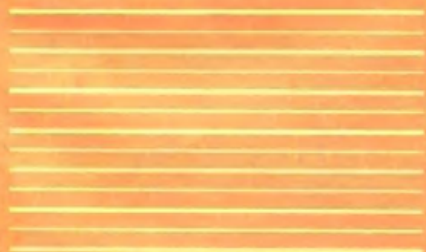


• 高等学校教学用书 •

磨 矿 原 理

GAODENG XUEXIAO JIAOXUE YONGSHU



冶金工业出版社

高等学校教学用书

磨矿原理

东北工学院 陈炳辰 编

责任编辑 黄淦祥

冶金工业出版社出版

(北京北河沿大街高碑店北巷15号)

新华书店总店科技发行所发行

山西新华印刷厂排版

北京市顺义县冠中印刷厂印刷

850×1168 1/32 印张 $10\frac{3}{8}$ 字数514千字

1989年11月第一版 1989年11月第一次印刷

印数00,001~3,000册

ISBN 7-5024-0070-2

TD·20(课) 定价4.55元

前 言

研磨作业在冶金、化工、水泥、陶瓷、建筑、电力、医药以及国防工业中占有重要地位，特别是在冶金工业中的选矿部门更是如此。磨矿作业在选矿厂的基建投资和生产费用（主要是电耗、钢耗）中占有很大比例，同时磨矿产品的质量（粒度特性、单体解离度、湿式磨矿产品的浓度等）对选别作业指标也有很大影响。因此，改善磨矿过程、提高磨矿效率、对提高选矿厂的技术经济指标具有重大意义。

磨矿过程是一个复杂的物理、化学及物理化学过程，影响因素很多，其中许多因素又都彼此相互作用，互相制约。因此到目前为止，对磨矿的机理、最优化工作条件等方面的研究还非常不够。写本书的目的是试图把国内外有关磨矿方面的理论及工艺研究成果进行系统的总结及阐述，以供科研、设计和生产等部门有关人员参考。

本书共分九章，内容着重介绍介质在磨机中的运动规律、磨机功率的计算、磨矿数学模型、磨矿最优化工作参数的选择和计算。因为水力旋流器是磨矿回路中分级作业的主要设备，且便于自动控制，因此第六章（磨矿回路中的分级作业）重点介绍了水力旋流器的选择和计算。自磨矿本身有自己的特点，作为一种磨矿工艺过程的新方法，在本书第八章作了阐述，其内容着重于我国的理论研究和生产实践经验总结。第九章扼要论述了测试数据调整的必要性及测试数据的调整方法，并介绍了磨矿流程测试数据调整实例。附录用表列出了磨机不同转速率和充填率按第三章所列磨机功率计算所需的功率系数值，利用其中相应数据可很方便地求出磨机功率计算值，从而可避免各功率计算公式的复杂运算。关于磨机衬板，由于其构造型式多种多样，其磨损规律在很

大程度上取决于衬板材质，因此本书仅扼要介绍了角螺旋衬板，其他未予介绍。

本书主要阐述磨矿过程的基本原理及工艺，故以《磨矿原理》书名出版。本书可作为高等院校冶金、化工、水泥、建筑、陶瓷等专业研究生的教材或本科大学生的教学参考书，亦可作为从事以上工作的工程技术人员的参考书。

在本书撰写过程中王大民同志曾协助部分章节的数据计算，在此表示感谢。

由于本人水平所限，书中错误和不妥之处，请读者批评指正。

编 者

1988年6月

目 录

第一章	粒度特性的研究	(1)
第一节	粒度及其表示方法	(1)
第二节	粒度曲线	(6)
第三节	粒度特性的数学描述——粒度方程	(8)
第四节	松散物料平均粒径的计算	(21)
第五节	比表面的理论计算	(23)
第六节	松散物料形状系数的计算	(30)
第七节	松散物料中颗粒数目的计算	(32)
第二章	磨矿介质在磨机中的运动规律	(35)
第一节	概述	(35)
第二节	磨机中介质充填率的计算	(36)
第三节	磨矿介质运动形态分析 (I) ——二相运动理论	(45)
第四节	磨矿介质运动形态分析 (I) ——抛落运动形态界限	(60)
第五节	磨矿介质运动形态分析 (II) ——三相混合运动	(65)
第六节	磨矿介质运动形态分析 (IV) ——肾形蠕动区	(70)
第七节	磨矿介质运动形态分析 (V) ——角螺旋衬板形成的脉冲运动	(75)
第三章	磨机功率的计算	(84)
第一节	概述	(84)
第二节	磨机功率的理论计算	(86)
第三节	计算磨机功率的经验公式及半经验公式	(107)

第四节	磨机功率计算公式的对比与评价	(110)
第五节	磨矿环境对磨机功耗的影响	(112)
第四章	碎磨功指数	(121)
第一节	总述	(121)
第二节	邦德功指数	(126)
第三节	破碎功指数	(127)
第四节	棒磨功指数	(131)
第五节	球磨功指数	(135)
第六节	自磨功指数	(138)
第七节	功指数的简测方法	(141)
第八节	功指数的替代测试法	(153)
第九节	功指数的模拟算法	(159)
第五章	磨矿数学模型	(181)
第一节	矩阵模型的基本概念及静态矩阵模型	(181)
第二节	磨矿动力学模型	(192)
第三节	磨矿总体平衡动力学模型	(211)
第四节	选择函数 S 和破裂函数 B 的求法	(216)
第六章	磨矿回路中的分级作业	(253)
第一节	概述	(253)
第二节	分级效率	(258)
第三节	水力旋流器在磨矿回路中的应用	(267)
第四节	计算水力旋流器作业指标的数学模型	(274)
第五节	水力旋流器尺寸的选择和作业指标的计算	(288)
第六节	螺旋分级机作业指标的计算	(304)
第七节	磨矿回路中其他分级设备	(306)
第七章	磨矿最优化工艺参数的选择和计算	(318)
第一节	概述	(318)
第二节	矿石可磨度	(318)
第三节	给料及产品粒度分布对磨机产量	

	的影响.....	(337)
第四节	介质的选择和计算.....	(350)
第五节	介质的磨损规律.....	(367)
第六节	矿浆流变学因素对湿式磨矿的影响.....	(394)
第七节	返砂比、分级效率及球料比对磨机产 量的影响.....	(406)
第八节	助磨剂.....	(414)
第九节	磨机生产率及磨矿回路的模拟计算.....	(431)
第八章	自磨矿.....	(467)
第一节	概述.....	(467)
第二节	物料在自磨机内的运动规律.....	(475)
第三节	自磨矿的数学模型.....	(487)
第四节	干式自磨矿.....	(497)
第五节	湿式自磨矿.....	(508)
第六节	砾磨.....	(533)
第九章	测试数据的调整技术.....	(536)
第一节	测试数据调整的必要性.....	(536)
第二节	调整技术.....	(538)
第三节	常用磨矿流程的测试数据调整的算法.....	(544)
附录		(555)
参考文献		(602)

第一章 粒度特性的研究

第一节 粒度及其表示方法

颗粒粒度特性的研究是选矿过程中的一个重要方面，这不仅因为矿物颗粒在很大程度上决定选别方法、流程和设备的 选择（见表1-1），而且选别指标在很大程度上也与入选物料的粒度特性有关。众所周知，选矿厂中矿石粒度化小（破碎、磨矿）作业的基建投资和生产费用（能耗、原材料消耗等）都占有较大比例，因此作为作业控制的指标之一“粒度”的研究就有更重要的意义，特别是像磨矿、分级作业。

在选矿工程中我们所遇到的矿物颗粒具有两个基本特征：1)就单个颗粒的形状而言，绝大多数都是不规则的；2)就 粒 群 而言，一般来说都包括从大到小许多不同尺寸的颗粒。因此如何来描述表面看来这些杂乱无章、大小参差不一的颗粒或粒群的尺寸大小（或粒度特性），就成为一个很重要的理论和工艺问题。对于形状规则的颗粒，例如球体可以直径表示其尺寸大小；又如正方体可以边长表示其尺寸大小。对于形状不规则的颗粒则不能确切的表达其尺寸大小，因其尺寸大小视测量方法和计算方法的不同而有不同的值。为此而引入一个“名义粒径”（或名义尺寸）的概念。所谓名义粒径是一个相对的定义概念，其值的大小与测量技术和应用的目的有关。名义粒径的值可根据颗粒的某一物理特性求出，例如体积或表面积；也可根据颗粒在某种特定环境中的状态特征求出，例如颗粒在水中自由沉降的特性。表1-2列出了最常用的名义粒径及其特征。

各种名义粒径是相关连的。表 1-2 中任何一对名义粒径的比值在很宽的粒度范围内是一个常量，这就能用按不同方法得到的粒径来分析其相关性并进行对比。

表 1-1 各种选矿方法或设备适用的粒度范围

选矿方法或设备	适用 粒 度 (mm)	选矿方法或设备	适用 粒 度 (mm)
湿式筛分	>0.10	圆锥选矿机	>0.08
湿式分级机	1~0.05	湿式溜槽	>0.07
水力旋流器	0.15~0.006	翻 床	0.1~0.01
DSM-旋流器	>0.2	低场强湿式磁选机	>0.02
湿式跳汰机	>0.18	高场强湿式磁选机	0.5~0.02
风力跳汰机	>0.25	低场强干式磁选机	>0.1
湿式摇床	>0.06	高场强干式磁选机	0.6~0.07
风力摇床	>0.25	离心选矿机	>0.02
莫兹利翻床	0.1~0.001	螺旋溜槽	>0.03
螺旋选矿机	>0.08	泡沫浮选	0.3~0.005
梯形跳汰机	10~0	絮凝浮选	<0.05
振摆溜槽	<0.075	静电选	>0.1
重介质涡流旋流器	30~2	动电选	>0.07
重介质振摆溜槽	75~5		

表 1-2 名义粒径的表示方法及测定方法

名 称	符 号	根 据
球 径	d_o	球体直径
筛分粒径	d_A	颗粒能通过的筛孔尺寸
表面粒径	d_s	具有与颗粒表面 S 等值的球体直径
体积粒径	$d_V = \left(\frac{6V}{\pi}\right)^{\frac{1}{3}}$	具有与颗粒体积 V 等值的球体直径

续表 1 - 2

名 称	符 号	根 据
投影面积粒径	$d_a = (\frac{4S}{\pi})^{\frac{1}{2}}$	在垂直于静止面的方向, 具有与颗粒投影面积等值的球体直径
投影圆周粒径	d_p	在垂直静止面的方向, 具有与颗粒投影圆周等值的球体直径
自由落体粒径	d_f	在密度和粘度相同的流体中, 具有与颗粒密度和自由降落速度等值的球体直径
阻力粒径	d_d	在粘度相同的流体中, 当速度相同时, 具有与颗粒运动阻力等值的球体直径
斯托克粒径	$d_{st} = (\frac{18\nu_{\infty}}{\rho_s - \rho})g$ $\approx (\frac{d_p^3}{d_d})^{\frac{1}{2}}$	雷诺数 $Re < 0.2$ 的层流中自由降落直径
体积表面积粒径	$d_{vs} = (\frac{d_v^3}{d_s^2})$	具有与颗粒体积表面积等值的球体直径
菲瑞特(Feret)粒径	d_f	颗粒投影面积周长的两平行切线的距离的平均值
马丁(Martin)粒径	d_m	颗粒投影周长的平均弦长

对单个粗大颗粒, 例如采场来矿、中碎以前破碎产品, 往往需要求出物料中最大块尺寸, 因为选用的破碎设备规格、运输皮带宽度、溜口尺寸……往往根据物料中的最大块尺寸来决定。不规则形状的矿块尺寸常用下述几种方法表示:

设矿块长、宽、厚三方尺寸分别为 a, b, c , 而且 $a < b < c$, 则该矿块的名义尺寸(名义粒径)以平均粒径 $\bar{d}$ 表示之, 例如:

$$\text{矿块接近正方体时} \quad \bar{d} = b \quad (1-1)$$

$$\text{矿块接近条状时} \quad \bar{d} = \frac{a+c}{2} \quad (1-2)$$

$$\text{矿块接近片状时} \quad \bar{d} = \frac{a+b+c}{3} \quad (1-3)$$

当粒径与面积 $a \times b$ 的矩形边长等值时, 其粒径用下式计算:

$$\bar{d} = \sqrt{ab} \quad (1-4)$$

当粒径与体积为 $a \times b \times c$ 的立方体的边长等值时采用下式计算:

$$\bar{d} = \sqrt[3]{abc} \quad (1-5)$$

一般称 (1-1) ~ (1-3) 式的算值为算术平均粒径, (1-4)、(1-5) 式为几何平均粒径。有时 (例如计算破碎功耗与粒径的关系) 还采用下述调和平均粒径:

$$\text{对于条状矿块} \quad \bar{d} = \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{2ab}{a+b} \quad (1-6)$$

$$\text{对于片状矿块} \quad \bar{d} = \frac{3}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}} = \frac{3abc}{ab+ac+bc} \quad (1-7)$$

为了确定矿块的形状, 可借用巴伦指标^[1]。巴伦根据矿块长 (a)、宽 (b)、厚 (c) 三个方向比例大小将矿块分为六种形体:

- (1) 正方体 $a < 1.3b, \quad c \approx (0.9 \sim 1.0) b;$
- (2) 柱状 $a > 1.3b, \quad c \approx (0.7 \sim 1.0) b;$
- (3) 板状 $a \approx 1.3b, \quad c \approx (0.3 \sim 0.7) b;$
- (4) 长板状 $a > 1.3b, \quad c \approx (0.3 \sim 0.7) b;$
- (5) 片状 $a = 1.3b, \quad c < 0.3b;$
- (6) 长片状 $a > 1.3b, \quad c < 0.3b。$

根据巴伦指标确定矿块的形状后再根据 (1-1) ~ (1-7) 式计算矿块相应的名义粒径。

当颗粒尺寸较小或粒数很多时不便于直接测量颗粒尺寸的大小, 在这种情况下, 如笼统表示粒径, 对于宽级别物料可以 “ $d \sim 0$ ” 表示 (d 代表粒群或松散物料的最大粒径); 对于窄级别物料常以 “ $-d_1 + d_2$ ” 表示, 其中 d_1 、 d_2 分别代表该粒群粒径的

上、下限。

当需要确切了解宽级别物料的平均粒径时，必须将宽级别物料进行分级使之成为许多窄级别物料，然后利用下述诸式计算宽级别平均粒径：

$$\begin{aligned} \text{算术平均} \quad \overline{D}_A &= \frac{\gamma_1 d_1 + \gamma_2 d_2 + \cdots + \gamma_n d_n}{\gamma_1 + \gamma_2 + \cdots + \gamma_n} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^n \gamma_i d_i}{\sum_{i=1}^n \gamma_i} \end{aligned} \quad (1-8)$$

$$\text{几何平均} \quad \overline{D}_G = \sum_{i=1}^n \gamma_i \sqrt[n]{d_1^{\gamma_1} d_2^{\gamma_2} \cdots d_n^{\gamma_n}} \quad (1-9)$$

$$\begin{aligned} \text{或} \quad \lg \overline{D}_G &= \frac{\gamma_1 \lg d_1 + \gamma_2 \lg d_2 + \cdots + \gamma_n \lg d_n}{\gamma_1 + \gamma_2 + \cdots + \gamma_n} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^n \gamma_i \lg d_i}{\sum_{i=1}^n \gamma_i} \end{aligned} \quad (1-10)$$

$$\begin{aligned} \text{调和平均} \quad \overline{D}_H &= \frac{\gamma_1 + \gamma_2 + \cdots + \gamma_n}{\gamma_1 \frac{1}{d_1} + \gamma_2 \frac{1}{d_2} + \cdots + \gamma_n \frac{1}{d_n}} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^n \gamma_i}{\sum_{i=1}^n \gamma_i \frac{1}{d_i}} \end{aligned} \quad (1-11)$$

上述诸式中 γ_i 为窄级别产率， d_i 为窄级别平均粒径，可按(1-2)或(1-4)式计算。

对于宽级别物料当需要了解其详细粒度分布特性时，上述处理还嫌不够，那就需要进一步的数据处理。在选矿工程中根据目的和要求常用三种程序处理，即：1)绘粒度分析表；2)绘粒度曲线；3)推导粒度方程，即粒度密度函数和粒度分布函数。

第二节 粒 度 曲 线

表1-3、1-4分别列出了某物料粒度分析（筛析、水析）的结果，按所示粒度分析数据可以绘出几种不同的粒度曲线（图1-1）。

表1-3 某物料筛分分析结果

粒 度		重 量 (g)	产 率 $\gamma(\%)$	累积产率 $\Sigma\gamma(\%)$	
网 目	m m			从粗到细 累积	从细到粗 累积
+ 48	+ 0.3	25	5.0	—	100.0
- 48 + 65	- 0.3 + 0.2	75	15.0	20.0	95.0
- 65 + 100	- 0.2 + 0.15	50	10.0	30.0	80.0
- 100 + 150	- 0.15 + 0.1	75	15.0	45.0	70.0
- 150 + 200	- 0.1 + 0.0074	75	15.0	60.0	55.0
- 200	- 0.074	200	40.0	100.0	—
合 计		500	100.0		

表1-4 某物料-200目部分水析结果

粒 度 (μm)	重 量 (g)	产 率 (%)		累积产率 (%)	
		按水析给料 计	按筛析给料 计	按水析原料 计	按筛析原料 计
- 74 + 52	60	30.0	12.0	—	72.0
- 52 + 37	50	25.0	10.0	55.0	82.0
- 37 + 26	40	20.0	8.0	75.0	90.0
- 26 + 18	25	12.5	5.0	87.5	95.0
- 18 + 13	15	7.5	3.0	95.0	98.0
- 13	10	5.0	2.0	100.0	100.0
合 计	200	100.0	40.0		

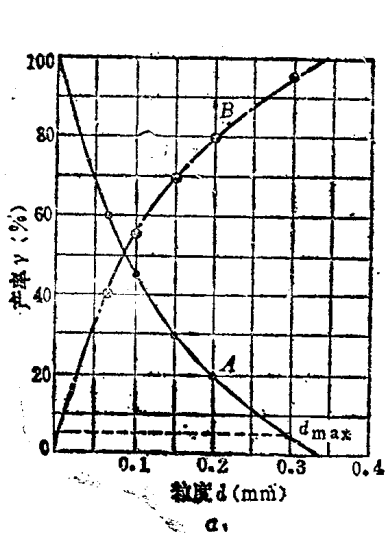


图1-1a $\Sigma\gamma = f(d)$ 曲线

A——从粗到细累积;

B——从细到粗累积。

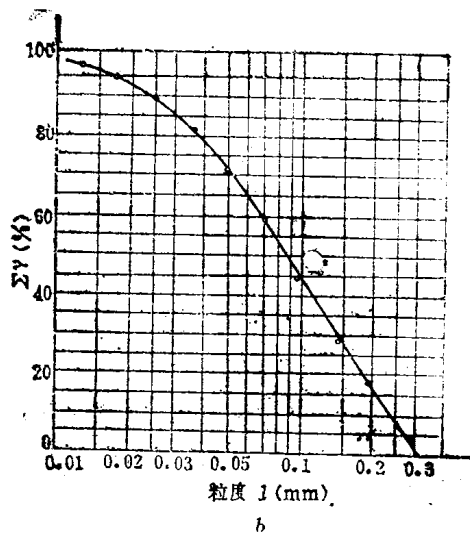


图1-1b $\Sigma\gamma = f(\lg d)$ 曲线

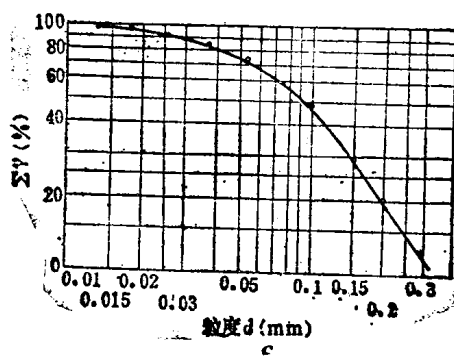


图1-1c $\lg \Sigma\gamma = f(\lg d)$ 曲线

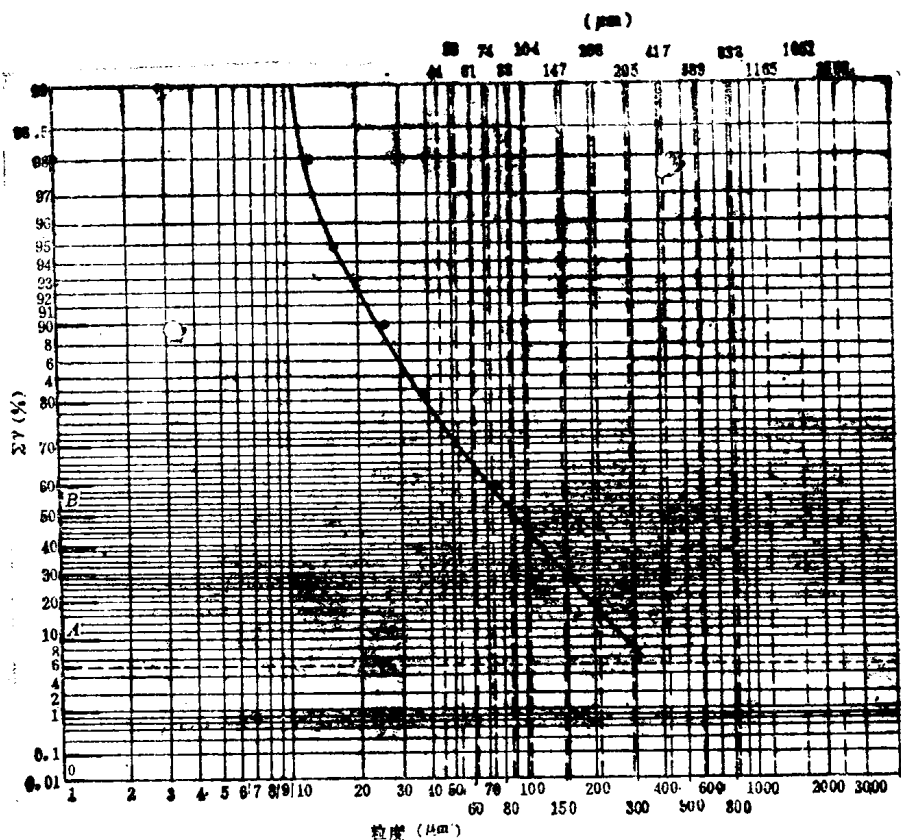


图1-1d $\lg \lg \Sigma \gamma = f(\lg d)$ 曲线

第三节 粒度特性的数学描述——粒度方程

将宽级别物料进行粒度分析得出许多窄级别（见表1-5），根据此粒度分析结果算出各窄级别平均粒径、产率、频率密度，然后根据频率密度绘制密度函数曲线（图1-2曲线a）及粒度分布函数曲线（即累积产率曲线，图1-2曲线b）。

由概率理论得知，密度函数的定义为：

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y_i}{\Delta x_i} = \frac{dy}{dx} = f(x) \quad (1-12)$$

令纵坐标表示 $f(x)$ ，横坐标表示粒度 x ，则图 1-2 曲线 a 曲

线下微分面积 ΔA_i 为:

$$\Delta A_i = f(x_i) \quad (1-13)$$

总面积为:

$$A = \sum_{i=1}^n \Delta A_i = \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x_i \quad (1-14)$$

于是得:

$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x_i = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx \quad (1-15)$$

式中: x_1 、 x_2 为密度函数 $f(x)$ 积分的上、下限。很显然,

$\int_{x_1}^{x_2} f(x) dx$ 的意义为 $-x_2 + x_1$ 粒级的累积产率。因此 (1-15) 式的性质可述之如下:

(1) $\int_{x_1}^{x_2} f(x) dx$ 的意义为 $-x_2 + x_1$ 粒级的累积产率, 当 $x_1 = 0$, $x_2 = x_{max}$ 时, 则得:

$$\int_0^{x_{max}} f(x) dx = 1.0 \quad (1-16)$$

此为整个物料的累积产率。因此 (1-15) 式的值与 x_1 、 x_2 的取值范围有关, 它也为 x 的函数, 此函数以 $F(x)$ 表之, 称为粒度分布函数。由此得:

$$F(x) = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx \quad (1-17)$$

(2) 当 $F(x_1 \sim x_2)$ 时

$$\int_{x_1}^{x_2} f(x) dx = F(x_2) - F(x_1) \quad (1-18)$$

表示粒度上、下限为 x_2 及 x_1 的粒级范围的累积产率。

而当 $F(0, max)$

$$\int_0^{x_{max}} f(x) dx = F(x_{max}) - F(0) = 1.0$$

表示粒度从极小至最大整个物料的累积产率。

$$(3) \quad F(x) = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx = \int_{x_1}^{x_2} F'(x) dx \quad (1-19)$$

因为 $f(x) = F'(x)$, 故密度函数 $f(x)$ 为分布函数 $F(x)$ 的一次导数。

选矿常遇到的粒度分布函数有指数分布、双对数分布、对数概率分布、威布分布等。下面将分别论述这些粒度分布函数的特性及应用。

(一) 指数分布

指数函数分布有几种不同的表达形式且各有其适用场合。

(1) A.M.高登 (Gaudin) 粒度方程, 其形式为

$$F(x) = y = A_G x^k \quad (1-20)$$

式中分布函数 y 代表粒度小于 x 粒级的累积产率; A_G 、 k 为参数。其中 A_G 值与变量 (x, y) 的选用单位有关, k 与物料性质有关。

表1-5 粒度分析计算 ($k=0.5$)

序 号	粒 级 (mm) Δx_i	平均粒径 (mm) $\bar{\Delta x}_i$	产 率 (频率) Δy_i	负累积 (由 细至粗) $\sum_{i=n}^1 \Delta y_i$	正累积 (由 粗至细) $\sum_{i=1}^n \Delta y_i$	频率密度 $\Delta y_i / \Delta x_i$
1	1.0~0.9	0.95	0.052	1.000	0.052	0.52
2	0.9~0.8	0.85	0.054	0.948	0.106	0.54
3	0.8~0.7	0.75	0.057	0.894	0.163	0.57
4	0.7~0.6	0.65	0.063	0.837	0.226	0.63
5	0.6~0.5	0.55	0.067	0.774	0.293	0.67
6	0.5~0.4	0.45	0.075	0.707	0.368	0.75
7	0.4~0.3	0.35	0.084	0.632	0.452	0.84
8	0.3~0.2	0.25	0.101	0.548	0.553	1.01
9	0.2~0.1	0.15	0.131	0.447	0.684	1.31
10	~0.1	0.05	0.316	0.316	1.000	3.16

(1-20) 式很易线性化, 即:

$$\lg y = \lg A_G + k \lg x \quad (1-21)$$

令 $Z = \lg y$, $A'_G = \lg A_G$, $x' = \lg x$, 则得:

$$Z = A'_G + kx' \quad (1-22)$$

因此如果某物料的粒度分布以对数坐标表示呈直线, 则该物料的