有一个中学生期末考试，在最后一门课程考试前发现，如果这门课程考试成绩是 97 分，那么他的平均分数是 90 分，如果这门课程的考试成绩是 73 分，他的平均分数是 87 分。那么这位中学生期末考试要考________门课程。

二、解答题

★1. 请把下列分数按照从小到大的顺序排列起来。

$$\frac{10}{519},\frac{14}{725},\frac{15}{776},\frac{21}{1088},\frac{35}{1814}$$

★2. 原乘式 $4.75\times N$，误写成 $4.75\times N$ 后，与原结果相差 0.5，

问原结果是什么值？

★3. 有两组数，第一组的平均数是 12.8，第二组的平均数是 10.2，而这两组数总的平均数是 12.02。那么第一组数的个数与第二组数的个数的比值是多少？

★★4. 若分数$\frac{\square-8}{4\times\square+33}$中□内是一个两位自然数，为了使该分数成为一个可约分数，则□内的数的最大值是多少？

★★5. 已知 $A=\frac{1}{\frac{1}{1980}+\frac{1}{1981}+\frac{1}{1982}+\cdots+\frac{1}{1990}}$，则 A 的整数部分应是多少？

★★6. 试问下式计算结果的整数部分能否大于 608？

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\frac{1}{11}+\frac{1}{13}\right)\times 385$$

★7. 有一个算式，左边方格里都是整数，右边答案只写出四舍五入后的近似值，问算式右边三个方格中的数依次分别是多少？

$$\frac{\square}{3}+\frac{\square}{5}+\frac{\square}{7}\approx 1.16$$

★★★8. 有 30 个数

$1.64，1.64+\frac{1}{30}，1.64+\frac{2}{30}，\cdots，1.64+\frac{28}{30}，1.64+\frac{29}{30}$。

如果取每个数的整数部分并相加，问这个相加的和是多少？

单 元 小 结

数学中精确计算是离不开的，但有时候，经常要先确定一个取值范围，找到一个近似值，而后再去计算它。这在数学中就称作估算，这样做既可以在一个较小范围内搜索正确的值，又可大大简化计算，节省时间，因此这是在数学竞赛中非常有用的一种计算方法。希望同学们平时能注意积累这类题目，从而找到解题捷径。