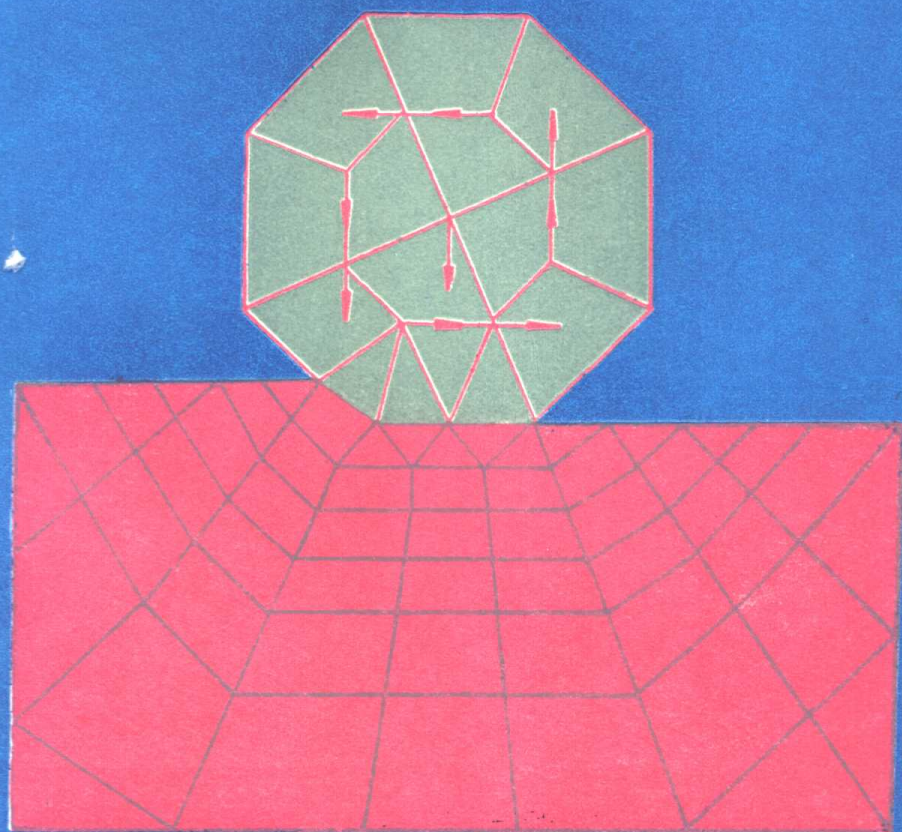


地面—车辆系统 力学中的有限元法

邱丽娟 余群 编著



机械工业出版社

地面—车辆系统力学中的有限元法

邱丽娟 余 群 编著

机械工业出版社

本书从实用角度出发,简明地介绍了地面—车辆系统力学中应用有限元的途径。书中系统地阐述了目前在该领域中所用的弹性、非线性弹性、弹塑性以及流变体等各类饱和土壤的应力应变数学模型。文中作者结合多年科研、教学实践,向读者推荐两种非饱和土壤的本构模型及其在大型有限元 ADINA 和 NFAP 程序中拼装实施过程,以及地面力学非线性有限元程序的微机化等科研成果,均有较大的实用意义。

本书可为汽车、拖拉机、农机、工程机械和军用车辆等专业院校的研究生、本科生提供研究地面—车辆系统力学有限元法应用的实用教材,也可供科技人员参考。

地面—车辆系统力学中的有限元法

邱丽娟 余 群 编著

*

责任编辑:蔡耀辉

封面设计:刘 代

*

机械工业出版社出版 (北京阜成门外百万庄南里一号)

(北京市书刊出版业营业许可证出字第 117 号)

高等教育出版社照排中心照排

光华出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本 $787 \times 1092 \frac{1}{32}$ · 印张 $7 \frac{1}{4}$ · 字数 156 千字

1989 年 1 月北京第一版·1989 年 1 月北京第一次印刷

印数 011—910 · 定价: 6.20 元

*

ISBN 7-111-01359-X/U · 35

前 言

地面 - 车辆系统力学是将机器(包括农业机械、拖拉机、汽车、工程机械、军用车辆、飞行器起落架等)与地面(包括人工道路、田间道路、农业土壤、田野、沼泽、沙漠、滩涂、雪地等)作为一个研究系统来研究地面的力学特性,以及地面、车辆之间的各种相互作用关系,从而为正确设计并提高车辆性能,以及合理选择和使用车辆提供理论依据。

地面 - 车辆系统力学作为一门新兴的边缘学科,近二三十年来,在世界各国以及我国都有较大的发展。1962年,在意大利都灵成立了国际地面 - 车辆系统协会。我国地面 - 车辆系统力学的研究始于60年代初,但在近十年来发展较快。随着科学技术的发展,1983年国内成立了全国性跨行业的学术组织——中国农机学会地面机器系统研究会。

1986年受ISTVS的委托,在北京成功地组织召开了“国际地面 - 车辆系统协会第一届亚太地区学术会议”。这标志着我国地面 - 车辆系统力学的研究已经进入一个新阶段。地面 - 车辆系统力学这个专用名词,在国内也正逐步地为人们所接受。

由于地面 - 车辆系统力学中涉及到的材料,如农业土壤、沼泽和滩涂等都属于结构和反应均十分复杂的一类物质,在研究其本构方程及作用过程等问题时,需要更多的应用数学知识。

有限元法作为力学与现代计算技术相结合的产物,首先在固体力学应力分析方面得到应用,目前已扩展到热传导、渗流、流体力学及电磁场、温度场等其它工程技术领域。在

地面—车辆系统力学范畴内，有限元法能否作为解决上述数学问题及地面的复杂力学性质问题的一种手段，至今尚无统一说法，褒贬不一。但是国内外人士在地面—车辆系统力学领域中应用有限元法已取得了许多成果，这证明了有限元法能够在理论和实践结合上作出贡献。

尽管目前已出版一些有限元法的书籍，但国内外尚缺少针对地面—车辆系统力学特点的有限元书籍或教材，这也给有限元法在该领域内的进一步推广应用带来困难。为此，我们根据多年来教学、科研的实践及成果编写了本书。本书是为学过弹塑性力学、计算机语言、有限元基础、地面—车辆系统力学等课程的地面力学专业研究生、本科生编写的。同时，也可供有关专业的工程技术人员、科研人员及高校教师参考。

在编写过程中，我们考虑到以下几个方面问题：

1. 由于土壤应力应变关系的复杂性，本书涉及内容有一定的难度及深度，为此，编写中力求深入浅出、简明实用。文中计算公式较为详尽但避免繁琐的理论推导。并根据需要加入计算公式中各类土壤参数的实验测定法及计算方法。每章节本身以及各章节之间的联系，力求思路清晰、条理清楚，便于读者自学。

在有限元法介绍中，舍去弹性杆件的有限元法、直接引入三角形单元的平面弹性有限元法，再逐步加深；分析方法从线性过渡到非线性；材料由线性弹性体深入到非线性弹性、弹塑性体及流变体等。

2. 地面—车辆系统力学本身是一门新兴学科，其内容正在不断充实，而有限元法的应用更是处于实践阶段，因而书中尽量介绍国内外现有的新内容，例如流变体的有限元

法。尽管这种方法应用还处于初始阶段,但对今后研究农业土壤的结构及其力学性质有良好的启迪作用。

3. 针对地面 - 车辆系统力学中所涉及的土壤大都为非饱和土壤这一特点,也为了改变目前本学科在有限元法应用上大量借用、套用土力学中土壤的模型及其一系列试验方法的状况,最近几年,我们集中力量对非饱和土壤的本构关系进行了研究探索。

地面力学模型(修正的邓肯模型)和 BIAM-YYW 模型(地面 - 车辆力学的弹塑性模型)。已分别在国外引进的大型有限元程序 NFAP 程序和 ADINA 程序中拼装成功,并分别在沈阳鼓风机厂计算站、水电部水利电力科学院计算中心和国家机械工业委员会计算中心交付使用。为使有限元法在本学科领域中取得广泛应用,考虑到微机在国内的普及程度,我们还进行了非线性有限元程序的微机化程序研究,所编的 TENFEAP 程序(地面力学非线性有限元分析程序)已成功地在 APPLE-II 型机上运行。

上述内容,既阐述建立新材料数学模型时的思考途径及实验方法,又涉及大型有限元程序的开发和微机应用开发问题,可为读者今后的实践提供一些有益的经验或启示。

4. 为节省篇幅,本书所涉及的有关弹塑性力学等一些基本公式及来源均未作专门介绍。

由于我们的研究工作还刚开始、实践范围不广,因而本书无论在形式上还是内容上都有待于不断补充和提高,希望读者多多提出批评和建议。

本书编写过程中得到不少同行们的鼓励和指教。全书稿经中国农机学会、地面机器系统研究会前主任委员、吉林工业大学陈秉聪教授认真仔细地审校和大力推荐。本书的实验

部分工作得到北京农业工程大学汽车拖拉机实验室赵华祥、
焉云和工程师的很大帮助，张心弟同志精心绘制了全书图稿，
在此一并表示热诚的谢意。

编著者

1987.11.

目 录

前言

第一章 绪论	1
第二章 弹性力学平面问题的有限元法	8
§2-1 弹性力学平面问题的基本方程	8
§2-2 地面 - 车辆系统力学中弹性力学平面 问题有限元法的分析实施	17
第三章 等参元	44
§3-1 三角形等参元	44
§3-2 矩形双线性等参元	49
§3-3 任意四边形等参元	54
§3-4 其它等参元	59
第四章 非线性问题的一般分析方法	64
§4-1 增量法	66
§4-2 迭代法	68
§4-3 初应力法和初应变法	71
§4-4 混合法	74
第五章 几种非线性材料数学模型	75
§5-1 $E-\mu$ 弹性模型 (邓肯模型)	82
§5-2 $K-G$ 弹性模型	92
§5-3 弹塑性模型	96
第六章 土工中土的弹塑性模型	118
§6-1 山田嘉昭模型	118

§6-2 雷耶斯模型	120
§6-3 赖特-邓肯模型	125
§6-4 剑桥模型	132
第七章 土壤流变模型	142
§7-1 表示蠕变和松弛现象的基本模型	145
§7-2 复合流变模型	148
§7-3 三元素线性粘弹性体的有限元法	153
第八章 非饱和土壤数学模型的建立及有限元法实施 ...	168
§8-1 地面力学模型——修正的邓肯模型	169
§8-2 BIAM-YYW 模型——地面车辆力学的 弹塑性模型	180
§8-3 地面力学微机有限元程序	198
参考文献	218

第一章 绪 论

一、有限元法的基本思路及其研究方法

在弹性力学中,假定材料是弹性的、连续的,而且每个微小单元都要满足平衡条件,在变形时其位移是连续的(即协调性),在边界上(力的边界和几何边界)要求满足边界条件。

对于上述弹性问题的一般求解方法有以下几种:

1. 根据弹性理论的基本方程,直接求结构的力学微分方程的精确解。这种方法只适用于结构形状比较简单、边界条件不复杂的情况。

2. 对于求力学微分方程精确解有困难的结构,则可采用变分法求方程的近似解。使用该方法首先要假设满足边界条件的变形,然后列出其变形能量方程,最后求解,这在数学上称之为求泛函数的极值问题。这种方法局限于位移变形是整体情况,计算要整体进行,由于对大型复杂结构,事先假设一个变形模式也很困难,故其求解也受到限制。

3. 对力学微分方程进行数值近似解,也称为有限差分法。其原理是将微分方程变成一组有限差分方程(线性代数方程组)来求解。这是一种数学上的近似法。

上述三种方法在弹性理论中均有所述,它们的共同点是首先必须确定结构的力学微分方程。但实际上,对于许多物体形状不规则、边界条件复杂的问题,是无法列出其力学微分方程的。

而有限元法恰恰可以避开这个难点,它是一种物理上的近似法。其实质是把具有无限个自由度的连续体,理想化为

有限个自由度的单元集合体，从而使问题简化为适合于数值解法的结构型问题。因此，只要确定了单元的力学特性，就可按结构分析方法求解，不再需要直接的连续体的平衡微分方程，从而使分析过程大为简化。此外，有限元法不仅适用于弹性体，而且当我们根据材料性质不同而采用不同的材料本构关系时，它还可以用于非线性弹性体、弹塑性体，流变体、流体等等；其次，由于在有限元法中，各单元可保留其本身的材料特性而不受其它影响，因而还可用于由不同材料组成的系统分析，第三，随着各种单元类型的发展，有限元法的适用范围越来越广泛，对各种边界条件(载荷条件及几何条件)的适应性也日益增强。

有限元法的基本思路是：把复杂的结构看成由有限个单元组成的整体，这些单元之间在节点处相互绞结，形成离散结构。又在节点上引进等效力以代替实际作用于单元的外力。而每个单元又根据分块近似的思想，选择一种简单的函数来近似地表示其位移分量的分布规律，然后按弹、塑性理论中的变分原理建立单元节点力和位移之间的关系。最后把所有单元的这种特性关系集合起来，得到一组以节点位移为未知量的代数方程组，由这组方程就可以求出物体上有限个离散点上的位移分量，以分析其应力与变形。

上述方法是取节点位移作为基本未知量，由位移求应变，再求应力，称之为位移法。由于这种方法易于实现计算自动化，因而在有限元法中应用最广泛，本书介绍的方法均属于位移法。除位移法外，还有力法及混合法。力法是取节点力为基本未知量，由应力求应变再求位移的方法；混合法是取一部分节点位移和一部分节点力为基本未知量的方法。这两种方法应用不多，故不作介绍。

二、有限元法的发展以及在地面 - 车辆系统力学中的应用

有限元法的解题思想由来已久，但一直未能大量应用于工程实践，其主要原因是这种方法的计算量极大。若以计算器为计算手段，则计算对象只能局限于一些小型问题。如用位移法解题时，节点位移个数一般不宜超过 5 个。采用力矩分配法后，未知数个数最多不超过 20 个。

20 世纪 40 年代中期，一方面由于近代科学技术的发展，需要解决一些极其复杂的数学问题，原有的计算工具已满足不了要求。另一方面，由于电子学和自动控制技术的发展，为研制电子计算机提供了可能。1946 年在美国制成了第一台由程序控制的电子数字计算机。之后，电子数字计算机发展极其迅速，特别是在高速化、微型化、高可靠性方面有着显赫的进展。

随着电子计算机的出现与发展，人们把矩阵方法这一古老的数学分支与现代计算技术结合起来，使有限元法得以付之实现。这就是说，有限元法在理论推导中采用了矩阵方法，使公式表示十分简洁，并使计算过程规格化，更便于“电算”。同时由于采用了电子计算机，大大提高了计算能力，从而扩大了计算范围。可见，有限元法与矩阵、计算机是三位一体的。因此，有限元法有时也称作为结构力学的矩阵分析，或叫做结构力学的计算机方法。

有限元法起用于 1956 年，由 Turner 等人在飞机结构分析中使用成功。之后，在这短短的 30 年中，由于其具有独特的优越性，因而发展很快，其应用领域也日趋扩大。

目前，有限元法的应用已经从弹性力学平面问题扩展到空间问题、板壳问题；从平衡问题发展到稳定问题及动力问

题;从弹性问题扩展到弹塑性、粘弹性等问题;从结构计算扩展到结构优化设计问题;从固体力学扩展到流体力学、流变学、渗流与固结理论、热传导与热应力问题、磁场、压力场,电场以及声学、噪声等问题;从工程力学发展到其他力学领域,如地质力学、土力学与岩石力学、地面—车辆系统力学等。

在固体力学、结构力学领域内,有限元法在国外已被公认为一种标准的设计工具,现在能做到这一点,一方面是由于上述的有限元法本身的优点已被人们普遍承认并接受,而更重要的是由于电子计算机的普及,以及大量通用有限元程序研制成功,使工程技术界有了广泛使用有限元法这一新型计算方法的可能性。国外在 60 年代中期以后,陆续出现了大量的有限元软件,目前世界上通用的有限元软件约有 300 个左右,各种专用的有限元软件则数以千计,这类软件大都以有限元法和矩阵结构分析方法为主体,外加适当的前后处理程序,其主要用于各类工程结构的强度分析,它涉及到水利电力、铁路桥梁、工业与民用建筑、机械制造、造船、飞机、宇航和国防工程等领域。目前较为知名的有限元软件有十几个;ASKA^①,NASTRAN(MSC/NASTRAN)^②,SAP^①→NONSAP;ADINA^①,MARC^②,STRUDL→GTSTRUDL·MODVLEF,FLVSH,ABAQVS;ANSYS,STARDYNE 等。

上述有限元软件的年产值超过亿美元。

国内,近来除直接应用引进的国外有限元程序来进行工程计算以外,在有限元程序的研制方面也取得不少成果。如中国科学院计算中心研制成功的 JIGFEX(结构分析系统)程序;大连工学院工程力学所研制的 FEPS(通用有限元分析系统)

① 为目前国内已引进; ② 为近期待引进。

程序；北京农业工程大学材料力学教研组研制的动力非线性交互式 IBM-PC 通用有限元软件等。此外，还对引进的国外有限元程序进行消化及发展，扩充其程序功能，如在 NFAP 和 ADINA 程序中添加新的材料模块等。

与固体力学相比，地面 - 车辆系统力学中有限元法的应用起步较晚。在国外，起始于 60 年代，当时有人用有限元法来分析轮子和土壤之间相互作用问题；研究在车辆作用下的土壤内部的应力分布情况。其分析方法也逐步由线性弹性发展到非线性弹性，由弹性问题发展到弹塑性、粘弹性问题。例如：1969 年和 1971 年 J · V · Perumpral 等人分别用线性弹性和双线性模型的非线性弹性问题的有限元法来预计牵引装置下土壤的变形和应力分布关系。1976 年起，R. N. Yong 分别用平面线性弹性有限元法及平面非线性弹性有限元法，来分析和预计刚性轮及弹性轮与土壤之间的相互影响和特性。日本的荻田昭用三元素粘弹性模型的有限元法分析土壤的应力 - 应变关系也有了进展，并于 1979 年发表了用粘弹性问题的有限元法研究弹性轮在静载作用下的土壤应力 - 应变关系的文章。近年来，有限元法的应用进展更快，已从静载研究扩展到动态问题，如 R. N. Yong 应用有限元法预测牵引力。

国内，在地面 - 车辆系统力学中运用有限元法虽然起步较晚，但近几年研究工作的展开亦较迅速，并取得了较多的成果。从 1982 年起，在国内公开发表的有关论文已达 10 多篇，其研究方法从线性弹性问题到非线性弹塑性问题；从二维平面问题扩展到三维非线性有限元分析。其内容有农机具、履带、车辆与土壤相互作用、也有建立新的土壤本构关系的程序模块。从研究内容逐步深入、范围逐渐扩大、实用

价值进一步提高这几方面来看,有限元法在本学科方面的应用前景是十分良好的。

根据地面 - 车辆系统力学所研究的主要内容看,无论是描述和分析车辆通过时,车辆对土壤临界面的作用力,还是研究土壤受力后的变形、运动以及应力状态,都离不开研究土壤的应力 - 应变关系(即本构关系)。而土壤本构关系与研究土壤的失效和破坏理论更是密切相关。因而与目前国际土力学界相似,对土壤的基本力学性质的研究和本构定律与计算方法正确性的验证,已成为当前应用有限元法解决土力学或地面 - 车辆系统力学实际问题时的两个重要研究方向。而相对于土力学而言,我们所研究的土壤主要是指非饱和和农业土壤。而非饱和土壤的基本力学性质与本构关系的复杂性是人所共知的。也就是说,由于非饱和土壤本构关系的复杂性,以及车辆与土壤相互作用时的动态特点,给有限元法的实施和精度提高带来较大的困难。近几年来,北京农业大学汽车拖拉机教研室所做的工作主要是建立适合于地面 - 车辆系统的非饱和土壤本构关系,并将其编制成模块,拼装入现有的大型有限元程序内,并用实验加以验证。主要成果有:建立地面力学模型(修正的邓肯模型),并成功地拼装入 NFAP 程序内;建立 BIAM - YYW 模型(地面车辆力学的弹塑性模型),并装入 ADINA 程序内提供使用。

我们认为,以往在地面 - 车辆系统力学中,大多采用经验法和半经验法导出一些模型,而经验公式一般只适用特定条件下,半经验公式又都是建立在经典土壤力学基础上,该理论对土壤的假定与我们的农业土壤的实际情况相距甚远。相比之下,利用有限元法,再配合研究有关的试验手段,就有可能较快地建立适合不同土壤的各类土壤本构关系。与此

同时，有限元法计算所取得的大量数据，又可为我们进一步研究非饱和土壤的力学性质以及确定非饱和土壤力学性质评价指标和参数提供依据。

目前，在地面—车辆系统力学中有限元法的应用，远不能达到作为标准设计工具的水平，除了土壤本构关系复杂以及实验手段不完善的原因外，对于从事这门学科的工程技术人员来说，缺少可以直接利用的实用专业程序也是一个重要原因。在国内，大型计算机尚不普及，而微型机却在短短几年内由几千台扩大到几十万台，可见，编制相应的高效能微机应用软件，尤其是实现非线性有限元分析的微机化是十分迫切的。目前，北京农业工程大学汽车拖拉机教研室已在这方面取得了初步成果：在地面力学模型的基础上，应用PASCAL语言编制了地面车辆力学微机有限元程序，已在APPLE—II型机上运行，投入了具体应用。

第二章 弹性力学平面问题 的有限元法

在弹性力学中,将材料的性质作了一系列的假设。假设材料是各向同性的、均匀连续的理想弹性体;同时,假设物体的变形是微小的。弹性力学平面问题的有限元法就是从这些假设出发,列出弹性力学平面问题的基本方程(用矩阵形式表示),编制程序,由电子计算机进行运算。

但在地面 - 车辆系统力学中,无论是饱和土和非饱和土,还是形态、性质更为复杂的农业土壤,其实质均非理想弹性体。到目前为止,较多地是把它作为弹塑性体、非线性弹性体、粘弹性体等非线性材料来处理。与此同时,在车辆或农机具作用下,土壤的变形是大的,尤其是在表层土中,这就意味着在地面 - 车辆系统力学中研究车辆与土壤相互作用时的问题,实际上是一个几何非线性和材料非线性问题。对于这两类非线性问题的具体处理在第四章中叙述。

但是由于非线性问题的处理,最终仍离不开线性弹性体的基本方法。故本章先对弹性力学平面问题的有限元法基本方程作一简要介绍。并结合地面 - 车辆系统力学的特点,较详细地说明平面弹性的有限元法的实施过程。

§2-1 弹性力学平面问题的基本方程

任何一个弹性物体都是空间物体,一般的外力亦都是空间力系。因此,严格说来,任何一个实际的弹性力学问题都是空间问题。但是,如果所研究的弹性体具有某种特殊形状,并承受某些特殊外力时,就可以把空间问题简化为平面问题。