

模糊多元分析的 理论及其应用

〔日〕 和多田淳三 著

陈国范 黄文杰 纽学新 译

陈国范 陈永义 校

科学技术文献出版社重庆分社

571.4
350

模糊多元分析的理论及其应用

〔日〕和多田淳三 著

陈国范 黄文杰 纽学新 译

陈国范 陈永义 校

科学技术文献出版社重庆分社



模糊多元分析的理论及其应用

陈国范 黄文杰 纽学新译

科学技术文献出版社重庆分社 出版

重庆市市中区胜利路132号

新华书店重庆发行所 发行

科学技术文献出版社重庆分社印刷厂 印刷

开本:787×1092毫米1/32

印张:5 字数:11万

1987年9月第一版

1987年9月第一次印刷

科技新书目:152—332

印数:4200

ISBN7-5023-0110-0/O·12

统一书号:13176·151

定价:1.25元

内 容 简 介

本书介绍了一种新的数学方法——模糊多元统计分析。它以多元统计分析方法处理具有模糊性的问题，体现了多元统计分析与模糊数学这两个数学分支的新发展，具有一定的理论意义，更有重要的应用价值。

全书分12章。第一章介绍了全书的主要内容及各章结构，第二章是为对模糊数学尚不熟悉的读者而写的模糊集的基本概念和定义，第三至七章介绍了处理目标变量的方法，其中第三、四章中的目标变量是定量的，第五至七章的目标变量是定性的，第八至十一章论述处理没有目标变量事件的方法，第十二章概述了本书的一些结论。

本书内容以介绍应用方法为主，对需要处理模糊多元变量的自然科学或社会科学工作者不失为一本很好的参考书，对理论工作者和高等院校师生亦有参考价值。

40061

前 言

模糊数学是研究和处理客观世界中存在的模糊性的一种数学方法。这门崭新的学科自1965年诞生至今还不到20年，但无论在自然科学或社会科学领域，它都造成深远的影响，开拓了数学的基础，显示了较强的生命力。多元统计分析是研究客观事物中多种因素间相互依赖的统计规律的一个数学分支，近20多年来得到了迅速的发展。鉴于世界上任何事物的发生、发展实际上都是受着多种因素所控制，而且各种因素之间又都有普遍联系，所以多元统计分析具有广泛的实际应用基础。模糊性来自系统的含糊性与可能性，它大量地存在于客观事物中，特别是在受人为因素影响的系统中。可见，把上述两个数学分支结合起来，无疑是一个值得令人关注的问题。

本书论述了模糊多元分析方法，并以此方法找出模糊多变量的关系，结合应用实例提出几种实际处理模糊现象的途径。书中第一章介绍了全书的主要内容及各章结构，第十二章概括了全书的结论。这两章篇幅虽短，但对读者了解全书是十分有益的。其余各章介绍了几种模糊多元统计分析方法。

本书有理论，有实例，可作为初学者的入门书籍，又可供理论研究和应用工作者参考。由于原著多系作者本人的研究成果，许多地方尚属探索性，有待进一步完善。我们将它译出以应模糊数学、多元统计分析以及两者科学地结合的迅速发展的急迫需要。

本书的翻译工作得到北京师范大学汪培庄教授的大力支

持，在译校过程中又得到汪教授的指导与帮助，在此深表谢意。王淑凤同志为本书描绘了插图，在此一并致谢。

鉴于我们的水平有限，错误和不当之处在所难免，敬请读者指正！

译 者

1984年3月

符 号 表

符 号	说 明
ϕ	空 集
A	非模糊集
$\tilde{A}$	模 糊 集
χ_A	非模糊集 A 的特征函数
$\mu_{\tilde{A}}$	模糊集 $\tilde{A}$ 的隶属函数
$\tilde{A} \cup \tilde{B}$	模糊集 $\tilde{A}$ 和 $\tilde{B}$ 的并
$\tilde{A} \cap \tilde{B}$	模糊集 $\tilde{A}$ 和 $\tilde{B}$ 的交
$\overline{\tilde{A}}$	模糊集 $\tilde{A}$ 的补
$\tilde{A}^a$	模糊集 $\tilde{A}$ 的 a -水平集
$\tilde{A}^{+0}$	模糊集 $\tilde{A}$ 的支集
$\tilde{A} \times \tilde{B}$	模糊集 $\tilde{A}$ 和 $\tilde{B}$ 的乘积模糊集
$a \vee b$	$\max (a, b)$
$a \wedge b$	$\min (a, b)$
$\bigvee_{i=1}^n a_i$	$\max_{1 \leq i \leq n} \{a_i\}$
$\bigwedge_{i=1}^n a_i$	$\min_{1 \leq i \leq n} \{a_i\}$
$(0, 1)$	R 的左开右闭的单位区间
$[0, 1]$	R 的单位闭区间

目 录

第一章 引言	(1)
第二章 模糊集的基本概念和定义	(6)
§2.1 引言	(6)
§2.2 基本定义	(6)
§2.3 扩充原理	(11)
§2.4 小结	(12)
第三章 模糊时序分析	(13)
§3.1 引言	(13)
§3.2 问题的公式化	(13)
§3.3 模型的确定	(16)
§3.4 趋势和季节性演变	(17)
§3.5 模糊时序模型的应用	(21)
§3.6 模糊时序模型的特性	(26)
§3.7 小结	(27)
第四章 I 型模糊数量化理论	(28)
§4.1 引言	(28)
§4.2 数量化理论的基本概念	(29)
§4.3 问题的公式化	(30)
§4.4 用于 1 型模糊集的方法	(34)
§4.5 用于 2 型模糊集的方法	(36)
§4.6 数值实例	(38)
§4.7 小结	(41)
第五章 II 型模糊数量化理论	(42)
§5.1 引言	(42)

§5.2	问题的公式化	(43)
§5.3	模糊类群的偏相关系数	(51)
§5.4	数值实例	(54)
§5.5	小结	(56)
第六章	选购因素的分析	(58)
§6.1	引言	(53)
§6.2	征求意见表	(53)
§6.3	简单集合的结果	(61)
§6.4	用Ⅱ型模糊数量化理论作分析	(64)
§6.5	小结	(67)
第七章	模糊判别分析	(69)
§7.1	引言	(69)
§7.2	用模糊多元数据识别非模糊类群	(69)
§7.3	模糊类群的判别	(76)
§7.4	用模糊多元数据判别模糊类群	(80)
§7.5	小结	(84)
第八章	求模糊传递关系的直接推断法	(85)
§8.1	引言	(85)
§8.2	模糊关系	(85)
§8.3	问题的公式化	(88)
§8.4	直接推断法	(90)
§8.5	小结	(101)
第九章	谱系的聚类	(102)
§9.1	引言	(102)
§9.2	模糊聚类	(102)
§9.3	大众饮料的相似关系	(107)

§9.4 小结	(110)
第十章 类群择优的识别	(111)
§ 10.1 引言	(111)
§ 10.2 疑难投票	(112)
§ 10.3 问题的公式化	(114)
§ 10.4 直接推断法	(116)
§ 10.5 数值实例	(120)
§ 10.6 小结	(124)
第十一章 基于模糊集的多属性备择元的估算	(125)
§ 11.1 引言	(125)
§ 11.2 问题的公式化	(125)
§ 11.3 模糊线性评价的计算	(128)
§ 11.4 各种备择元的比较	(134)
§ 11.5 评价问题在雇用中的应用	(138)
§ 11.6 小结	(139)
第十二章 结论	(141)
参考文献	(143)

第一章 引言

1965年 L. A. Zadeh 《模糊集》^[66] 文章的发表标志着不确定性理论开始了一场革命, 这场革命的影响至今仍在继续着。其中一个直接的影响是对客观世界中模糊性的认识, 不仅引起哲学家、心理学家和社会学家, 而且也开始引起数学家、工程师和逻辑学家们的关注。这种情况的出现, 主要是由于 Zadeh 提出了模糊集理论的基本概念, 根据这些概念就能用数学方法处理模糊问题。

模糊集理论涉及到不确定性, 概率论与统计理论也与客观世界的不确定性有关。在概率论与统计理论中, 主要是处理现象发生的可能性问题, 这些现象是与随机性密切相关的。在复杂系统、大型系统和人文系统中还存在另一种不确定性, 它包含着未知部分或是人的主观性。这种不确定性不同于随机性, 它由未知、含糊和不明确引起的, 并非是得失的几率概念。这种被称为模糊性的不确定性来自系统的含糊性和可能性。为了模拟一个人为因素在起主要作用的客观系统, 对模糊性必须作适当的数学处理。

自1965年以来, 对模糊集理论的研究一直在加速进行, 出版了许多有关模糊集理论的书籍, 其中有 Kaufmann^[26]、Dubois和Prade^[18]、Negotia和Raleicu^[36]的英文版著作, 及Asai等^[4]、Nishida和Takeda^[38]的日文版著作等等。还有其它各种论文集。模糊集理论已用于许多领域, 如模糊自动机理论、模糊语言和文法、模糊算法、模糊逻辑、模糊数学规

划、模糊线性规划、模糊决策、模糊聚类、模糊系统理论、模糊控制、模糊线性控制、模糊诊断和模糊博弈等等。在Dubois和Prade^[18]的著作中列出了这些问题的参考资料。

本书仅限于论述模糊多元分析。基于概率论与统计理论^{[14][31][42]}的多元分析^{[27][39]}，已应用于心理学^{[22][49]}、经济计量学^{[25][29]}、市场研究^[33]、数学社会学^[63]和工程等各个领域，证明它在描述客观世界现象中是有用的。统计多元分析已用于寻找统计数据里面的多变量间的关系。本书的宗旨是找出模糊多变量的关系，这些模糊多变量可以解释为由于系统的模糊性而产生的模糊集或模糊数。书中还提出了几种处理模糊现象的模糊多元分析方法^{[46][47]}。

本书共分12章，各章之间的关系如图1.1所示。第2章阐述模糊集的基本概念和定义，这是为本书主要部分作准备的。第3—7章论述处理具有目标变量问题的方法，其中第3—4章的目标变量是定量的，而第5—7章的目标变量是定性的。第8—11章论述处理没有目标变量问题的方法。第12章概括本书的一些结论。

下面分别对各章内容作简单介绍。

第2章简要说明与本书有关的模糊集理论的基本概念和定义。

第3章提供了一种用以分析模糊时序数据的模糊时序模型^[62]。这种模型的目的是分析依赖于时间的模糊现象。模糊时序模型是参数为模糊数的时间模糊函数。这种模型可以从模糊数据推导出趋势和季节性演变。考虑到时序数据中包含的不确定性，可以采用模糊模型来模糊地预测未来。作为一个数值例子，用这种模糊模型分析了日本百货商店和超级市场的销售额。

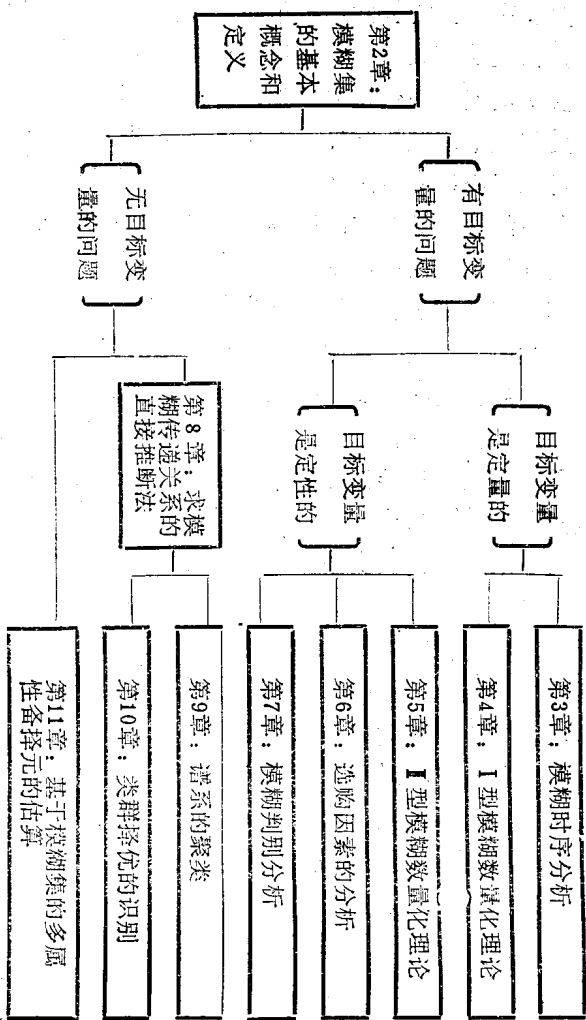


图1.1 各章的关系示意图

第4章的主要内容是求得适合于模型模糊数据的模糊线性函数。在列出的公式中,用定性多变量表示的范畴不是有序集,而是模糊集。在叙述这一章时,为了模拟定量数据,首先要确定定性多变量的模糊线性函数。我们采用线性规划法来处理这个问题。此外,在本章末尾说明Ⅱ型模糊集的数据也可以用同样的方法来分析。在这种情况下,问题可以用一个包括线性规划在内的简单的直接推断的算法来求解。这个方法称为Ⅰ型模糊数量化理论^[59]。

第5章介绍了一个用来判定属性的线性判别式函数的方法,这些属性能区分模糊类群。这个方法是使表示各模糊类群之间分离程度的模糊方差比极大化。为此,定义了模糊类群的模糊均值和模糊方差,以此方法得到的线性函数能估计每个属性对模糊类群差异影响的程度。这个方法称为Ⅱ型模糊数量化理论^{[53]、[58]}。

第6章是用Ⅱ型模糊数量化理论来分析消费者在选购一件商品时的行为^[54]。这项应用说明了Ⅱ型模糊数量化理论是寻求消费者行为的模糊结构的一个好方法。

第7章讨论了描述为模糊多元数据的模糊类群之间的判别方法。由于模糊数据是以模糊数来表示的,所以在模糊样品聚类中引入了相对于两个模糊数的模糊距离。这个模糊距离实际上也是模糊数。此方法称为模糊判别式分析^{[60]、[61]}。

第8章讨论了从模糊非传递关系中寻找模糊传递关系的直接推断法^{[52]、[58]}。在聚类或排序问题中,传递性起主要作用。本章的目的在于期望扩展聚类和排序方法来处理非传递关系数据。除了传递闭包法外,这方面研究得很少^[67]。

第9章和第10章分别研究谱系聚类^[57]和类群择优的识别^[58]。这些研究是为了应用直接推断法来寻找模糊传递关

系。

第11章讨论了具有多属性的备择元的估算，目的是求得在模糊环境中的每一个备择元的总得分，并对这些总得分进行比较。在本章中，由于处理了梯形隶属函数，所以可以解析计算出总估算的模糊集^[48]。

第12章简短地概括了本书的结论。

第二章 模糊集的基本概念和定义

§2.1 引言

本章阐述模糊集理论的基本概念和定义,了解这些概念和定义对于模糊多元分析的公式化和描述是至关重要的。自从1965年L. A. Zadeh第一次提出模糊集以来,每年都有许多论及模糊集理论及其应用的文章发表。已经出版了许多教科书,英文著者有 Kaufmann^[26]、Nogita 和 Ralescu^[38]、Dubois 和 Prade^[18]、日文著者有 Asai 等^[4]、Nishida 和 Takeda^[38],还有其他一些人的著作。在这些著作中可以容易地找到进一步的概念和理论。

§2.2 基本定义

模糊集是普通集的推广。一个集合 A 用它的特征函数 x_A 来定义,

$$x_A: S \longrightarrow \{0, 1\} \quad (2.1)$$

其中 S 是全集。一个模糊集则由其隶属函数来定义。

【定义2.1】 全集 S 中的一个模糊集 A 用隶属函数

$$\mu_A: S \longrightarrow [0, 1] \quad (2.2)$$

来表征。

$\mu_A(x)$ 表示 x 在模糊集 A 中的隶属程度。这个定义可以解释如下： $\mu_A(x)$ 越接近于 1，则 x 越属于模糊集 A ；同样， $\mu_A(x)$ 越接近于 0，则 x 越不属于模糊集 A 。

假定 S 是一个离散空间

$$S = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \quad (2.3)$$

则模糊集 A 可表示为

$$\underline{A} = \{\mu_A(x_1)/x_1, \mu_A(x_2)/x_2, \dots, \mu_A(x_n)/x_n\} \quad (2.4)$$

例如，集合“大约 10”作为整数的一个模糊集 A ，可以定义为

$$\underline{A} = \{0.1/4, 0.2/5, 0.3/6, 0.4/7, 0.6/8, 0.9/9, 1.0/10, 0.9/11, 0.6/12, 0.4/13, 0.3/14, 0.2/15, 0.1/16\}$$

必须说明，这些隶属值都是主观定义的。

模糊集的运算是由其隶属函数定义的。普通子集的并 $\cup$ 和交 $\cap$ 运算都可以按 Zadeh 提出的下列公式进行扩充^[88]。

【定义 2.2】

模糊集 A 和 B 的并 $\underline{A} \cup \underline{B}$ 定义为

$$\underline{A} \cup \underline{B} \iff \mu_{\underline{A} \cup \underline{B}}(x) = \mu_A(x) \vee \mu_B(x), \quad \forall x \in S \quad (2.5)$$

其中 $\vee$ 表示取大运算。

【定义 2.3】

模糊集 A 和 B 的交 $\underline{A} \cap \underline{B}$ 定义为

$$\underline{A} \cap \underline{B} \iff \mu_{\underline{A} \cap \underline{B}}(x) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x), \quad \forall x \in S \quad (2.6)$$

其中 $\wedge$ 表示取小运算。

【定义 2.4】

模糊集 A 的补 $\underline{\bar{A}}$ 定义为

$$\underline{\bar{A}} \iff \mu_{\underline{\bar{A}}}(x) = 1 - \mu_A(x), \quad \forall x \in S \quad (2.7)$$

如果一个模糊集 A 的每一个 x 的隶属度都是 1，则容易理