量子光学基础

杨伯君 编著

北京邮电大学出版社

量子光学基础

杨伯君　编著

北京邮电大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

量子光学基础/杨伯君著. —北京：北京邮电大学出版社，1996.5

ISBN 7-5635-0249-1

Ⅰ. 量… Ⅱ. 杨… Ⅲ. 量子光学 Ⅳ. 0431

中国版本图书馆 CIP 数据核字(96)第 09819 号

量子光学基础

作　者　杨伯君

责任编辑　王守平

*

北京邮电大学出版社出版

新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售

河北省高碑店市印刷厂印刷

*

850×1168 毫米　1/32　印张 7.625　字数 196 千字

1996 年 11 月第一版　1996 年 11 月第一次印刷

印数：1—1000 册

ISBN 7-5635-0249-1/O·14　定价：10.00 元

内容简介

本书侧重介绍量子光学的基本理论基础以及与通信密切相关的前沿课题。内容包括：量子力学的基础知识、激光的半经典理论、电磁场的量子化及量子化电磁场的基本性质、量子光学的热库理论、光学压缩态和光孤子传输的量子理论。本书可作为通信、光电子和信息等专业研究生的教材或教学参考书，也可供有关研究人员参考。

前　言

虽然历史上对光本质的认识有过微粒说和波动说之争，但当时的认识都是经典的。1900 年，普朗克（Planck）为了解释热辐射的频谱分布，最早提出了光的量子性。光子概念的引入是在 1905 年，爱因斯坦（Einstein）为了解释光电效应而提出的。1917 年爱因斯坦又利用光子概念唯象地解释了光从原子中的吸收与辐射。光的量子性引出，为量子力学的建立和发展起了重要作用。

除早期光学与量子论的一些联系外，在以后相当长的一段时间内物理光学和量子力学各自独立发展。大量物理光学实验均基于麦克斯韦（Maxwell）方程的电磁理论来解释。在 1909 年泰勒（Taylor）曾研究了光干涉实验中的量子效应，他在双缝干涉实验中采用很弱的光束经过长时间照射，企图以单个光子打在双缝上，发现它与较强光束短时间观测结果没有什么不同。这表明一次相干实验显示不出经典电磁理论的振幅相干，这与基于量子力学的几率幅相干不同。

要显示出干涉实验中的量子效应，不能采用简单的振幅相干而应采用强度相干，即二次相干，它与光场的二阶相关函数有关，这方面最早的实验是 1956 年由 Hanbury-Brown 和 Twiss 进行的，称之谓 HBT 实验。光在传输中量子效应的突出表现是光的反聚束效应，它是 1963 年首先由 Glauber 从理论上预言，从经典理论解释反聚束现象，要求负的几率。第一次反聚束的实验观测是在 1976 年，在原子共振荧光中观测到反聚束效应。反聚束光对应光子数统计为亚泊松（Poisson）分布。另一个重要的量子光学独有的性质是光的压缩态，光的压缩态具有低于真空态的噪声，由此广

泛引起人们重视，1976年首先从理论上预言，1985年Slushev等人首先利用四波混频观测到光的压缩态，同年人们还观测到另一个重要的非经典效应，即光的崩坍与再生效应，它是光场量子化的结果。

本书是作者在北京邮电大学为研究生讲授量子光学课程基础上编写而成的，考虑到工科院校学生量子力学基础较弱，因此在第一章简要地介绍了一些必要的量子力学知识；第二章介绍激光的半经典理论；第三章讲述电磁场的量子化；第四章介绍量子光学的热库理论；最后两章介绍量子光学研究中的两个前沿课题：光学压缩态和光孤子。要从量子力学的基本概念出发写到量子光学当前发展的某些前沿，无疑跨度是很大的，加上学时数的限制，可想编写的难度是比较大的，因此，作者在有些地方不得不采用单刀直入的办法，这样在一些新概念的引入时可能会给读者一种比较突然的感觉，但通过作者的教学实践感到读者一般是可以接受的，当然对有些内容只要求掌握一个思路，完全的掌握有赖于读者进一步研究。总之作者希望在这本篇幅不太大的书中，能给读者较广泛的知识，以使读者能较快地深入到量子光学的前沿，开展研究工作。

由于作者水平限制，不一定能达到预期的目的。另外对书中的错误和不足之处欢迎读者批评指正。

清华大学刘师群、赵钧教授和北京邮电大学徐大雄教授对本书初稿提出过宝贵意见，在此向他们表示衷心的感谢。

作　者

1996年5月

目　录

第一章　量子力学的基础知识

第二章　激光的半经典理论

第三章　电磁场的量子化

第四章 量子光学的热库理论

第五章 光学压缩态

第六章 光孤子传输的量子理论

第一章　量子力学的基础知识

本章将简单介绍与量子光学密切相关的量子力学的基本知识，包括量子力学的基本概念、量子跃迁和密度矩阵等。

§1-1　量子力学的基本概念

1. 量子力学的基本原则

量子力学是处理物质微观现象的基本理论，整个理论系统是建立在几个基本假设的基础之上的，这几个基本假设就是量子力学的基本原则。简述如下：

A. 量子力学系统的状态用波函数 $\Psi(\vec{r},t)$ 来描述

由于从实验中显示出微观粒子具有波动特性，作为量子力学中第一个基本假设是状态，它是用波函数 $\Psi(\vec{r},t)$ 来描述，式中 $\vec{r}$ 是位置矢量，t 是时间。必须要弄清楚的是波函数的物理意义，即如何理解波函数与它所描述的微观粒子之间的关系。对这个问题一个比较容易引起错误的看法是：波是由所描述的粒子组成的，表现出来各种波的性质是由大量粒子相互作用的结果，这种看法是和实验事实相矛盾的。实验事实指出：在电子衍射实验中，照片上所显示的衍射图形与入射粒子流的强度无关，那怕是一个一个的电子射到晶体上被衍射。实验发现只要时间足够长也能形成衍射图形。这表明微观粒子的波动性质是每个微观粒子所具有的，与其他粒子无关。但是否可以说微观粒子就是一个波呢？问题也不这么简单，因在衍射实验中，每个电子通过衍射后，在照相底片上只出

现一个小点，只有大量电子的小点分布才显示出衍射的花纹。总之根据实验事实，一般认为对波函数的物理意义采用以下的统计解释比较合适。

波函数在空间某处的强度$|\Psi|^2$是和该处发现粒子的几率成正比，即波函数描述的是几率波，几率在数学中称为概率。根据这种解释，在电子衍射实验中，对衍射图形中取极大的地方，波的强度大，表明衍射电子投射到这个区域的几率大，当大量同样的粒子投射时，这里得到的粒子多；对衍射极小的地方波的强度小，表明一个粒子投射到这里几率小，它表明波函数描述的是单个粒子的特性，说得普遍一些，波函数描写了单个体系的特性，但这特性要在实验中显示出来，需要存在大量相同而又相互独立的体系，它们构成一个系综。

下面用数学形式表达波函数的物理意义。取波函数为$\Psi(\vec{r},t)$，根据统计解释，其振幅的平方即波的强度，决定了粒子在某处出现的几率，由于Ψ可能是复数，而几率必须是正实数，则强度的表示不用Ψ^2，而用它的绝对值平方，即

$$|\Psi|^2=\Psi^*\Psi$$

其中Ψ^*是Ψ的复共轭函数。在t时刻，空间某处$\vec{r}$附近体积元d^3r中找到粒子几率$\mathrm{d}W$应与d^3r成正比，也与$|\Psi|^2$成正比，表示为

$$\mathrm{d}W(\vec{r},t)=|\Psi(\vec{r},t)|^2\mathrm{d}^3r$$

若将$\mathrm{d}W$除d^3r，得到t时刻在$\vec{r}$附近单位体积中找到粒子的几率，称为几率密度，表示为

$$W(\vec{r},t)=\frac{\mathrm{d}W(\vec{r},t)}{\mathrm{d}^3r}=|\Psi(\vec{r},t)|^2$$

根据几率加法规则，在t时刻，体积V内找到粒子的几率为

$$W(V,t)=\int_V|\Psi(\vec{r},t)|^2\,\mathrm{d}^3r$$

若把积分区域扩充到粒子所允许的一切范围，由于粒子任何时刻

总是在这区域内的某处出现，所以在这区域中找到粒子的几率为1，有

$$\int_{\infty} |\Psi(\vec{r},t)|^2 \mathrm{d}^3 r = 1 \tag{1.1}$$

称为波函数的归一化条件。凡是描述微观粒子运动状态的波函数，都应满足归一化条件，符号∞表示积分扩充到粒子所允许的所有空间。

从物理上还要求波函数满足单值、连续和有限的条件。

电子衍射实验表明，微观粒子的物质波也会产生干涉与衍射现象，则要求描述微观粒子运动状态的波函数服从叠加原理。如果波函数 $\Psi_1,\Psi_2,\cdots,\Psi_j,\cdots$是描述微观粒子的几个可能的状态，则由这些波函数的线性叠加所得的波函数为

$$\begin{aligned}\Psi &= C_1\Psi_1 + C_2\Psi_2 + \cdots + C_j\Psi_j + \cdots \\ &= \sum_{j=1}^{n} C_j\Psi_j\end{aligned}$$

这也是粒子的一个可能的状态。其中$C_1,C_2,\cdots,C_n$为常数。这就是量子力学中的状态叠加原理。它是量子力学的一个基本原理。

B. 在量子力学中，系统的力学量 F 用线性厄米算符 $\hat{F}$ 来表示

所谓算符就是一个运算的符号，如$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}$是一个微商算符，$\sqrt{\ }$是开方算符等等。所谓线性算符，就是对任意两个函数 Ψ_1 与 Ψ_2，算符 $\hat{F}$ 满足以下关系

$$\hat{F}(C_1\Psi_1+C_2\Psi_2)=C_1\hat{F}\Psi_1+C_2\hat{F}\Psi_2$$

C_1 和 C_2 为任意常数，$\hat{F}$ 称为线性算符，显然微商算符$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}$是线性算符，而开方算符 $\sqrt{\ }$ 不是线性算符。线性算符的要求来源于波函数必须满足状态叠加原理。因根据状态叠加原理，若波函数 Ψ_1 和 Ψ_2 是描写系统的可能状态，则 $\Psi=C_1\Psi_1+C_2\Psi_2$ 也应是系统的可能状态。若算符 $\hat{F}$ 作用在波函数 Ψ_1 上得到一个常数 λ 与 Ψ_1 的乘积，

即：

$$\hat{F}\Psi_1=\lambda\Psi_1$$

则 Ψ_1 称为算符 $\hat{F}$ 的本征函数，λ 称为本征值。若 Ψ_2 也是算符 $\hat{F}$ 的本征函数，且本征值也是 λ，则根据状态叠加原理 $C_1\Psi_1+C_2\Psi_2$ 也必须是 $\hat{F}$ 的本征函数，而且本征值也是 λ，这只有 $\hat{F}$ 是线性算符才有可能，因这时

$$\begin{aligned}\hat{F}(C_1\Psi_1+C_2\Psi_2)&=C_1\hat{F}\Psi_1+C_2\hat{F}\Psi_2\\&=C_1\lambda\Psi_1+C_2\lambda\Psi_2\\&=\lambda(C_1\Psi_1+C_2\Psi_2)\end{aligned}$$

如果 $\hat{F}$ 不是线性的，就得不出这个结果。

所谓算符的厄米性，即要求对任一函数 Ψ，算符 $\hat{F}$ 满足以下关系

$$\int\Psi^*\hat{F}\Psi\mathrm{d}^3r=\int(\hat{F}\Psi)^*\Psi\mathrm{d}^3r$$

满足以上关系的算符 $\hat{F}$ 称为厄米算符，或称自厄算符。

算符的厄米性要求来源于力学量平均值必须是实数的要求。

算符厄米性的定义也可以更一般些。对任意两个函数 u 与 v，若算符 $\hat{F}$ 满足关系

$$\int u^*\hat{F}v\mathrm{d}^3r=\int(\hat{F}u)^*v\mathrm{d}^3r$$

则称 $\hat{F}$ 为厄米算符。

当波函数以坐标为变数时，可以给出动量算符，表示为

$$P_x=\frac{\hbar}{\mathrm{i}}\frac{\partial}{\partial x}\qquad P_y=\frac{\hbar}{\mathrm{i}}\frac{\partial}{\partial y}\qquad P_z=\frac{\hbar}{\mathrm{i}}\frac{\partial}{\partial z}$$

$$\vec{P}=\frac{\hbar}{\mathrm{i}}\nabla$$

∇ 为矢量算符

$$\nabla=\vec{\mathrm{i}}\frac{\partial}{\partial x}+\vec{\mathrm{j}}\frac{\partial}{\partial y}+\vec{\mathrm{k}}\frac{\partial}{\partial z}$$

不难证明，微商算符$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}$不是厄米算符，而动量算符$\frac{\hbar}{\mathrm{i}}\frac{\partial}{\partial x}$是厄米算符。由

$$\int \Psi^* \frac{\hbar}{\mathrm{i}}\frac{\partial}{\partial x}\Psi \mathrm{d}^3 r = \iiint \Psi^* \frac{\hbar}{\mathrm{i}}\frac{\partial}{\partial x}\Psi \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

$$= \iint \mathrm{d}y\mathrm{d}z\left(\frac{\hbar}{\mathrm{i}}\Psi^*\Psi\Big|_{-\infty}^{\infty} - \frac{\hbar}{\mathrm{i}}\int \frac{\partial \Psi^*}{\partial x}\Psi \mathrm{d}x\right)$$

由 Ψ^* 与 Ψ 在边界上为零，上式第一项为零，得

$$\int \Psi^* \frac{\hbar}{\mathrm{i}}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\Psi \mathrm{d}^3 r = \iiint \left(-\frac{\hbar}{\mathrm{i}}\frac{\partial}{\partial x}\Psi^*\right)\Psi \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

$$= \int \left(\frac{\hbar}{\mathrm{i}}\frac{\partial}{\partial x}\Psi\right)^* \Psi \mathrm{d}^3 r$$

得证

下面简单介绍算符的运算规则。

a. 算符相等

如果两个算符 $\hat{A}$ 和 $\hat{B}$ 分别作用在任意函数 Ψ 上所得新函数相等，即

$$\hat{A}\Psi = \hat{B}\Psi$$

则算符 $\hat{A}$ 和算符 $\hat{B}$ 相等，表示为

$$\hat{A} = \hat{B}$$

b. 算符的加减

如果算符 $\hat{A}$ 和 $\hat{B}$ 作用于任一函数 Ψ 且满足以下关系

$$\hat{A}\Psi + \hat{B}\Psi = \hat{F}\Psi$$

$$\hat{A}\Psi - \hat{B}\Psi = \hat{G}\Psi$$

则有

$$\hat{F} = \hat{A} + \hat{B}$$

$$\hat{G} = \hat{A} - \hat{B}$$

c. 如果两个算符 $\hat{A}$ 和 $\hat{B}$ 先后作用在任一函数 Ψ 上所得结果与另一算符 $\hat{F}$ 作用于 Ψ 的结果一样，即

$$\hat{B}(\hat{A}\Psi) = \hat{F}\Psi$$

就说算符 $\hat{F}$ 等于 $\hat{B}$ 与 $\hat{A}$ 的乘积，表示为

$$\hat{F} = \hat{B}\hat{A}$$