目 录

Ⅰ数学科成人高考专项模拟能力测试训练

Ⅱ　数学科成人高考专项模拟能力测试训练

Ⅰ　数学科成人高考专项模拟能力测试训练

第一章　数、式、方程和方程组

【新考试大纲要求】

1. 理解有理数、实数及数轴、相反数、绝对值、倒数、算术平方根的概念，会进行有关计算.

2. 理解有关整式、分式、二次根式的概念，掌握它们的一些性质和运算法则.

3. 掌握一元一次方程、一元二次方程的解法，能运用一元二次方程根的判别式以及根与系数的关系解决有关问题.

4. 会解有惟一解的二元一次方程组、三元一次方程组；会解由一个二元二次方程和一个二元一次方程组成的方程组；会解简单的由两个二元二次方程组成的方程组（主要指以下几种类型：用加减消元法可消去某个未知数的，可消去一次项的，以及至少有一个方程可分解成一次方程的）

第一节　实数

【知识要点】

一、实数系表

有理数（有限小数或循环小数）与无理数（无限不循环小数）统称为实数，实数可分类如下：

$$\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数}\\\text{零}\\\text{负整数}\end{cases}\\\text{分数（有限小数或无限循环小数）}\end{cases}\\\text{无理数}\left.\begin{cases}\text{正无理数}\\\text{负无理数}\end{cases}\right\}\text{无限不循环小数}\end{cases}$$

二、轴数

规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴.

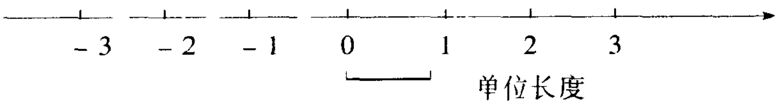

图1-1

实数与数轴上的点是一一对应的，即数轴上每一个点表示惟一的一个实数；反过来，每一个实数可用数轴上惟一的一个点来表示．数轴上任一点所对应的数总大于该点左边任一点所对应的数.

三、相反数和倒数

符号不同的两个数 a 与 $-a$ 中的一个数称为另一个数的相反数．即 $-a$ 是 a 的相反数，a 是 $-a$ 的相反数，0 的相反数是 0.

1 除以某数的商称为这个数的倒数，零没有倒数.

四、绝对值

一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；零的绝对值是零．数 a 的绝

对值记作 $|a|$,用算式表示,即

$$|a|=\begin{cases}a & (a>0),\\ 0 & (a=0),\\ -a & (a<0).\end{cases}$$

在数轴上，一个实数的绝对值表示这一实数的点到原点的距离．

注意:$|a|$是一个非负数(大于零或等于零).

五、实数的运算

1．基本运算:实数可进行加、减、乘、除、乘方等运算,对非负实数还可进行开方运算．实数加、减、乘、除、乘方的结果仍是实数．任何实数都可以开奇次方,结果仍是实数,只有非负实数,才能开偶次方,其结果仍是实数．

2．运算法则

加法:同号的两数相加,取原来的符号,并把绝对值相加．异号两数相加,取绝对值较大的加数的符号,并用较大的绝对值减去较小的绝对值．任何数与零相加等于原数．

减法:减去一个数,等于加上这个数的相反数．

乘法:两数相乘,同号得正,异号得负,并把绝对值相乘．零乘以任何数都得零,任何数乘以1都得原数．

除法:两数相除,同号得正,异号得负,并把绝对值相除．零除以任何一个不为零的数等于零．任何数除以一个不为零的数,等于乘以这个数的倒数．零不能作除数．

乘方:正数的任何次幂是正数;负数的偶次幂是正数,奇次幂是负数;零的正数次幂等于零．

开方:正数的奇次方根是一个正数;正数的偶次方根有两个,这两个方根互为相反数;零的 n 次方根都是零．负数的奇次方根是一个负数,在实数范围内,负数没有偶次方根．

3．运算律

设 a、b、c 为任意实数,则有:

运算律	加　　法	乘　　法
交换律	$a+b=b+a$	$a\cdot b=b\cdot a$
结合律	$(a+b)+c=a+(b+c)$	$a\cdot b\cdot c=a\cdot(b\cdot c)$
分配律	$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c$	

4．运算顺序:在没有括号的算式中,先算乘方、开方,再算乘、除,最后算加、减;如果有括号,先进行括号内的运算;如果只有同一级运算,就从左到右依次运算．

【高考命题导向及考题分析】

例1　下列命题错误的是(　　)

(A)每一个整数都对应着数轴上的一个点．

(B)每一个无理数都对应着数轴上的一个点．

(C)数轴上每一个点都对应着一个实数．

(D)有理数和数轴上的点一一对应．

分析:因为实数与数轴上的点是一一对应的,所以(A)、(B)、(C)都是正确命题．因此答案为(D).

解:选 D.

例2　下列哪些数是无理数、有理数、整数、非负整数?

$4,-\dfrac{1}{4},\dfrac{9}{11},-\sqrt{3},-\sqrt{9},\sqrt[3]{-0.027},\pi,\sqrt{(-2)^2},\sqrt{|-2|}$

分析:我们可以按实数分成“无限不循环小数”与“有限小数或循环小数”这两类来判断．如果所给的数是前者,则它为无理数;如果所给的数是后者,则它为有理数．此外,注意非负数整、整数

与有理数的关系

解：

无理数（无限不循环小数）		
$-\sqrt{3}=-1.73205\cdots$	$\pi=3.141592\cdots$	$\sqrt{\lvert -2\rvert}=\sqrt{2}=1.414213\cdots$

有理数	循环小数			$\frac{9}{11}=0.81$
	有限小数			$-\frac{1}{4}=-0.25$　$\sqrt[3]{-0.027}=-0.3$
		整数		$-\sqrt{9}=-3$
			非负整数	4　$\sqrt{(-2)^2}=2$

例 3　已知 a、b 互为相反数，c、d 互为倒数，m 的绝对值等于 1，n 是数轴上原点表示的数；那么 $n^{2000}-cd+\frac{a+b}{cd}+m^2$ 的值为（　　）

（A）-1　　（B）0　　（C）1　　（D）不确定

分析：由题意知，$a+b=0$，$cd=1$，$|m|=1$，$n=0$　所以原式 $=0^{2000}-1+\frac{0}{1}+1=0$

解：选（B）.

例 4　已知 a、b 为实数，且 $|2a+1|+\frac{5}{7}(b-2)^2=0$，求 (a^3+b^2) 的倒数的相反数．

分析：$|2a+1|$ 和 $\frac{5}{7}(b-2)^2$ 均为非负数，它们的和等于零，当且仅当 $2a+1=0$，且 $b-2=0$，从中可以解出 a、b 的值，进而求出所需的值．

解：∵ a、b 为实数，

∵ $|2a+1|\geqslant 0$ 且 $\frac{2}{7}(b-2)^2\geqslant 0$，又 $|2a+1|+\frac{5}{7}(b-2)^2=0$，

$\begin{cases}2a+1=0,\\ b-2=0;\end{cases}$　解出 $\begin{cases}a=-\frac{1}{2},\\ b=2.\end{cases}$

∴ $a^3+b^2=(-\frac{1}{2})^3+2^2=3\frac{7}{8}$，∴ a^3+b^2 的倒数的相反数为 $-\frac{8}{31}$.

说明：完全平方数 a^2，绝对值 $|a|$，算术平方根 $\sqrt{a}$ 均为非负数，是数与式知识面上的重要概念．非负数的性质："有限个非负数之和等于零有且只有每个非负数均等于零"．在解题时，经常使用．

例 5　化简下列各式为不含绝对值符号的代数式

（1）$|\sin 37°20'-1|$　　　（2）$|x+5|$

（3）$|a+b|+|a+c|-|c-b|-|a|$　（$a<b<0$，$|a|>c>0$）

（4）$|a-1|+|a+3|$

分析：此类题型关键在于去掉绝对值符号，特别应该指出的是，根据条件正确判断每一个绝对值符号内的式子是正、是负、还是零，是解决问题的关键，有时借助于数轴则更好．

解：（1）∵ $\sin 37°20'<1$，∴ $\sin 37°20'-1<0$，

$|\sin 37°20'-1|=-(\sin 37°20'-1)=1-\sin 37°20'$

（2）由于 $x+5$ 的正、负与 x 的取值有关，所以应进行分类讨论．

$$|x+5|=\begin{cases}x+5 & (x+5>0，即\ x>-5),\\ 0 & (x+5=0，即\ x=-5),\\ -(x+5) & (x+5<0，即\ x<-5).\end{cases}$$

(3)

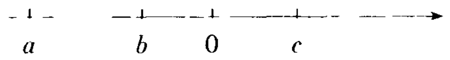

图 1-2

由图 1-2 可知：$a+b<0$，$a+c<0$，$c-b>0$，$a<0$

$\therefore$ 原式 $=-(a+b)+[-(a+c)]-(c-b)-(-a)=-a-2c$

(4) 由于 $a-1$ 和 $a+3$ 的正负都与 a 的取值有关，所以需分不同的情况进行讨论，分类的办法是先将 $a-1$ 与 $a+3$ 为 0 的 a 值找出，即 $a=1$ 与 $a=-3$，这时在数轴上表示 -3 和 1 的两个点将整个数轴分成了三部分，在每一部分中将原式化简.

① 当 $a\leqslant -3$ 时，$a-1<0$，$a+3\leqslant 0$，

所以，$|a-1|+|a+3|=-(a-1)-(a+3)=-2a-2$；

② 当 $-3<a<1$ 时，$a-1<0$，$a+3>0$，

所以，$|a-1|+|a+3|=-(a-1)+(a+3)=4$；

③ 当 $a\geqslant 1$ 时，$a-1\geqslant 0$，$a+3>0$，

所以，$|a-1|+|a+3|=a-1+a+3=2a+2$.

$$\therefore |a-1|+|a+3|=\begin{cases}-2a-2 & (a\leqslant -3)\\ 4 & (-3<a<1)\\ 2a+2 & (a\geqslant 1).\end{cases}$$

说明：化去绝对值的符号可以分为两种情况：当绝对值符号内的式子的正、负可以由题目所给的条件确定时，可依据绝对值的定义，化去绝对值的符号；当绝对值符号内的式子的正、负无法确定时，需分情况进行讨论，化去绝对值的符号.

例 6 计算下列各题

(1) $(-0.25)\times(-\frac{5}{6})\times(-1\frac{2}{7})\div(-2\frac{1}{2})\div\frac{5}{7}\times(-\frac{3}{4})$；

(2) $\{2.75-2^2\div[(-0.5)^2+3\times(-0.75)]\times\frac{1}{8}\}-1\frac{1}{3}$；

(3) $\frac{2}{5}-(-4.8)\times(\frac{7}{12}-\frac{1}{6}+\frac{5}{8})$.

解：(1) 原式 $=-\frac{1}{4}\times(-\frac{5}{6})\times(-\frac{9}{7})\times(-\frac{2}{5})\times\frac{7}{5}\times(-\frac{3}{4})=-\frac{9}{80}$；

说明：对于有理数乘除法的混合运算，要先化为连乘积的形式，计算时要先确定算式的符号，然后再求算式的绝对值.

(2) 原式 $=\{2\frac{3}{4}-4\div[\frac{1}{4}-\frac{9}{4}]\times\frac{1}{8}\}-1\frac{1}{3}$

$=\{2\frac{3}{4}-4\div(-2)\times\frac{1}{8}\}-1\frac{1}{3}$

$=\{2\frac{3}{4}+2\times\frac{1}{8}\}-1\frac{1}{3}=3-1\frac{1}{3}=1\frac{2}{3}$

说明：①注意 $-2^2=-4$ 与 $(-2)^2=4$ 的区别，不要混淆；②在计算 $-4\div(-2)\times\frac{1}{8}$ 时，由于乘法与除法都是同一级运算，而对同一级运算必须从左到右依次计算.

(3) 原式 $=0.4-[(-4.8)\times\frac{7}{12}-(4.8)\times\frac{1}{6}+(-4.8)\times\frac{5}{8}]$

$=0.4-[-2.8+0.8-3]=5.4$

说明：在有理数计算中要灵活运用运算法则和运算律，寻求合理的运算途径.

【高考专项模拟试题】

一、选择题

1 下列说法中正确的是(　　)

(A)$|-a|$是非负数　(B)$|-a|$是正数　(C)$-|a|$是负数　(D)$|a|$等于 a

2 下列语句叙述正确的是(　　)

(A)零没有相反数　(B)零没有倒数　(C)零是最小的整数　(D)零没有绝对值

3 在实数范围内,绝对值等于它本身的数有(　　).

(A)一个,是 0　(B)两个,是 1 和 -1　(C)三个,是 $0,\pm1$　(D)无数个

4 $|x|+x$ 的结果(　　)

(A)可以是负数　(B)不可能是负数　(C)必定是正数　(D)可正可负

5 如果$|x+1|=5$,那么 x 为(　　)

(A)±3　(B)-2 或 3　(C)4 或 -6　(D)±1

6 满足条件 $126<|x|<226$ 的整数 x 共有(　　).

(A)100 个　(B)99 个　(D)200 个　(D)198 个

7 下列各式正确的是(　　)

(A)$\sqrt{(-7)^2}=\pm7$　(B)$\sqrt{(-7)^2}=-7$　(C)$-\sqrt{(-7)^2}=7$　(D)$-\sqrt{(-7)^2}=-7$

8 在实数范围内,下列判断正确的是(　　)

(A)若$\sqrt{a^2}=\sqrt{b^2}$,则 $a=b$　(B)若$|a|=|b|$,则 $a=b$

(C)若$\sqrt[3]{a}=\sqrt[3]{b}$,则 $a=b$　(D)若 $a^2\geqslant b^2$,则 $a\geqslant b$

9 a,b 在数轴上的位置如图 1—3 所示,下面结论正确的是(　　).

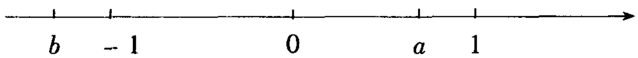

图 1-3

(A)$b^2>a^2$　(B)$|a|>|b|$　(C)$-a>-b$　(D)$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$

10 若 $a<0$,则$|a-\sqrt{a^2}|$的值为(　　)

(A)0　(B)$2a$　(C)$-2a$　(D)以上答案全不对

11 $\sqrt{(a^2+1)^2}$的算术平方根是(　　)

(A)$(a^2+1)^2$　(B)$(a^2+1)^4$　(C)$\sqrt{a^2+1}$　(D)$(a^2+1)^3$

12. 已知$|x-\sqrt{2}|+\sqrt{y+\sqrt{3}}=0$,则 x,y 的值分别是(　　)

(A)不能确定　(B)$-\sqrt{2}$和$\sqrt{3}$　(C)$\pm\sqrt{2}$和$\pm\sqrt{3}$　(D)$\sqrt{2}$和$-\sqrt{3}$

13. a、b、c 在数轴上的位置如图 1-4,那么$\sqrt{a^2}-|a+b|+\sqrt{(c-a)^2}+|b+c|$等于(　　)

(A)$2c-a$　(B)$a+2b$　(C)$-a$　(D)$-3a-2b$

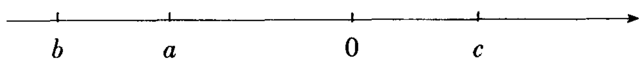

图 1-4

二、填空题

1. 如果一个数的相反数的倒数是 $-\frac{3}{5}$,则这个数为______

2. a 为实数,则$||a^2+2|-2|=$______.

3 一个数的相反数是最大的负整数,那么这个数为______.

4. 当 $a\leqslant2$ 时,$\sqrt{(2-a)^2}=$______;当 a ______时,$\sqrt{(2-a)^2}=a-2$.

5. 设 x,y 为实数,如果$\sqrt{x}+x^2=0$,那么 $x=$______;如果$\sqrt{x}+x+\sqrt{y}+y=0$,那么 $xy=$______.

6 若$|x+5|+|x-2|=7$,则 x 的取值范围是________

7 把下列各数填写在相应的横线上

$-11,\frac{5}{8},0.37,|-\frac{1}{3}|,3.1415\cdots,\sqrt{2}-1,\sin60^{\circ},-\pi$,其中正有理数有__________,负实数有__________,无理数有__________

8. 实数 a、b 在数轴上的位置如图 1-5,化简 $|a-b|-|a+b|=$______

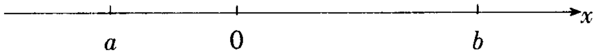

图 1-5

三、解答题

1. 化简:$|a-5|$

2. 已知 a、b 为实数,且 $|a^2-2a-8|+\sqrt{2a-b}=0$,求代数式 $\frac{2a^2-3ab-2b^2}{a-2b}$ 的值

3. 计算:

(1) $(-1\frac{1}{7})\times\frac{5}{6}\div(-\frac{2}{3})\times(-2.5)-(-0.25)\div(-\frac{5}{7})$;

(2) $\frac{1}{7}+\{\frac{1}{8}-(\frac{1}{7}-\frac{2}{5})]-(\frac{1}{8}+\frac{3}{5})\}$;

(3) $\{[3\frac{3}{4}-(-\frac{1}{4})+(0.4)\times(-\frac{5}{2})^2]\div(-1\frac{2}{3})-20\}\times(-0.2)^2$

【试题答案及详解】

一、选择题

1.A 2.B 3.D 4.B 5.C 6.D 7.D 8.C 9.A 10.C 11.C 12.D 13.C

二、填空题

1. $\frac{5}{3}$; 2. a^2; 3. 1; 4. $2-a$; $\leqslant 2$; 5. 0;0; 6. $-5\leqslant x\leqslant 2$;

7. $\frac{5}{8},0.37,|-\frac{1}{3}|$; $-11,-\pi$; $3.1415\cdots,\sqrt{2}-1,\sin60^{\circ},-\pi$ 8. $-2a$.

三、解答题

1. 解:以 5 为分点,把实数分为三类,即 $a>5,a=5,a<5$

当 $a>5$ 时,$a-5>0$,所以 $|a-5|=a-5$;

当 $a=5$ 时,$a-5=0$,所以 $|a-5|=0$;

当 $a<5$ 时,$a-5<0$,所以 $|a-5|=-(a-5)=5-a$.

2. 解: $|a^2-2a-8|+\sqrt{2a-b}=0$, $a^2-2a-8=0$ 且 $2a-b=0$,又由 $a^2-2a-8=0$,得 $a_1=4,a_2=-2$,当 $a_1=4$ 时,$b_1=8$;$a_2=-2$ 时,$b_2=-4$,故化简分式 $\frac{2a^2-3ab-2b^2}{a-2b}=\frac{(a-2b)(2a+b)}{a-2b}=2a+b$. 当 $a_1=4,b_1=8$ 时,原式 $=16$,当 $a_2=-2,b_2=-4$ 时,原式 $=-8$

3. 解:

(1) 原式 $=-\frac{8}{7}\times\frac{5}{6}\times(-\frac{3}{2})\times(-\frac{5}{2})\times(-4)\times(-\frac{7}{5})=-20$;

(2) 原式 $=\frac{1}{7}+\{[\frac{1}{8}-\frac{1}{7}+\frac{2}{5}]-\frac{1}{8}-\frac{3}{5}\}=\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{7}+\frac{2}{5}-\frac{1}{8}-\frac{3}{5}=-\frac{1}{5}$;

(3) 原式 $=\{[3\frac{3}{4}\div(-\frac{1}{4})+(0.4\times\frac{25}{4})]-(-\frac{5}{3})-20\}\times\frac{1}{25}=\{[-15+2\frac{1}{2}]\times(-\frac{3}{5})-20\}\times\frac{1}{25}$

$=\{-12\frac{1}{2}\times(-\frac{3}{5})-20\}\times\frac{1}{25}=(7\frac{1}{2}-20)\times\frac{1}{25}=-\frac{1}{2}$.

第二节 式

【知识要点】

一、代数有关概念及分类

1. 代数式:由运算符号(加、减、乘、除、乘方、开方),把数或表示数的字母连结而成的式子叫做代数式. 单独的一个数或者一个字母也是代数式.

2 代数式的值：用数值代替代数式里的字母，计算后所得的结果，叫做代数式的值．

3. 代数式系统表：

$$\text{代数式}\begin{cases}\text{有理式}\begin{cases}\text{整式}\begin{cases}\text{单项式}\\ \text{多项式}\end{cases}\\ \text{分式}\end{cases}\\ \text{无理式}\end{cases}$$

二、整式及其运算

1. 整式：整式包括单项式和多次式；由数与字母相乘形成的代数式叫做单项式；几个单项式的和叫做多项式．

2. 整式的运算：整式能进行加、减、乘的运算．整式加、减、乘的结果仍是整式．整式可以进行带余除法的运算．整式的运算符合交换律、结合律、分配律．

(1)加减法：就是合并同类项．

(2)乘除法：幂的运算性质是整式乘法、除法的基础．

幂的运算法则：

$a^m\cdot a^n=a^{m+n}$；　　$a^m\div a^n=a^{m-n}(a\neq 0)$；

$(a^m)^n=a^{mn}$；　　$(ab)^n=a^n\cdot b^n$

常用的乘法公式：

$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$；　　$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$；

$(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)=a^3\pm b^3$；　　$(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3$.

(3)多项式的因式分解：就是把一个多项式化为几个整式的积．常用的方法有：

①提公因式法；②公式法；③分组分解法；④十字相乘法；⑤求根公式法．

三、分式及其运算

1. 分式：形如$\dfrac{A}{B}$的式子叫做分式，其中 A 和 B 均为整式，B 中含有字母，B 的值不能为零．例如：$\dfrac{x+1}{2x-5}$是分式．

2. 最简分式：分子与分母没有公因式的分式叫做最简分式．

3. 分式的基本性质：$\dfrac{A}{B}=\dfrac{A\times M}{B\times M}$；$\dfrac{A}{B}=\dfrac{A\div M}{B\div M}$（$M$ 为不等于零的整式）

4. 分式的符号法则：分式的分子、分母和分式本身的这三个符号中，改变其中任何两个，分式的值不变．

$$\frac{a}{b}=\frac{-a}{-b}=-\frac{a}{-b}=-\frac{-a}{b};\qquad \frac{-a}{b}=\frac{a}{-b}=-\frac{a}{b}=-\frac{-a}{-b};$$

5. 分式的运算

(1)约分：$\dfrac{ma}{mb}=\dfrac{a}{b}$；

(2)加减法：$\dfrac{a}{c}\pm\dfrac{b}{c}=\dfrac{a\pm b}{c}$；$\dfrac{a}{b}\pm\dfrac{c}{d}=\dfrac{ad\pm bc}{bd}$；

(3)乘除法：$\dfrac{a}{b}\cdot\dfrac{c}{d}=\dfrac{ac}{bd}$；$\dfrac{a}{b}\div\dfrac{c}{d}=\dfrac{a}{b}\times\dfrac{d}{c}=\dfrac{ad}{bc}$；

(4)乘方：$(\dfrac{a}{b})^n=\dfrac{a^n}{b^n}$（$n$ 为正整数）；

(5)开方：$\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}=\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$　（$a\geqslant 0,b>0,n$ 是正整数）

四、二次根式及其运算

1　二次根式：式子$\sqrt{a}(a\geqslant 0)$叫做二次根式．

2. 最简二次根式:被开方数的每个因式的指数都小于根指数2,被开方数不含分母的二次根式,叫最简二次根式.

3. 同类二次根式:几个二次根式化成最简根式后,如果二次根式的被开方数相同,则这几个二次根式叫做同类二次根式.

4. 二次根式的性质

$$(\sqrt{a})^2=a(a\geqslant0);\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases}a & (a\geqslant0);\\ -a & (a<0);\end{cases}$$

$$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}(a\geqslant0,b\geqslant0);\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}(a\geqslant0,b>0).$$

5. 二次根式的运算

(1)加减:先把各根式化为最简二次根式,再合并同类二次根式.

(2)乘除:$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}\quad(a\geqslant0,b\geqslant0)$;$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}\quad(a\geqslant0,b>0)$.

(3)分母有理化:把分母中的根号去掉叫做分母有理化.

常见的互为有理化因式:①$\sqrt{a}$与$\sqrt{a}$;②$a\sqrt{b}$与$\sqrt{b}$;③$\sqrt{a}+\sqrt{b}$与$\sqrt{a}-\sqrt{b}$;④$a+\sqrt{b}$与$a-\sqrt{b}$;⑤$a\sqrt{b}+c\sqrt{d}$与$a\sqrt{b}-c\sqrt{d}$.

【高考命题导向及考题分析】

例1 如果分式$\frac{|x|-2}{x^2+x-6}$的值为零,那么x的值应为(　　)

(A)2　　(B)±2　　(C)−2　　(D)0

分析:分式值为零的条件:$\begin{cases}分子=0\\分母\neq0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}|x|-2=0\\x^2+x-6\neq0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=\pm2\\x\neq2,x\neq3\end{cases}\Rightarrow x=-2$

解:选(C).

说明:分式有意义的条件是分母不等于零;分式无意义的条件是分母等于零;分式值为零的条件是分子等于零且分母不等于零.

例2 计算:

(1)$(x^3-2x^2+6x-5)+(2x-4x^2)-(4x^2-7x-6x^3)$;

(2)$(2y+1)(8y^3-1)(4y^2-2y+1)$;　　(3)$(x-y)^2(x^2+xy+y^2)^2$;

(4)$(1-\frac{x}{x+1})-\frac{x+3}{x^2-1}\div(\frac{6x+2}{x^2-2x+1}+1)$;(5)$\frac{x^2}{x-2}-\frac{4}{x+2}-\frac{4}{x-2}+\frac{x^2}{x+2}$.

解:(1)原式$=x^3-2x^2+6x-5+2x-4x^2-4x^2+7x+6x^3$

$=x^3+6x^3-2x^2+4x^2-4x^2+6x+2x+7x-5=7x^3-2x^2+15x-5$;

(2)原式$=[(2y+1)(4y^2-2y+1)](8y^3-1)=(8y^3+1)(8y^3-1)=64y^6-1$;

(3)原式$=[(x-y)(x^2+xy+y^2)]^2=(x^3-y^3)^2=x^6-2x^3y^3+y^6$;

(4)原式$=\frac{x+1-x}{x+1}-\frac{x+3}{x^2-1}\div\frac{6x+2+x^2-2x+1}{x^2-2x+1}$

$=\frac{1}{x+1}-\frac{x+3}{(x+1)(x-1)}\div\frac{x^2+4x+3}{x^2-2x+1}$

$=\frac{1}{x+1}-\frac{x+3}{(x+1)(x-1)}\div\frac{(x+1)(x+3)}{(x-1)^2}$

$=\frac{1}{x+1}-\frac{x+3}{(x+1)(x-1)}\times\frac{(x-1)^2}{(x+1)(x+3)}$

$=\frac{1}{x+1}-\frac{x-1}{(x+1)^2}=\frac{(x+1)-(x-1)}{(x+1)^2}=\frac{2}{(x+1)^2}$;

(5)原式$=\frac{(x+2)(x-2)}{(x-2)}+\frac{(x+2)(x-2)}{x+2}=x+2+x-2=2x$.

说明:①数学计算中不但要求计算的结果正确,还要求有科学、合理、简捷的运算过程;②要会自觉的使用乘法公式,简化计算过程;③分式化简中要注意运算律的使用,寻求合理、简便的方法;计算结果要化为分子、分母不再有公因式的最简形式.

例3 当 $4x^2+9x+5=0$ 时,求分式 $\dfrac{2+x-3x^2}{3x^4+2x^3-3x^2-2x}$ 的值.

解:原式 $=\dfrac{-(3x^2-x-2)}{x^3(3x+2)-x(3x+2)}=\dfrac{-(3x+2)(x-1)}{x(3x+2)(x^2-1)}=-\dfrac{1}{x(x+1)}$

$\because 4x^2+9x+5=0$,解出 $x=-1, x=-\dfrac{5}{4}$.

但当 $x=-1$ 时,分式无意义;当 $x=-\dfrac{5}{4}$ 时,原式 $=-\dfrac{1}{-\dfrac{5}{4}(-\dfrac{5}{4}+1)}=\dfrac{16}{5}=3\dfrac{1}{5}$.

说明:①求分式的值,一般也应先化简,再求值;②在求分式的值时,首先所给的值要使分式有意义对于不是直接给出的值,更要注意这一点.

例4 把下列各式分解因式:

(1)$18m^2-12mx-15my+10xy$; (2)$x^2-4xy+4y^2-2x+4y$;

(3)x^6-y^6; (4)$m^4-2m^3+3m^2-2m+1$;(5)$3(x+1)^2-4(x+1)-4$.

解:(1)解法一:原式 $=6m(3m-2x)-5y(3m-2x)=(3m-2x)(6m-5y)$;

解法二:原式 $=18m^2-15my+10xy-12mx=3m(6m-5y)+2x(5y-6m)$

$=(6m-5y)(3m-2x)$;

(2)原式 $=(x^2-4xy+4y^2)-2(x-2y)=(x-2y)^2-2(x-2y)=(x-2y)(x-2y-2)$;

(3)原式 $=(x^3)^2-(y^3)^2=(x^3+y^3)(x^3-y^3)$

$=(x+y)(x-y)(x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2)$;

或原式 $=(x^2)^3-(y^2)^3=(x^2-y^2)(x^4+x^2y^2+y^4)$

$=(x+y)(x-y)[x^4+2x^2y^2+y^4-x^2y^2]$

$=(x+y)(x-y)[(x^2+y^2)^2-x^2y^2]$

$=(x+y)(x-y)(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$;

(4)原式 $=(m^2-m)^2+2(m^2-m)+1=[(m^2-m)+1]^2=(m^2-m+1)^2$;

(5)原式 $=[3(x+1)+2][(x+1)-2]=(3x+5)(x-1)$.

例5 化简:

(1)$\sqrt{7-\sqrt{24}}$; (2)$\dfrac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{2}-1}$;

(3)$1-\sqrt{x^2-1}+\dfrac{2\sqrt{x+1}+4\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}}$;

(4)$\sqrt{a^2+2a+1}+\sqrt{a^2+a+\dfrac{1}{4}}\ (-1<a<-\dfrac{1}{2})$.

解:

(1)原式 $=\sqrt{1+6-\sqrt{24}}=\sqrt{1^2+(\sqrt{6})^2-2\sqrt{6}}=\sqrt{6}-\sqrt{2}$;

(2)原式 $=\dfrac{2(\sqrt{3}-\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{3}+\sqrt{2}-1)(\sqrt{3}-\sqrt{2}+1)}=\dfrac{2(\sqrt{3}-\sqrt{2}+1)}{3-2-1+2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}-2+\sqrt{2}}{2}$;

(3)原式 $=1-\sqrt{x^2-1}+\dfrac{(2\sqrt{x+1}+4\sqrt{x-1})(\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1})}{(\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1})(\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1})}$

$=1-\sqrt{x^2-1}+\dfrac{1}{2}[2(x+1)-4(x-1)+2\sqrt{x^2-1}]$

$=1-\sqrt{x^2-1}+(x+1)-2(x-1)+\sqrt{x^2-1}=4-x$;

(4)原式 $=\sqrt{(a+1)^2}+\sqrt{(a+\frac{1}{2})^2}$ $(\because -1<a<-\frac{1}{2})=a+1-a-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$.

例6 化简并求值

(1)当 $m=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$ 时,求 $\frac{2m^2-5m+2}{2m-1}$ 的值;

(2)当 $x=-\frac{\sqrt{6}}{2},y=\frac{1}{2}$ 时,求 $(x-y+\frac{4xy}{x-y})(x+y-\frac{4xy}{x+y})$ 的值.

解:(1) $\because m=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}=\frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}{2-1}=2+\sqrt{2}$, $\therefore$ 原式 $=\frac{(2m-1)(m-2)}{2m-1}=m-2=\sqrt{2}$;

(2)原式 $=\frac{x^2-2xy+y^2+4xy}{x-y}\cdot\frac{x^2+2xy+y^2-4xy}{x+y}$

$=\frac{(x+y)^2}{x-y}\cdot\frac{(x-y)^2}{x+y}=x^2-y^2=\frac{6}{4}-\frac{1}{4}=\frac{5}{4}$.

【高考专项模拟试题】

一、选择题

1 代数式:$2a+3b,5mn,\frac{x}{y},n-3,\frac{x-y}{4}$ 中多项式的个数是( )

(A)3个 (B)4个 (C)5个 (D)2个

2 当 x 分别等于5和 -5 时,代数式 x^4+5x^2-6 的相应的两个值( )

(A)互为相反数 (B)相等 (C)互为倒数 (D)异号

3 下列去括号中,正确的是( ).

(A)$a^2-(2a-b+c)=a^2-2a-b+c$ (B)$a-(-b+c-d)=a+b+c-d$

(C)$-(x-y)+(xy-5)=-x-y+xy-5$ (D)$(x-y)-(-c+d)=x-y+c-d$

4. 若 $(\sqrt{2x-1})^2=1-2x$,则 x( ).

(A)$x\leqslant\frac{1}{2}$ (B)$x\geqslant\frac{1}{2}$ (C)$x=0$ (D)$x=\frac{1}{2}$

5 对于任何实数 x,y,代数式 $x^2+y^2-2x+12y+40$ 的值( ).

(A)为正数 (B)为负数 (C)为非负数 (D)不能确定

6. 把 $a^2(a-1)^2+(a-1)^2+2a(1-a)^2$ 分解因式,正确的结果是( ).

(A)$(a-1)^2(a+1)^2$ (B)$(a-1)^4$ (C)$(a-1)^2(a^2+1)$ (D)$(a-1)^2(a^2+2a)$

7. 最简根式 $\sqrt[a+b]{2b+3}$ 和 $\sqrt[b]{5a+4}$ 是同类根式,则 a,b 的值为( )

(A)$a=1,b=3$ (B)$a=3,b=5$ (C)$a=2,b=\frac{11}{2}$ (D)非上述答案

8 把根号外的因式移入根号内,则 $x\sqrt{-\frac{1}{x}}=$( )

(A)$-\sqrt{x}$ (B)$\sqrt{x}$ (C)$\sqrt{-x}$ (D)$-\sqrt{-x}$

9 如果 $x<0$,那么 $|x-\sqrt{(x-1)^2}|$ 等于( )

(A)1 (B)$1-2x$ (C)$-2x-1$ (D)$2x-1$

10 下列因式分解正确的是( )

(A)$(a-b)x+(a-b)y-(a-b)=(a-b)(x-y)$

(B)$32abx^4-2aby^4=2ab(16x^4-y^4)=2ab(2x^2+y^2)(2x^2-y^2)$

(C)$(2x+3y)(a-b)-2(a-b)(x+y)=(a-b)(2x+3y-2x-2y)=ax-by$

(D)$x^3-y^3+3x-3y=(x-y)(x^2+xy+y^2+3)$

11 要使式子 $\frac{x}{x-\frac{x^2}{x-\frac{x}{1-x}}}$ 有意义,那么 x 的值应是( )

(A)$x\neq0$ (B)$x\neq1$ (C)$x\neq2$ (D)$x\neq0$ 且 $x\neq1$

二、填空题

1 若 a 和 b 互为相反数,c 与 d 互为倒数,x 的绝对值等于1,则代数式 $a+b+x^2-cdx$ 的值为______

2 $\sqrt{3}-2\sqrt{2}$的一个有理化因式是__________

3 若最简根式 $2\sqrt[m]{8n+2}$ 与 $3\sqrt{n^2-7}$ 是同类根式，则 $m=$__________

4 分式 $\frac{x^2-7x-8}{|x|-1}$ 的值是0，则 $x=$__________

5 分解因式 $a^3-5a^2b+6ab^2=$__________

6 当 $0<x<1$ 时 $\sqrt{(x+\frac{1}{x})^2-4}=$__________

7 已知 $p^2+10p+4q^2-4q+26=0$，则 $p+q=$__________

8 若 $x>0,y>0$，化简 $\frac{x-4y}{\sqrt{x}+2\sqrt{y}}=$__________

三、解答题

1 化简：

(1) $(3x^2+4x-5)(3x^2+4x+5)+(5+4x)(5-4x)-3x^3(3x+8)$；

(2) $\frac{x^2-5x+6}{x^2+5x+4}\times\frac{2x^2+3x+1}{x^2-4x+3}\div\frac{2x^2-3x-2}{x^2-16}$；　　(3) $\sqrt{x^2+2x+1}+|x|\quad(x<-1)$；

(4) $\sqrt{(a-2)^2}-\sqrt{(a-4)^2}\quad(2<a<4)$；　　(5) $\frac{\sqrt{a+b}-\sqrt{a-b}}{\sqrt{a+b}+\sqrt{a-b}}$

2 分解因式：(1) $(x^2+x)^2-2(x^2+x)-3$；　(2) x^2-4y^2+x+2y

3 计算：(1) $\frac{1}{2}\sqrt{28}-6\sqrt{\frac{5}{9}}+\frac{6}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$；　　(2) $(2\sqrt{2}+4\sqrt{3})(4\sqrt{3}-2\sqrt{2})-(3\sqrt{2}-5\sqrt{3})^2$

4 (1)已知 $\frac{a}{a-2}=2$，求 $\frac{a^3-4a^2b-5ab^2}{a^3-6a^2b+5ab^2}$ 的值；

(2)已知 x、y 为实数，$y=\frac{\sqrt{x^2-4}+\sqrt{4-x^2}+1}{x-2}$，求 $3x+4y$ 的值

【试题答案及详解】

一、选择题

1 A　2 B　3.D　4.D　5 A　6 A　7 A　8 D　9.B　10 D　11 D

二、填空题

1　0或2	2　$\sqrt{3}+2\sqrt{2}$	3.　2　，9	4　8
5　$a(a-2b)(a-3b)$	6　$\frac{1}{x}-x$	7　$-4\frac{1}{2}$	8　$\sqrt{x}-2\sqrt{y}$

三、解答题

1 解：(1)原式 $=(3x^2+4x)^2-25+25-16x^2-9x^4-24x^3$

$=9x^4+24x^3+16x^2-25+25-16x^2-9x^4-24x^3=0$；

(2)原式 $=\frac{(x-2)(x-3)}{(x+1)(x+4)}\times\frac{(x+1)(2x+1)}{(x-1)(x-3)}\times\frac{x^2-16}{2x^2-3x-2}$

$=\frac{(x-2)(x-3)}{(x+1)(x+4)}\times\frac{(x+1)(2x+1)}{(x-1)(x-3)}\frac{(x+4)(x-4)}{(2x+1)(x-2)}=\frac{x-4}{x-1}$；

(3)原式 $=\sqrt{(x+1)^2}+|x|\quad(x<-1)$

$=-(x+1)-x=-2x-1$；

(4)原式 $=|a-2|-|a-4|\quad(2<a<4)$

$=(a-2)-[-(a-4)]=a-2+a-4=2a-6$；

(5)原式 $=\frac{(\sqrt{a+b}-\sqrt{a-b})(\sqrt{a+b}-\sqrt{a-b})}{(\sqrt{a+b}+\sqrt{a-b})(\sqrt{a+b}-\sqrt{a-b})}=\frac{(a+b)-2\sqrt{a+b}\sqrt{a-b}+(a-b)}{(a+b)-(a-b)}$

$=\frac{2a-2\sqrt{a^2-b^2}}{2b}=\frac{a-\sqrt{a^2-b^2}}{b}$

2 解：(1)原式 $=[(x^2+x)-3][(x^2+x)+1]=(x^2+x-3)(x^2+x+1)$；

(2)原式 $=(x+2y)(x-2y)+(x+2y)=(x+2y)(x-2y+1)$

3 解：(1)原式 $=\sqrt{7}-2\sqrt{5}+\frac{6(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})}=\sqrt{7}-2\sqrt{5}+3(\sqrt{7}+\sqrt{5})=4\sqrt{7}+\sqrt{5}$；