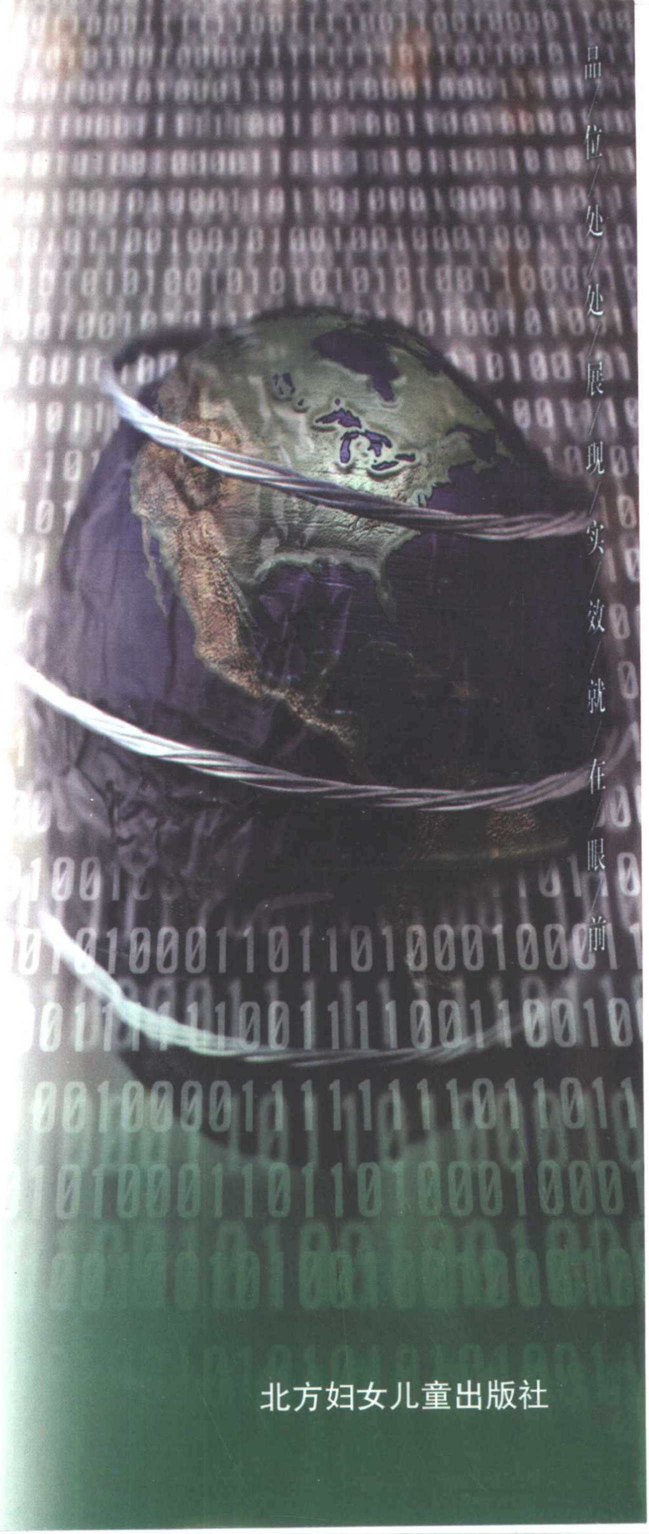
创新与应用题演练

初二数学

（二）



5元教辅

5元

WUYUANJIAOFU

北方妇女儿童出版社

创新与应用题演练

初二数学(二)

5元教辅

5元

WUYUANJIAOFU

Strong

思创图书工作室 策划
王 磊 主编
北方妇女儿童出版社 出版

主　编　王　磊
作　者　王　磊　周　鹤　赵忠军

图书在版编目（CIP）数据

创新与应用题演练．初二数学／王磊主编．—长春：北方妇女儿童出版社，2001.11
（五元教辅）
ISBN 7-5385-1964-5

Ⅰ.创…　Ⅱ.王…　Ⅲ.理科（教育）—课程—中学—教学参考资料　Ⅳ.G634.73

中国版本图书馆CIP数据核字(2001)第073877号

创新与应用题演练·初二数学(二)

主　　编　王　磊
责任编辑　王振营
出 版 者　北方妇女儿童出版社
发 行 者　北方妇女儿童出版社文教图书发展中心
地　　址　长春市人民大街124号出版大厦11层
电　　话　0431-5678573
印　　刷　长春市人民印刷材料厂印刷
开　　本　1/32 850×1168(毫米)
印　　张　4.5

2001年11月第1版第1次印刷
ISBN 7-5385-1964-5/G·1186
定价:5.00元

出版说明

本丛书是专门为中小学生设计的。

全套丛书均取材于中小学生们感兴趣的、考试中分值较高而学生们又不易掌握的内容。每册书内容集中，实时性强，易掌握。因此，本丛书体例广泛，不局限于某一种单一的编写体例。同时，本丛书体现着一个基本原则：只要是学生们感兴趣的，考试中出现的，能提高学习能力和素质的，就是我们要推出的。

这是一套开放的、创新的丛书，我们的体例和体系具备了一个"新陈代谢"、"源源不断"的机制。继首批推出 26 种，受到广大读者的欢迎后，本次推出的 24 种，同样是经过我们和专家精选的作品，至今汇成的 50 股涓涓的源头之水，仍会不停地流淌，仍将不断加入新的细流。

和我们的产品一样，我们是一个年轻、开放、创新的集体，我们将听取来自方方面面的、对我们、对我们的图书具有积极意义的建议和意见，以使我们和你们共同成长壮大，为丛书的使用者、经营者带来惊喜。

思创图书

5 元教辅

5元

WUYUANJIAOFU

品 位 处 处 展 现 · 实 效 就 在 眼 前

策划／思创图书工作室
责任编辑／王振营
装帧设计／思创图书工作室
发行／文教图书发展中心

ISBN 7-5385-1964-5

9 787538 519648 >

ISBN 7-5385-1964-5/G·1186
定价：5.00元

目　录

几　何(二)

第二章　四边形 …………………… 1
第一单元　四边形 ……………… 1
一、创新思维与灵活应用 …… 1
二、创新与应用题演练 ……… 7
三、参考答案 ………………… 9
第二单元　平行四边形 ………… 12
一、创新思维与灵活应用 …… 12
二、创新与应用题演练 ……… 25
三、参考答案 ………………… 34
第三单元　梯　形 ……………… 44
一、创新思维与灵活应用 …… 44
二、创新与应用题演练 ……… 63
三、参考答案 ………………… 70
第三章　相似形 …………………… 77
第一单元　比例线段 …………… 77
一、创新思维与灵活应用 …… 77
二、创新与应用题演练 ……… 87
三、参考答案 ………………… 90
第二单元　相似三角形 ………… 96
一、创新思维与灵活应用 …… 96
二、创新与应用题演练 …… 120
三、参考答案 ……………… 127

几何（二）

第二章　四边形

第一单元　四边形

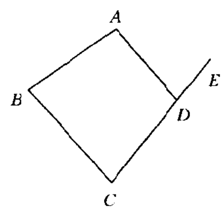
一、创新思维与灵活应用

典例精析 1　已知四边形的一个外角等于与它不相邻的三个内角之和的$\frac{1}{4}$，求这个外角的度数.

解：如图，设$\angle ADE$是四边形$ABCD$的外角，根据题意列出方程组：

$$\begin{cases}\angle ADE+\angle ADC=180^\circ \\ \angle ADE=\frac{1}{4}(\angle A+\angle B+\angle C) \\ \angle A+\angle B+\angle C+\angle ADC=360^\circ\end{cases}$$

解得　$\angle ADE=60^\circ$



解后评注　由题意画出图形，由四边形内角和定理和邻补角定义，依题意可列出方程组算出这个外角的度数，在几何计算中，注意以下几点：

(1)题中没给图形，应先画出图形；

(2)注意数形结合，挖掘隐含条件找出相等关系；

(3)注意几何法，代数法灵活运用.

典例精析 2　已知一个多边形所有内角都相等，每个内角都等于与它相邻的外角的4倍，求这个多边形的边数及每一个内角的度数.

解法一：设多边形的边数为n，因为n个内角都相等，所以这个多边形的每个内角都等于

$\frac{(n-2)\cdot 180^\circ}{n}$，它的每个外角也相等，都等于$\frac{360^\circ}{n}$，

由题意得$\frac{(n-2)\cdot 180^\circ}{n}=4\times\frac{360^\circ}{n}$，解得 $n=10$.

$\frac{(n-2)\cdot 180^\circ}{n}=\frac{(10-2)\cdot 180^\circ}{10}=144^\circ$.

答：这个多边形的边数是 10，每个内角为 144°.

解法二：设多边形的边数为 n，

由题意得$(n-2)\cdot 180^\circ=360^\circ\times 4$.

解得　$n=10$.

解法三：设多边形的每个外角为 x°，则它的每个内角为 $4x^\circ$.

由题意得　$x+4x=180, x=36$.

∴　这个多边形共有$\frac{360}{36}=10$ 个内角.

即这个多边形的边数为 10.

解后评注　解法一是根据多边形的每一个内角与每一个外角之间的数量关系列方程求解的；解法二是根据多边形内角和与外角和的整体关系求解的；解法三是利用多边形同一顶点处的内角它的外角之间的关系先求出每个外角的度数，再求多边形边数的. 解题时应灵活选用，以方法最简单为好.

特殊四边形的特殊性质可以帮助我们得到许多想要得到的结论，我们要善于接受新事物、新观点，在解题时不要总停留在三角形全等上，抓紧机会到四边形中去翱翔吧.

典例精析 3　试判断一个四边形最多能有几个钝角？几个直角？几个锐角？最少有几个钝角？几个锐角？

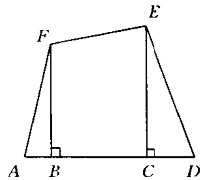
方法导引　假如一个四边形的四个内角的每一个都是钝角，则其内角和将大于 360°，假设一个四边形的四个内角的每一个都是锐角，则其内角和将小于 360°，这两种情况都与四边形内角和定理矛盾. 所以这是不可能的. 如果有三个钝角一个锐角，比如：有三个内角等于 100°，另一个为 60°，这样的四边形可以画出…逐一加以论证判定即可解决问题.

答：四边形最多有三个钝角，四个直角，三个锐角，最少可以没有锐角和钝角（如四个角均是直角，即正方形，矩形）

解后评注　此题可通过凸多边形的外角和等于 360°来进行推理判断，对四边形

因内、外角之和均等于 360°，故两种方式难易一样；对其他多边形用外角和等于 360°则较容易一些.

典例精析 4 在四边形 $ADEF$ 中，$EC\perp AD$ 于 C，$FB\perp AD$ 于 B，已知 $AC=8$，$BD=10$，$FB=5$，$EC=6$（如图）. 求四边形 $ADEF$ 的面积.



方法导引 图中，可将四边形面积看成三个部分面积的和，即$\triangle DEC$、$\triangle ABF$ 和梯形 $CEFB$. 问题是，每个部分的面积都不能直接求出，这就要求在解题过程中，对于未知数要根据题设进行“消元”，直至求得已知结果.

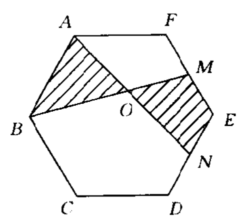
解：$S_{\triangle CDE}=\frac{1}{2}\times6\times CD$，$S_{\triangle ABF}=\frac{1}{2}\times5\times AB$.

$S_{梯形CEFB}=\frac{1}{2}\times(BF+CE)\times BC=\frac{11}{2}BC$.

$$\begin{aligned}\therefore\quad S_{四边形ADEF}&=S_{\triangle CDE}+S_{\triangle ABF}+S_{梯形CEFB}\\&=3CD+\frac{5}{2}AB+\frac{11}{2}BC\\&=3\times(10-BC)+\frac{5}{2}\times(8-BC)+\frac{11}{2}BC\\&=30-3BC+20-\frac{5}{2}BC+\frac{11}{2}BC\\&=50.\end{aligned}$$

解后评注 对一般四边形面积问题的计算，通常采用分割、化整为零，将其转化为三角形或特殊的四边形进行研究. 计算中，要从总体思考问题，不要拘泥于某一部分而束缚了我们的思想.

典例精析 5 正六边形（各边相等，各内角也相等）$ABCDEF$ 中，M、N 分别是 EF、DE 的中点（如图）. AN、BM 相交于 O，试比较$\triangle ABO$ 和四边形 $ONEM$ 面积的大小.



方法导引 本题难在：一是结论不明确，二是两个部分的面积并非同类型几何图形的面积，三是对有关边和角无具体的数据，通过计算进行比较，难度较大. 根据对阴景部分的观察，我们首先预测这两个图形的面积可能相等，以使结论更明显；比较的办法，可通过割补，使两个不同类型几何图形的面积的比较转化为新的两个同类型几何图形面积的比较；因为直接计算比

较困难，我们不妨采用其它方法如重叠法来证明.

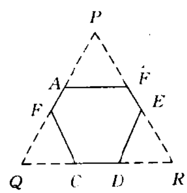
解：如图，若$\triangle AOB$和四边形$ONEM$面积相等，那么四边形$ABMF$和四边形$FANE$的面积也应相等. 事实上，$\because BA=AF=FE, MF=\frac{1}{2}EF=\frac{1}{2}ED$，$\angle BAF=\angle AFE=\angle FEN=120°$. $\therefore$将四边形$BAFM$顺时针旋转，使B与A重合，A与F重合，F与E重合，M与N重合，则BM与AN必然重合. 由于四边形$BAFM$与$AFEN$完全重叠，故两四边形面积相等，立即得到$\triangle AOB$和四边形$ONEM$面积相等.

解后评注　由于正多边形，特别是偶数边的正多边形鲜明的“对称性”，因此“旋转重叠法”不失为解决此类问题的常见方法.

典例精析 6　已知六边形$ABCDEF$中，$\angle A=\angle B=\angle C=\angle D=\angle E=\angle F=120°$，求证：$AB+BC=EF+ED$.

方法导引　本题已知条件是六个内角的度数，而结论是边之间的关系，根据目前所学的多边形的知识无法将条件与结论联系起来，为此需转化成三角形来解决.

证明：延长各边作成如图所示的$\triangle PQR$



$\because$　$\angle QBC=180°-\angle ABC=60°$，同理$\angle BCQ=60°$

$\therefore$　$\angle Q=60°$，由此可知$\triangle PQR$是等边三角形

且$AF/\!/CD, AB/\!/DE, BC/\!/EF, AQ=FR$

$\because$　$\triangle BQC$、$\triangle EDR$、$\triangle PAF$和$\triangle PQR$都是等边三角形

$\therefore$　$AB+BC=AB+BQ=AQ, FE+ED=FE+ER=FR, AQ=PQ-PA=QR-PF=FR$

$\therefore$　$AB+AC=FE+ED$

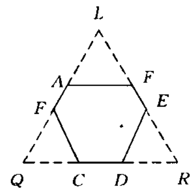
典例精析 7　已知六边形$ABCDEF$，如图，它的每个内角都相等，且$AB=1, BC=CD=DF=9$，求这个六边形的周长.

方法导引　由它的每个内角都相等知，它的每个外角也都相等，所以可以将它扩展为一个特殊的三角形，扩展后再作进一步地分析与研究.

解：延长AB、DC交于G，延长CD、FE交于H，延长BA、EF交于L

由六边形的每个内角都相等知，它的每个外角都等于$\frac{1}{6}\times 360°=60°$

所以$\triangle CBG$、$\triangle DHE$、$\triangle AFL$ 和$\triangle GHL$ 都是等边三角形，所以：



$GH=GC+CD+DH=BC+CD+DE=27 \quad GL=27$

即 $GB+AB+AL=BC+AB+AF=27$

$\therefore \quad 9+1+AF=27 \quad \therefore \quad AF=17$

同理，由 $LH=27$，即 $LF-FE+EH=27$，得 $EF=1$

$\therefore$ 六边形 $ABCDEF$ 的周长为 $1+9\times3+1+17=46$

解后评注 这是一个“补全图形”的例子，通过多边形每个内角都相等进而联想到每外角都相等，由$\frac{1}{6}\times360^\circ=60^\circ$进而转化为构造特殊的等边三角形，从而探索出解题方法.

此题待学会特殊四边形的知识后，还有不同的解法.

典例精析 8 在一个多边形中，除了一个内角之外，其余各内角的和为 2570°，求这个内角的度数和多边形的边数.

方法导引 任何多边形的内角和都是 180°的整数倍，故可算出 2570°加上多少度(只能是小于 180°的度数)恰好是 180°的倍数.

解：$14\times180^\circ<2570^\circ<15\times180^\circ$，$15\times180^\circ-2570^\circ=130^\circ$，

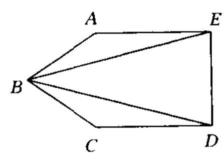
所以，这个内角的度数是 130°，这个多边形的边数是 17.

解后评注 对于初学者，这道题容易使人感到非常难，首先要敢于克服困难.

典例精析 9 如图，各边都相等的五边形 $ABCDE$ 中，$\angle ABC=2\angle DBE$，那么$\angle ABC$ 为 ( )

A. 60° B. 120° C. 90° D. 45°

(哈尔滨市第十五届初中数学竞争赛题)



方法导引 若 $AE\parallel CD$，且 $DE\perp AE$，连结 AC，则$\angle ABC=60^\circ$，$\angle A=\angle C=150^\circ$，$\angle ABE=\angle CBD=15^\circ$，恰有$\angle ABC=2\angle DBE$.

解：选 A.

解后评注 这是用特殊图形代替一般图形解出的，是解选择题的一种方法，不可滥用.

典例精析 10 （选择题）有如下四个命题

①在四边形中，不可能没有钝角

②在四边形中，不可能没有锐角

③在一条对角线把四边形分成的两个三角形中，不可能都是锐角三角形

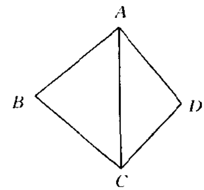
④在一条对角线把四边形分成的两个三角形中，不可能都是钝角三角形

其中，真命题的个数是 （　　）

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

方法导引 根据四边形内角和定理，在四边形的四个内角都相等时，每个内角都等于$\frac{360°}{4}=90°$，任何一个内角都不是锐角，也都不是钝角，可见命题①、②都是不正确的.

剪两个等边三角形，使它们的边长相同，然后使它们的一条边重合，形成右图所示的四边形，这个四边形的对角线 AC 把四边形分成两个锐角三角形，可见命题③不正确.



类似地，剪两个全等的，顶角为 120°的等腰三角形进行拼接，可以说明命题④也是不正确的.

解：选 A.

解后评注 上面分析过程巧妙地运用特殊四边形来分析问题，实际是通过举反例来说明一个又一个命题是假命题. 读者要体会在什么情况下可以使用这种方法.

也可以用“长方形是四边形，长方形的四个内角都是直角”，更简捷地说明命题①、②不正确.

典例精析 11 已知一个多边形的每个内角都是钝角，这样的多边形的边数有多少种情况？边数最少是多少？

方法导引 三角形中最多只能有一个钝角，四边形的内角也不可能都是钝角（否则与四边形内角和定理矛盾）. 因此应考虑边数大于 4 的多边形.

五边形的内角和为$(5-2)\cdot 180°=540°$，在它的每个内角都相等的情况下，每个内角等于$\frac{540°}{5}=108°$，是钝角，顺次连结国旗上五角星的每个顶点，就得到这样的五边形.

根据多边形的内角和定理，在多边形的每个内角都相等的情况下，每个内角的度数为

$\frac{1}{n}(n-2)\cdot 180°=180°-\frac{360°}{n}$,

可见 n 的数值越大，即多边形的边数越多，每个内角的度数越接近 180°

可见边数大于 5 的多边形，都存在每个内角都是钝角的可能.

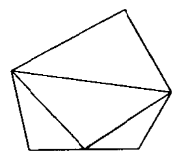
答：这样的多边形的边数有无数种情况，边数最少的是五边形.

解后评注 上面对多边形内角和公式的变化比较灵活，妙在“$180°-\frac{360°}{n}$”中只有一部分含有 n，给分析问题带来便利.

典例精析 12 画三个五边形，并且分别将它们分割为 3 个、4 个、5 个三角形.

方法导引 在多边形中取一个顶点，在一条边上取不是顶点的一点，在五边形内取点，引连结各顶点的线段，就能得到符合要求的图形.

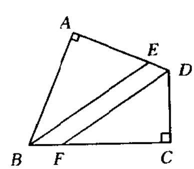
画图：略，请读者自己完成.



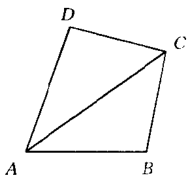
解后评注 画图方法是受课本中图形的启示想到的，可谓举一反三的表现. 在理解的基础上，还可以画出体现创造性的图形，右图只是一个例子，读者如果有时间，最好能开动脑筋，多创造几个图形.

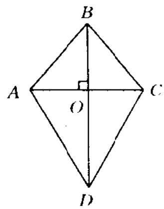
二、创新与应用题演练

1. 已知一个多边形的对角线条数是第二个多边形对角线条数的 6 倍，其内角之和是第二个多边形内角和的 $\frac{5}{2}$ 倍，求这两个多边形的边数.
2. 如图，已知四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=\angle C=90°$，BE 平分 $\angle ABC$，DF 平分 $\angle ADC$，求证：$BE /\!/ FD$.



3. 在四边形 $ABCD$ 中，$\angle B=60°$，$AB=BC=8$，$CD=4$，$\angle D=90°$，求 $\angle A$ 和 $\angle C$ 的度数.
4. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 平分 $\angle DAB$，$AB>AD$，$BC=CD$，求证：$\angle D+\angle B=180°$
5. 在四边形 $ABCD$ 中，如图，$\angle ABC=90°$，BD 垂直平分 AC，$BD=9$ cm，$AC=6$ cm，求四边形 $ABCD$ 的周长.





6. 求证：(1)四边形周长大于两条对角线长之和；

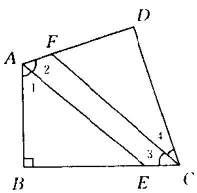
(2)四边形的两条对角线之和大于它的周长的一半.

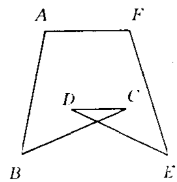
7. 在四边形 $ABCD$ 中，$\angle DAB$ 与 $\angle ABC$ 的平分线交于四边形内一点 P，求证：$\angle APB=\frac{1}{2}(\angle C+\angle D)$

8. 如图，四边形 $ABCD$ 中，$\angle B=90°$，$AB:BC:CD:DA=2:2:3:1$.

(1)求证：$DA\perp AC$

(2)求$\angle BAD$ 的度数

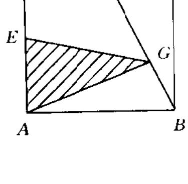


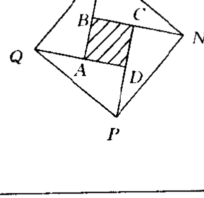


9. 如图，求$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F$ 的度数.

10. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 1. E、F 分别为 AD、CD 的中点，$BG=\frac{1}{3}BF$. 求$\triangle AGE$ 的面积.

11. 如图的阴影部分是一个四边形广场，规划将四边各延长一倍，即 $BM=AB$，$CN=BC$，$AQ=AD$，$PD=CD$. 将 M、N、P、Q 四点连接，建成新的广场 $MNPQ$. 试问新广场的面积是原广场($ABCD$)面积的多少倍？





12. 边长为 1 的正方形内任取 19 个点，求证：其中可以找到三个点，连接这三个点所得三角形的面积 $S \leqslant \frac{1}{18}$.

三、参考答案

1. 解：设第一个多边形的边数为 n_1，第二个多边形的边数为 n_2，依题意得：

$$\begin{cases}\frac{1}{2}n_1(n_1-3)=\frac{1}{2}n_2(n_2-3)\cdot 6\\(n_1-2)\cdot 180^\circ=(n_2-2)\cdot 180^\circ\times\frac{5}{2}\end{cases}\quad \begin{cases}n_1=12\\n_2=6\end{cases}\text{或}\begin{cases}n_1=27\\n_2=12\end{cases}$$

答：第一个多边形是 12 边形（或 27 边形），第二个多边形是 6 边形（或 12 边形）

[解后评注] 因为从 n 边形的一个顶点出发，向自身和相邻的两个顶点无法引对角线向其它顶点共可引 $(n-3)$ 条对角线，因而从 n 个顶点出发一共可引 $n(n-3)$ 条对角线，这些对角线每一条都重复了一次，故 n 边形的对角线条数为 $\frac{1}{2}n(n-3)$.

2. 证明：$\because$ $\angle A+\angle C+\angle ABC+\angle ADC=360^\circ$，$\angle A+\angle C=180^\circ$

$\therefore$ $\angle ABC+\angle ADC=180^\circ$

$\because$ BE 平分 $\angle ABC$，FD 平分 $\angle ADC$，$\therefore$ $\angle ADF+ABE=90^\circ$，

又 $\because$ $\angle ADF+\angle AFD=90^\circ$，$\therefore$ $\angle AFD=\angle ABE$，$\therefore$ $FD/\!/AB$.

3. 解：连结 AC，$\because$ $AB=CD=8$，$\angle B=60^\circ$

$\therefore$ $\triangle ABC$ 是等边三角形，$\therefore$ $AC=8$

$\because$ $\angle D=90^\circ$，$DC=4$，$\therefore$ $DC=\frac{1}{2}AC$，

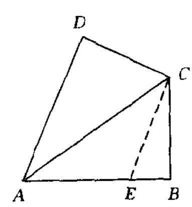
$\therefore$ $\angle DAC=30^\circ$，$\therefore$ $\angle ACD=60^\circ$

$\therefore$ $\angle DAB=\angle DAC+\angle CAB=90^\circ$

$\angle DCB=\angle DCA+\angle ACB=60^\circ+60^\circ=120^\circ$

即 $\angle C=120^\circ$，$\angle A=90^\circ$

4. 证明：如右图，$\because$ $AB>AD$，



$\therefore$ 在 AB 上截取 $AE=AD$，连结 CE

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle ACE$ 中 $\begin{cases}AD=AE\\\angle DAC=\angle BAC\\AC=AC\end{cases}$

$\therefore$ $\triangle ADC\cong\triangle AEC(SAS)$，$\therefore$ $\angle D=\angle AEC$，$DC=EC$

$\because\ DC=BC$，$\therefore\ EC=BC$，$\therefore\ \angle D=\angle AEC$，$DC=EC$

$\because\ DC=BC$，$\therefore\ EC=BC$，$\therefore\ \angle B=\angle CEB$

$\because\ \angle CEB+\angle AEC=180°$，$\therefore\ \angle B+\angle D=180°$

解后评注 本题添加辅助线的方法，是在有关角平分线问题中常见的方法.

5. 解：$\because\ BD$ 垂直平分 AC，$\therefore\ AB=BC$

又$\because\ \angle ABC=90°$，$\therefore\ OB=OA=OC=\frac{1}{2}AC=3$ cm

$\therefore\ OD=BD-OB=9-3=6$ cm

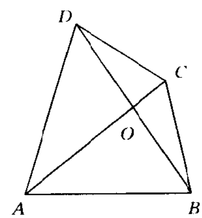
$AB=BC=\sqrt{OA^2+OB^2}=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$ (cm)

$\therefore\ AD=DC=\sqrt{OA^2+OD^2}=\sqrt{3^2+6^2}=3\sqrt{5}$ (cm)

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 的周长为$(6\sqrt{5}+6\sqrt{2})$cm.

解后评注 关于四边形周长或内角的计算，一般是通过连结对角线将其分割为两个三角形，从而转化归结为三角形中有关线段或有关角的计算.

6. 已知，如图，AC、BD 是四边形 $ABCD$ 的对角线.



求证：(1) $AB+BC+CD+DA>AC+BD$

(2) $AC+BD>\frac{1}{2}(AB+BC+CD+DA)$

证明：(1)由三角形三边关系知

$AB+BD>AC$　①，$BD+CD>BD$　②

$CD+DA>AC$　③，$DA+AB>BD$　④

由①+②+③+④得　$2(AB+BC+CD+DA)>2(AC+BD)$

$\therefore\ AB+BC+CD+DA>AC+BD$

(2)设对角线 AC、BD 相交于点，则由对角线分割出四个三角形中有

$OA+OB>AB$　①，$OB+OC>BC$　②

$OC+OD>CD$　③，$OD+OA>AD$　④

由①+②+③+④得　$2(OA+OB+OC+OD)>AB+BC+CD+DA$

$\therefore\ 2(AC+BD)>AB+BC+CD+DA$

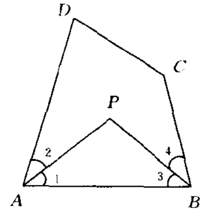
$\therefore\ AC+BD>\frac{1}{2}(AB+BC+CD+DA)$

7. 证明：如图，$\because\ AP$、BP 分别平分$\angle DAB$ 和$\angle BAC$

$\therefore\ \angle 1=\frac{1}{2}\angle DAB$，$\angle 3=\frac{1}{2}\angle ABC$，

在$\triangle APB$ 中，$\angle APB=180°-(\angle 1+\angle 3)=180°-\frac{1}{2}(\angle DAB+\angle ABC)=180°-$

$\frac{1}{2}[360°-(\angle C+\angle D)]=\frac{1}{2}(\angle C+\angle D)$



∴ $\angle APB=\frac{1}{2}(\angle C+\angle D)$

8. 证明：∵ $\angle B=90°, AB=BC$，∴ $\angle BAC=45°$

∴ $AC^2=AB^2+BC^2$

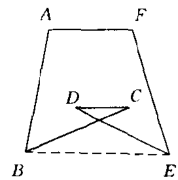
又∵ $AB:BC:CD:DA=2:2:3:1$

设 $AB=2k=BC, CD=3k, DA=k$，∴ $AC^2=8k^2$

又∵ $AD^2+AC^2=9k^2, DC^2=9k^2$，∴ $AD^2+AC^2=DC^2$

∴ $\angle DAC=90°$，∴ $DA\perp AC$， $\angle BAD=90°+45°=135°$

9. 连结 BE，如右图，



∴ $\angle A+\angle F+\angle ABE+\angle BEF=360°$

而 $\angle ABE=\angle ABC+\angle CBE, \angle BEF=\angle BED+\angle DEF$

∴ $\angle ABE+\angle BEF=(\angle ABC+\angle DEF)+(\angle CBE+\angle BED)$

又∵ $\angle CBE+\angle BED=\angle C+\angle D$

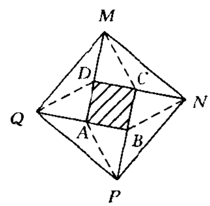
∴ $\angle A+\angle F+\angle C-\angle D+\angle ABC+\angle DEF=360°$

即 $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F=360°$

$\boxed{\text{解后评注}}$本题的解题关键是怎样把图形与凸多边形联系起来，从而利用多边形内角和定理，把不规则图形转化为规则图形是研究不规则图形的常用方法，其解题关键是如何构造出合适的图形.

10. 作 $G'D\perp AB$ 于 D'，交 BC 于 G'，则 $GG'=\frac{1}{6}, GD'=\frac{5}{6}, S_{\triangle AGE}=\frac{5}{24}$

11. 如图，连 AC、BD、AP、BN、CM、DQ



$S_{\triangle AQM}=2S_{\triangle ABD}, S_{\triangle CPN}=2S_{\triangle BCD}$，

$S_{\triangle DMN}=2S_{\triangle ADC}, S_{\triangle BPQ}=2S_{\triangle ABC}$

∴ $S_{MNPQ}=5S_{ABCD}$

12. 将正方形等分成九个面积相等的正方形，则至少有一个小正方形中有三个点，不妨设在 $MNPQ$ 中有三点 E、F、G，$S_{\triangle EFG}=S_{\triangle FEZ}+S_{\triangle FGZ}\leqslant\frac{1}{2}S_{HIJK}+\frac{1}{2}S_{KJYX}\leqslant\frac{1}{2}S_{MQPN}$

$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{18}$