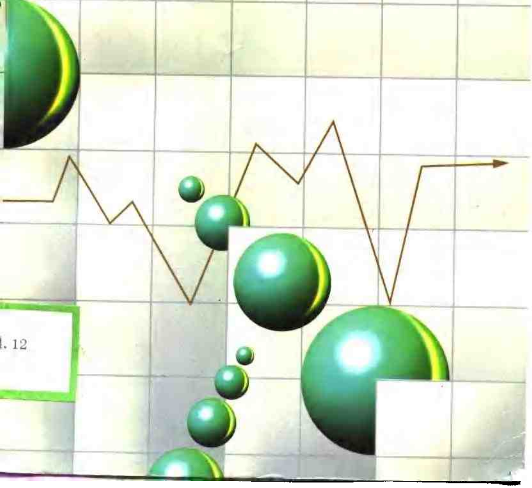
吴冲锋 编

社会经济动态系统导论

上海科学技术出版社



社会经济动态系统导论
吴冲锋　编
上海科学技术出版社出版、发行
（上海瑞金二路450号）
新华书店上海发行所经销　商务印书馆上海印刷厂印刷
开本 850×1156　1/32　印张 8　字数 205 000
1998年11月第1版　1998年11月第1次印刷
印数 1—2 000
ISBN 7-5323-4756-7/F·152
定价：17.20元
本书如有缺页、错装或坏损等严重质量问题，
请向承印厂联系调换

编者的话

本书是作者在最近八年中为系统工程专业研究生及三批研究生课程进修班开设的《社会动态系统理论》这门学位课基础上形成的。

本书的最大特点是内容丰富而简洁，避免繁琐的推导及定理证明，大量的典型实例给你带来理论和实践双丰收，对于来自不同专业的学生都有很多内容可值得学习。全书的内容由浅逐渐深入，有一定的梯度，适合于系统工程、管理工程、管理科学及其他管理类和工科类等学科的研究生及高年级本科生学习使用，也很适合于自学。

本书编写和出版过程中获得上海发展汽车工业教育基金会的资助与上海科学技术出版社的帮助，在此深表感谢。

本书编写、打印、校对过程中获得潘孙文、李慈娟、王海成、吴文锋等同志的帮助，在此深表感谢。

吴冲锋

1997年4月

目　　录

第一章　引　　言

1.1　动态现象与动态系统

“动态现象”在我们日常生活、社会经济活动以及科学研究过程中到处可见。例如：①在日常生活中可以看到一个生命的诞生、成长直至死亡，天气的晴天、雨天、多云等变化；②在社会经济系统中的组织机构的变动，种族的演变，物价的变化，人口的增长以及股票指数的上涨与下跌；③在生态系统中的环境恶化以及绿化面积的增加与减少；④在物理系统中的电容充电与放电过程等等。所有这些例子表明了这种“动态现象”具有相当普遍性。对动态现象概念的理解可以分为狭义和广义。狭义上的动态现象主要是指事件随时间变化的现象，而广义上的动态现象可泛指一切变化的现象。

动态系统一方面是指具有上述动态现象的具体系统，另一方面它则更多地指用于研究动态现象的理论体系，即动态系统理论，简称为动态系统。社会经济动态系统理论则主要是指动态系统理论在社会经济系统领域的专门理论及其应用，主要包括社会经济系统的动态描述、分析、设计和决策与控制，本书后面所介绍的内容是动态系统理论最初步的知识，因此理论比较简单，但例子都非常典型和有趣。

虽然实际动态系统到处可见，差异很大，但是研究它们的工具——数学描述的一般形式却不多。就目前来说，在数学上动态系统通常用微分方程（组）、差分方程（组）或者微分差分方程（组）来描述。事实上，如果抛开具体的系统，就纯粹数学内容来说，动态系统理论在一定程度上几乎与微分方程、差分方程或者微分差分方程

一样，但本书则紧密结合社会经济现象来探讨，不去专门深入研究纯理论体系。微分方程和差分方程是描述和分析动态系统最有效的工具，采用哪一种工具或者两种相结合，主要取决于是以连续时间形式或离散时间形式，还是两种相结合形式来观察动态系统的行为。对于大多数社会经济系统来说，由于统计上的原因，经常采用以年、月、日、时等时间单位来描述其行为，因此对它们的研究常常选择离散时间形式来表示；而对于许多理论性问题的探讨为了表达的方便及表述简洁，则常常采用连续时间形式来表示。对于大多数经典的工程系统来说，常常采用连续时间形式来表示，但是随着计算机的广泛使用，用离散形式的动态系统理论来刻划这些系统也相当普遍。本书内容主要以社会经济系统为背景，因此系统描述中则以离散时间形式为主，兼有连续时间形式表示。

在对复杂的动态系统进行数学描述——建立数学模型过程中，由于人们认识客观世界的局限性、描述手段的有限性以及处理问题的有效性等方面原因，人们必须面临着简单性与真实性的选择。主观上，人们总是期望利用最简单的模型，最经济而有效地达到合乎要求的清晰度和真实性，事实上，这是非常困难的，并且常常是不可能的，更何况即使是对同一个系统进行数学描述，当采用不同的抽象假设和侧重点以及当事者具有不同的经验时，所获得结果可能也会有所差别，有时甚至还可能相互矛盾。这些表明对一个动态系统的描述通常是非常困难，而且有时并非只有一个“精确”的数学模型，特别是对社会经济系统的描述更是如此，这也恰恰反映了社会经济系统复杂性的本质特征。因此，对一个社会经济系统的实际问题进行数学描述时，不仅需要严格的科学理论，而且常常需要一种诀窍——经验与技巧。本书中所给出的许多例子都是很简单和经典的，但它们通过抓住事物的本质特征，对于理解概念和方法是非常有帮助的，从某种程度上看，这也是一种经验和技巧。

1.2 最基本的动态规律

在现实世界中,虽然动态现象是无所不在,动态规律也可能千差万别,但是有两个最基本的动态规律存在于许多动态现象中,它们是离散时间形式下的几何变化规律和连续时间形式下的指数变化规律,这两种变化规律今后经常要用到。

1.2.1 几何变化规律

在许多习惯于用离散时间形式表示的动态系统中,诸如人口和动植物的增长过程、银行借贷关系中的连本带息的累积过程,在通过一定假设和抽象后,其动态规律描述常常出现如下形式的简单方程:

$$x(k+1)=ax(k) \tag{1-1}$$

式(1-1)就称为一阶线性常系数齐次差分方程。式中 $x(k)$ 表示研究对象变量(例如人口数量)在 k 时刻的数值。参数 a 称为增长率系数(对于人口系统 $a-1$ 常称为人口自然增长率,对于人口正增长而言,a 的值必然大于 1,即表明 $x(k)$ 的后继值将比它的原来值大一个固定因子 $a-1$,而对于人口负增长(常称衰减)而言,则 $0<a<1$)。k 表示时间,是一个离散变量,常常取 $k=0,1,2\cdots$,它可能表示年、月或日等时间单位,在本书的人口问题中常常表示年。

对于上述差分方程(1-1),如果参数 a 已知,当 $x(k)$ 在某个时刻 $k=k_0$(常设 $k_0=0$)被指定时,则其后续值就能依靠递推关系求得。例如当 $x(0)=1$ 时,则有:

$$x(1)=a^1$$

$$x(2)=a^2$$

$$\vdots$$

$$x(k)=a^k$$

满足式(1-1)所得到的结果 $x(k)$ 可用图 1-1 表示。

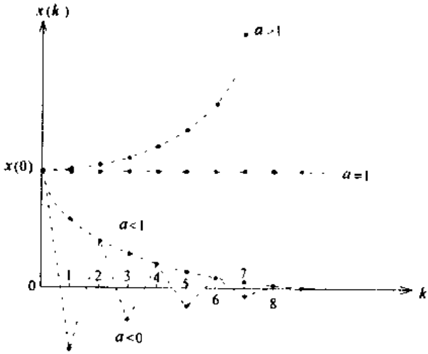


图 1-1 几何变化规律

由于式(1-1)的简单变化规律所得到的曲线与几何级数变化一样，因此我们称之为几何变化规律。当 $a>1$ 时，其变化规律逐个递增，常称为几何增长规律；当 $0<a<1$ 时，其变化规律逐个递减，常称为几何衰减规律。但在某些不会产生混淆情况下，不管 a 为多大，式(1-1)所确定的变化规律统称为几何增长。对于 $a<0$ 情况，式(1-1)所确定的变化规律则正负交替振荡，根据 $|a|$ 大小可分振荡发散和振荡收敛二种。

1.2.2 指数变化规律

与几何变化规律类似，在许多用连续时间形式表示的动态系统中，诸如自然冷却过程、放射性材料衰变过程、电容的充电与放电过程，其动态规律描述常常采用如下简单的一阶线性常系数齐次微分方程来表达：

$$\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}=bx(t) \tag{1-2}$$

式中参数 b 是增长率系数；$x(t)$ 表示研究对象变量在 t 时刻的数值；$\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}$ 表示导数(后续内容中，为表达方便常写成 $x'(t)$ 或

$x(t)$)。

用下面方法对式(1-2)求解。

$$\frac{1}{x(t)}\mathrm{d}x(t)=b\mathrm{d}t$$

等式二边求积分可得

$$\ln x(t)=bt+\ln c$$

则有：

$$x(t)=c\mathrm{e}^{bt} \tag{1-3}$$

其中 c 为任意常数，由初始条件确定。如果当 $t=0$ 时，$x(0)$已知，则有：

$$x(t)=x(0)\mathrm{e}^{bt}$$

由于式(1-2)的解表达式(1-3)呈指数形式，因此式(1-2)称为指数变化规律。当 $b>0$ 时，$x(t)$随时间 t 增大而增大，称之为指数增长；当 $b<0$ 时，$x(t)$随时间 t 增大而减小，称之为指数衰减；当 $b=0$ 时，$x(t)$不变。对于三种不同的 b 所对应的 $x(t)$可用图 1-2 表示。与离散时间情况类似，在某些不会混淆的情况下，不管 b 的大小如何，我们统称为指数增长规律。

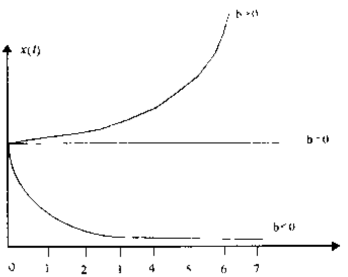


图 1-2 指数变化规律

从图 1-1 和图 1-2 的形状上来看，几何变化规律中各点所构成的曲线完全类似于指数变化规律曲线形状。事实上，对于每一个等时间间距的 $x(t)$都构成了一个 $a>0$ 的几何变化规律曲线。其

具体关系为：①当 $b>0$ 时，$x(t)$的等时间间距点对应于 $a>1$ 的 $x(k)$；②当 $b<0$ 时，$x(t)$的等时间间距点对应于 $0<a<1$ 的$x(k)$；③当 $b=0$ 时，$x(t)$的等时间间距点对应于 $a=1$ 的$x(k)$；④当 $b=-\infty$时，$x(t)$对应于 $a=0$ 的$x(k)$；⑤不存在实数的 b 使得$x(t)$中的点与 $a<0$ 的$x(k)$的点对应。

1.3 动态系统的研究步骤

动态系统的研究步骤主要分为五大步：①系统初步分析；②动态系统的数学描述——建模；③结构关系分析；④求解；⑤决策与控制。但从更广泛意义下的系统分析来说，前三步内容统称为系统分析。事实上，在具体的动态系统研究中，由于实际问题的认识需要不断深入，五个步骤常常相互交迭，反复进行，逐步修正到满足一定要求为止，但有时仅为某个特定目的，可能只要涉及其中的几步。图 1-3 表示动态系统研究的过程。

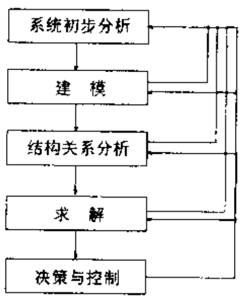


图 1-3 动态系统的研究过程

1. 系统初步分析

系统初步分析的主要工作是了解该系统的目的、功能、背景和所涉及的基本知识，基本的自然规律、规则和定律。

2. 动态系统的数学描述——建模

在复杂的动态系统研究中，运用数学的主要目的是为了获得一个系统的数学描述——建模。建立一个复杂的动态系统的数学模型常常并非易事，它可能涉及具体的专门知识、科学理论和诀窍，某些可能是大家普遍承认和熟悉的理论，也可能仅仅是研究者所假设的关系。因此，在许多情况下，建立一个合适的数学模型相当于使用和发展科学理论，从目前来看建模本身在一定程度上已是一门跨门类的学科。在一般情况下，建模过程大致可分如下六步。

① 明确地定义模型的目标，在许多情况下，一个模型不可能适用于各种目标。

② 定义划分系统和外部环境的系统边界。

③ 定义系统内部不同元件(子系统)间的结构关系，使它能最好地表达所期望的作用。

④ 根据模型的物理或社会经济结构，定义一组感兴趣的系统变量，如果不能列出具有重要意义的系统变量，必须相应地修改第③步。

⑤ 利用物理定理或经济理论和假设写出每个系统元件的数学描述，有时称为基元方程。

⑥ 在写出系统各元件的数学描述后，通过物理上一系列定理或社会经济一系列理论和假定，建立它们之间的关系，即可获得系统的数学模型。在建模过程中如果有任何显著不一致的地方都应深入研究，及时修正和重新定义。

在建模过程中，为了有效地建立数学模型，要特别注意下面四个问题。

① 模型变量规模的确定，变量的选择。

② 模型边界的确定。

③ 模型关系的复杂性确定。

④ 单向性建模原则。

3. 结构关系分析

在许多情况下，求出模型的数学解析解几乎是不可能的，即使

利用计算机求数值解也常常是非常困难,并且无法了解系统的全貌;何况在许多动态系统的研究中,并不要求给出系统的具体解,而只要了解一些系统性质就可以。因此,对一个系统的结构关系进行分析是非常重要的。通过结构关系分析,常常可以使研究者们获得对系统的一种直观的理解和对一个复杂系统的大致轮廓的了解,使得你能从全局上来把握系统的规律,有时也可能获得一些意想不到的结果。

4. 求解

对动态系统的求解也许是动态系统建模的一个最直接的目标,但是在绝大多数情况下,动态模型都无法求得其解析解。对于一个复杂的动态系统模型有时求其数值解都有一定困难,因此大量的计算机算法应运而生,许多有关算法的商品软件包也层出不穷。

5. 决策和控制

认识客观世界的目的之一是为了改进客观世界。上述的建模、结构关系分析以及求解的直接目的主要是为了对复杂动态系统进行全面和深入的了解,但这并非是研究动态系统的最终目的,而仅仅是开始,其最终的目的则是为了对动态系统施加影响,即对它采取的决策或进行控制,使它能按照预期目标变化,以改进人类的生活质量,协调人与自然关系。

1.4 一个简单的实例

实例 1-1 升学模型

某大学每年招收新生 1000 名,其学制为五年,在一年级到三年级期间均采用淘汰制和留级制,其淘汰率和留级率分别为本年级在读学生人数的 10%,其余学生均升入高一年级;而四年级则采用淘汰制,淘汰率为在读四年级学生人数的 10%。当升入五年级后,则可全部毕业。试建立各年级学生人数变化的动态数学模型。

由于学生人数是按年来计算的，因此必须用离散时间形式来建立模型。首先设 $x_i(k)$ 表示第 k 年第 i 年级在读学生人数，$i=1,2,3,4,5$，那么在第 $k+1$ 年时一年级在学学生人数由两部分组成，一部分是新招收的学生人数 1000 名，另一部分则是第 k 年为一年级，而第 $k+1$ 年仍为一年级的学生人数，即一年级的留级学生人数，其数量为 $x_1(k)\times10\%$，则有：

$$x_1(k+1)=0.1x_1(k)+1000,\quad k=0,1,2,\cdots \tag{1-4a}$$

与一年级类似，第 $k+1$ 年二年级的在读学生人数 $x_2(k+1)$ 也由两部分组成，一部分是第 k 年为一年级学生而在第 $k+1$ 年升入二年级的学生人数，另一部分则是第 k 年为二年级而在第 $k+1$ 年仍为二年级的留级学生人数，则有：

$$x_2(k+1)=0.1x_2(k)+0.8x_1(k),\quad k=0,1,2,\cdots \tag{1-4b}$$

依此类推，可得第 $k+1$ 年三年级在学学生人数 $x_3(k+1)$ 为：

$$x_3(k+1)=0.1x_3(k)+0.8x_2(k),\quad k=0,1,2,\cdots \tag{1-4c}$$

由于四年级学生没有留级，只有淘汰，因此在第 $k+1$ 年四年级在读学生人数 $x_4(k+1)$ 只有一个来源，即在第 k 年为三年级而第 $k+1$ 年升入四年级的学生人数 $0.8x_3(k)$，则有：

$$x_4(k+1)=0.8x_3(k),\quad k=0,1,2,\cdots \tag{1-4d}$$

由于升入五年级学生都能毕业，且四年级没有留级只有淘汰 10%，因此在第 $k+1$ 年五年级的在学学生人数 $x_5(k+1)$ 只有一个来源，即在第 k 年为四年级而第 $k+1$ 年升入五年级的学生人数 $0.9x_4(k)$，则有：

$$x_5(k+1)=0.9x_4(k),\quad k=0,1,2,\cdots \tag{1-4e}$$

联立上述式(1-4a)至式(1-4e)5 个方程，则可得如下升学模型：

$$
\begin{cases}
x_1(k+1)=0.1x_1(k)+1000 \\
x_2(k+1)=0.1x_2(k)+0.8x_1(k) \\
x_3(k+1)=0.1x_3(k)+0.8x_2(k) \\
x_4(k+1)=0.8x_3(k) \\
x_5(k+1)=0.9x_4(k)
\end{cases}
\tag{1-5}
$$

如果用矩阵和向量来表示上述模型则可得：

$$x(k+1)=Ax(k)+Bu(k)$$

其中 $x(k)=[x_1(k),x_2(k),\cdots,x_5(k)]^T$

$$
A=\begin{bmatrix}
0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0.8 & 0.1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0.8 & 0.1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0.8 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0.9 & 0
\end{bmatrix}
$$

$$
B=\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}
$$

$$u(k)=[1000,0,0,0,0]^T$$

这是一个由 5 个线性常系数一阶差分方程组成的模型。对上述模型的求解和分析可以研究每年各年级在读学生的人数和人数变化趋势，可以研究在通常情况下(进入稳态)学校的学生总规模，每年毕业人数、淘汰人数以及每一个大学生的平均在读年数等等。同样还可以进一步分析、探讨招生规律，淘汰率和留级率对学生规模、在读时间的影响等等，并提出办学建议。

1.5 本书特点

本书一共分九章，第一章引言，第二章至第六章为线性系统，第七章为随机系统，第八章为非线性系统，第九章为决策与控制。

全书内容包括了动态系统的基本理论体系，以及一些典型实例；本书理论与实用并重，每章内容都提供了大量的实例，以加深对概念和方法的理解。本书内容可分成五大部分：一般线性系统，正线性系统，随机系统，非线性系统，优化决策与控制。