

新世纪

初中

九年级第一学期

数学

能力训练与提高

上海教育出版社

SHUXUE
SHUXUE
SHUXUE
SHUXUE
SHUXUE
SHUXUE
SHUXUE

PDG

新世纪初中数学能力训练与提高

九年级第一学期

莫根荣 罗永玉

上海世纪出版集团
上海教育出版社 出版

(上海永福路123号 邮政编码:200031)

上海新华书店发行 商务印书馆 上海印刷股份有限公司印刷

开本 787×1092 1/16 印张 15.75 字数 284,000

2001年9月第1版 2001年9月第1次印刷

印数 1—5,100本

ISBN 7-5320-7499-4/G·7649 定价:16.60元

前 言

现今我国的教育模式正在由应试教育向全面素质教育转变,这就要求教育不再单纯运用以知识为中心的灌输式教学方法,而是提倡启发式教学,在传授知识的基础上,教会学生运用学到的知识去发现和解决新问题,注重考察学生的知识运用能力,加强培养学生的观察力、想象力和创造力。而近期教育部的减负精神更加要求提高教育教学质量,消除无效劳动,激发学生学习的兴趣。为配合这一教育的新趋势,我们将《新世纪初中数学能力训练与提高》奉献给广大读者。

如何提高数学学科的教学质量呢?我们认为掌握基本的数学知识与理论固然重要,但更重要的是掌握数学的基本技能,能运用基本的数学思想方法来解决各类数学问题。在学习数学的过程中,如果一味埋在题海中,不能不断地总结数学方法,领悟数学思想,那么即使做再多的题目,学生的分析问题和解决问题的能力也不能得到提高。本书通过对例题的深入剖析,挖掘出其中的数学思想方法及所需的数学能力,希望能引导学生在解题过程中,提炼数学思想方法,提高数学能力,重视对知识的运用基于对知识的记忆。

基于上述想法,我们对本套书的内容作了精心设计。

为便于读者阅读,本套书的编排与上海九年制义务教育数学教材相同步,每学期一册,共八册,每册书分章编写,每章分几个单元,每个单元设以下五个栏目:知识要点;典型问题;错在哪里以及练习题和测试卷,每章最后设:综合应用和本章测试卷。

知识要点 主要介绍本单元知识的重点和难点、各知识间联系和区别,从而让学生能加深对知识的理解,把握其实质。

典型问题 是通过选择一些有代表性的例题,从数学思想和方法的角度来帮助学生总结解题的规律,从而达到举一反三,触类旁通,掌握数学解题的通性通法。

错在哪里 是建立在笔者长期的教学经验基础上,总结一些学生在解题过程中的常见错误,并加以分析,让读者了解出错的原因,从而帮助学生从反面加深对基础知识的理解和基本技能的掌握。

综合应用 旨在介绍如何运用以往和本章所学过的知识去解决一些数学综合性问题,从而进一步提高学生的分析和解决问题的能力。

练习题、测试卷 本书所选择的习题都具有一定的典型性和思考性,大多习题具有中等以上的难度,可供学生在学完教材基本内容以后再进一步提高使用。另外考虑到数学教育改革的新趋势,书中还加入了不少新的题型,如开放题、探索题、实际应用题等。

本书所有的练习题和测试题都附有答案或提示,可供学生参考。

最后我们想说,尽管我们在编写的过程中作了很大的努力,作了精心的编选,但毕竟水平有限,编写时间较紧迫,因此难免会有不尽人意之处,恳请读者批评指正。

作者

目 录

第二十七章 一元二次方程的应用	1
一 列出一元二次方程解应用题	1
二 二次三项式的因式分解	15
三 分式方程和无理方程	27
四 简单的二元二次方程组	52
综合应用	71
本章测试卷	81
第二十八章 相似形	91
一 图形的放缩与比例线段	91
二 相似三角形	114
综合应用	137
本章测试卷	148
第二十九章 锐角的三角比	162
一 锐角的三角比	162
二 解直角三角形	180
综合应用	204
本章测试卷	212
第一学期期中数学考试卷	222
第一学期期末数学考试卷	235

第二十七章 一元二次方程的应用

一 列出一元二次方程解应用题

【知识要点】

1. 列一元二次方程解应用题的主要步骤.

列一元二次方程解应用题的主要步骤,如同过去学过的列一元一次方程解应用题一样,主要有下列五步:

- ① 审清题意和题目中的数量关系,并用字母 x 表示题目中的未知数;
- ② 提出能够表示应用题全部含义的一个等量关系;
- ③ 根据所找到的等量关系列出所需要的代数式,从而列出方程(在本节中指一元二次方程);

④ 解这个方程,求出未知数 x 的值;

⑤ 根据应用题的实际意义,检验所求得解是不是符合题意,最后写出答语.

2. 常见应用题中的基本数量关系.

(1) 行程问题:距离=速度 $\times$ 时间;

(2) 工程问题:工作量=工作效率 $\times$ 工作时间,
各个工作量之和=全部工作量;

(3) 浓度问题:溶质=溶液 $\times$ 浓度;

(4) 增长率问题:增长率= $\frac{\text{增长数}}{\text{基准数}} \times 100\%$.

若基准数为 A ,增长率为 x (指平均增长率),则一年后的总量为 $A(1+x)$,两年后的总量为 $A(1+x)^2$,等等;

(5) 银行利率问题:

本利和=本金+利息=本金+本金 $\times$ 利率 $\times$ 期数;

(6) 数字问题:一要理解加、减、乘、除、余数、倍数、奇数、偶数、倒数、相反数等的意义;二要学会两位数、三位数等的代数式表示.

例如偶数可表示为 $2n$ (其中 n 为自然数),奇数可表示为 $2n-1$ (其中 n 为自然数);

三个连续整数可表示为 $2n-1, 2n, 2n+1$;

两位数可表示为 $10a+b$ (其中 a 为十位数字, b 为个位数字);

三位数可表示为 $100a+10b+c$ (其中 a 为百位数字, b 为十位数字, c 为个位数字) 等等;

(7) 流水问题: 顺速 = 船速 + 水速,

逆速 = 船速 - 水速;

(8) 车轮问题: 路程 = 周长 $\times$ 转数;

(9) 几何问题: 如各种简单几何图形的面积公式、简单几何体的体积公式、有关重要定理的公式表示, 如勾股定理中 $c^2=a^2+b^2$ (其中 c 为斜边) 等等.

熟悉以上重要基本数量关系, 非常有利于列方程解应用题.

本节重点: 审题与分析, 列出一元二次方程解应用题.

难点: 在审题与分析的基础上, 提出能够表示应用题全部含义的一个等量关系, 由此列出一元二次方程.

【典型问题】

例 1 要建造一个面积为 150 平方米的矩形养鸡场, 为节约材料, 养鸡场的一边靠着原有的一道墙 (如图 27-1), 墙长为 a 米, 另三边用竹篱笆围成, 篱笆总长 35 米.

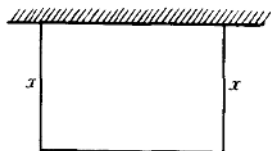


图 27-1

(1) 当 $a=25$ 时, 求养鸡场的长和宽各为多少米?

(2) 题中墙的长度 a 对题目中的解题起着怎样的作用?

解 (1) 设矩形中垂直于墙的一边长为 x 米, 则另一边长为 $(35-2x)$ 米. 在 $a \geq 35-2x$ (米) 的条件下, 列出一元二次方程:

$$x(35-2x)=150.$$

化简得: $2x^2-35x+150=0$.

即 $(x-10)(2x-15)=0$, 解得 $x_1=10$, $x_2=7.5$.

当 $x_1=10$ 时, $35-2x=15$;

当 $x_2=7.5$ 时, $35-2x=20$.

$\therefore$ 在 $a \geq 35-2x$ 的条件下, 养鸡场矩形的长为 15 米、宽为 10 米或长为 20 米, 宽为 7.5 米.

(2) 从(1)的结果看, 可知墙长 a 米对问题的解有着严格的限制作用.

(i) 当 $a < 15$ 米时, 问题无解, 也就是说, 满足条件的矩形不存在;

(ii) 当 $15 \text{ 米} \leq a < 20$ 米时, 问题有唯一解, 即此时只能建成宽为 10 米、长为 15 米的矩形养鸡场;

(iii) 当 $a \geq 20$ 米时, 问题有两解, 即此时可建成宽为 10 米, 长为 15 米或宽

为 7.5 米,长为 20 米的两种规格的养鸡场.

说明:(1) 按题意分析,表示应用题全部含义的等量关系是矩形面积=长 $\times$ 宽,在选择适当的未知数 x 后,即可列出关于 x 的一元二次方程.

(2) 由于墙长为 a 米,它的长度不确定,因此它对本题的解会起到限制作用,故需进行讨论.

例 2 某工厂的产量是按月计算的,去年一月份生产某产品 5 000 件,三月份上升到 7 200 件.

(1) 问第一季度平均每月增长率是多少?

(2) 第二季度因工厂一季度管理不善,从四月份起,生产逐月下降,平均每月下降为 5%.问第二季度最后一个月的产量为多少?(只要写出式子,不必计算结果)

(3) 从第三季度开始,工厂进行整顿,加强了管理,产量逐月上升,平均每月增长率同于第一季度,问第三季度最后一个月产量达到多少(只要写出式子,不必计算结果).

解 (1) 设第一季度平均每月增长率为 x ,依题意得

$$5\,000(1+x)^2=7\,200.$$

$(1+x)^2=1.44$,解得 $x_1=0.2$, $x_2=-2.2$ (舍去).

答:第一季度平均每月增长率为 20%.

(2) $7\,200(1-5\%)^3$ (件).

答:第二季度最后一个月的产量为 $7\,200(1-5\%)^3$ 件.

(3) $7\,200(1-5\%)^3 \cdot (1+20\%)^3$ (件).

答:第三季度最后一个月的产量达到 $7\,200(1-5\%)^3(1+20\%)^3$ 件.

说明:本题属增长率型问题,即 $A_0(1+r\%)^n=A_n$. 注意不要把第一季度中的第三个月的产量看作为季度的产量.

例 3 为了测量一个矿井的深度,现把一实验用标准铁块从井口放下去,4 秒钟后听到它落到井底的声音(已知音速 330 米/秒).铁块从井口落下的距离 s 与时间 t 之间的函数关系式是 $s=\frac{1}{2}gt^2$ (g 取 9.8 米/秒²).求这个矿井的深度(精确到 10 米).

解 设铁块从井口落到井底所需时间为 x 秒,那么声音从井底传到井口用去的时间为 $(4-x)$ 秒.

根据题意,得 $\frac{1}{2} \times 9.8x^2 = 330(4-x).$

整理得 $4.9x^2 + 330x - 1320 = 0.$

解此方程得 $x = \frac{-330 \pm 367.1}{2 \times 4.9}$ (不合题意的负根已舍去)

≈ 3.786 (秒).

$\therefore$ 矿井的深度为 $330 \times (4 - 3.786) \approx 70$ (米).

答: 这个矿井的深度约为 70 米.

说明: 这是一道把数学知识运用于解决物理方面的有关问题. 经过分析, 容易得到等式: 铁块从井口落到井底的距离 = 声音从井底传到井口时声音传播的距离, 也就是 $s = \frac{1}{2}gt^2 = 330 \times$ 声音从井底传到井口所用的时间. 这样, 就容易列出关于 x 的一元二次方程.

例 4 东方中学初三(1)班同学在毕业前夕, 每个同学都向其他同学赠送纪念品一件, 全班共送出纪念品 1722 件. 求全班的人数.

解 设初三(1)班共有 x 人.

依题意, 得方程 $x(x-1) = 1722$.

化简整理得 $x^2 - x - 1722 = 0$.

解此方程, 得 $x_1 = 42$, $x_2 = -41$ (不合题意, 舍去).

答: 这个班级共有 42 人.

说明: 由于设全班为 x 人. 这样除本人外, 其余还有 $(x-1)$ 人, 则每一个人必须送出 $(x-1)$ 件纪念品, 因此全班 x 人必须送出的纪念品总数为 $x(x-1)$ 件. 这样就能列出方程 $x(x-1) = 1722$.

如果把本题稍作修改, 即全班 x 人相互握手一次, 共握手 861 次, 此时列出的方程应是 $\frac{x(x-1)}{2} = 861$. 这是因为两人握一次手, 只能算一次, 不能算两次, 不能重复计算. 这一点务必注意.

例 5 有两个连续奇数的乘积是 195. 求这两个数.

解 设一个奇数为 x , 则另一个奇数为 $(x+2)$.

依据题意, 得方程 $x(x+2) = 195$.

解此方程得 $x_1 = 13$, $x_2 = -15$.

当 $x_1 = 13$ 时, $x+2 = 15$;

当 $x_2 = -15$ 时, $x+2 = -13$.

答: 这两个奇数是 13 和 15 或 -13 和 -15.

说明: 由于两个连续的奇数之间相差为 2, 所以一个奇数为 x , 另一个必为 $x+2$ (当然也可以为 $x-2$), 这样就容易列出方程. 本题中的数的奇偶性已扩大到整数范围了, 所以奇数可以是正数, 也可以是负数.

例 6 如图 27-2, $AO = OB = 50$ cm, OC 是一条射线, $OC \perp AB$, 一蚂蚁由 A 以 2 cm/秒的速度向 B 爬

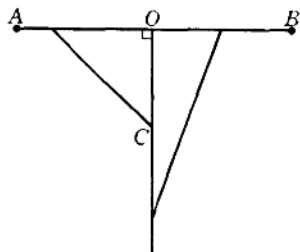


图 27-2

行;同时另一蚂蚁由 O 点以 3 cm/秒 的速度沿 OC 方向爬行. 问几秒后两蚂蚁与 O 点组成的三角形面积等于 450 cm^2 ?

解 本题应分两种情况进行讨论:

第一种情况: 设离开 A 点 t 秒后, 两蚂蚁与点 O 组成的三角形面积是 450 cm^2 .

依据题意, 得
$$\frac{(50-2t) \cdot 3t}{2} = 450.$$

化简整理, 得
$$t^2 - 25t + 150 = 0.$$

解此方程得
$$t_1 = 10, \quad t_2 = 15.$$

第二种情况: 当蚂蚁爬完 AO 这段距离用了 $\frac{50}{2} = 25$ 秒后, 开始由 O 点向 B 方向爬行.

设从 O 点开始 t 秒后, 两蚂蚁与点 O 组成的三角形面积也是 450 cm^2 .

依据题意, 得
$$\frac{1}{2} \cdot 2t \cdot 3(t+25) = 450.$$

整理得
$$t^2 + 25t - 150 = 0.$$

解此方程得 $t_1 = 5, t_2 = -30$ (不合题意, 舍去).

$\therefore$ 当 $t = 5$ 时, $t + 25 = 30$ (秒), 此时, 蚂蚁已由 A 点出发爬行了 30 秒.

答: 分别在 10 秒、15 秒或 30 秒时, 两蚂蚁与点 O 组成的三角形面积都是 450 cm^2 .

说明: 本质上, 本题是一个几何中三角形面积问题. 需要注意的是, 本题会有两种情况出现. 在解题过程中已作了详细分析. 可见, 对应用问题必须进行全面分析, 有多种可能情况时必须进行分类讨论, 切勿遗漏.

例 7 一个两位数的数字之和等于 8. 如果把个位数字与十位数字互换位置后所得的两位数再乘以原两位数所得的积等于 1855. 求原来的两位数字.

解 设原来两位数的个位数字为 x , 则十位数字为 $(8-x)$.

由题意, 得方程 $[10x + (8-x)] \cdot [10(8-x) + x] = 1855.$

化简整理, 得
$$81x^2 - 648x + 1215 = 0.$$

也就是 $x^2 - 8x + 15 = 0$. 解此方程得 $x_1 = 3, x_2 = 5.$

当 $x_1 = 3$ 时, $8 - x = 5$;

当 $x_2 = 5$ 时, $8 - x = 3$.

答: 所求的两位数是 53 或 35.

说明: 这是一个数字问题, 要注意数字的表示方式, 例如两位数 53, 它的意义是 $5 \times 10 + 3$, 即十位数字“5”的含义是 50, 而不是 5. 把握住这两点, 这一类数字问题的方程就容易列出来了.

例 8 星火商店从厂家以每件 21 元的价格购进一批商品,商店可以自行定价.如果每件商品售价为 a 元,那么可以卖出 $(350-10a)$ 件.但物价局限定每件商品加价不能超过进价的 20%,商店计划要赚 400 元,需要卖出多少件商品?每件商品应售价多少元?

解 设每件商品应售价为 x 元,才能使商店赚 400 元,

依据题意,得 $(x-21)(350-10x)=400$.

化简整理得 $x^2-56x+775=0$,

$$(x-25)(x-31)=0.$$

$$\therefore x_1=25, \quad x_2=31.$$

但 $21 \times (1+20\%)=25.2$,

而 $x_1 < 25.2$, $x_2 > 25.2$, $\therefore x_2=31$ (舍去).

$\therefore x=25$.

当 $x=25$ 时, $350-10 \times 25=100$.

答:该商店需卖出 100 件商品,每件应售价 25 元,才能使商店赚 400 元.

说明:题中的 $(350-10a)$ 是商品售价与卖出件数之间的一个规律,在这里,它已经给出,不必再去探求.由于题中知物价局的限价,因此对所得结果还必须进行检验,把不合题意的答案舍去.

【错在哪里】

下列各应用题的求解过程均有错误.请你好好阅读、思考,然后找出错在何处,为什么会解错?并把错解改正过来.

例 1 为节约原材料,某人利用 7.5 米长的墙作为一边,用长为 13 米的篱笆作另三边,围成一个面积为 20 平方米的矩形仓库.问矩形的长与宽各是多少米?

错解: 设和墙垂直的一边长为 x 米,则另一边长为 $(13-2x)$ 米.由题意得方程 $x(13-2x)=20$.

化简整理,得 $2x^2-13x+20=0$.

$$(2x-5)(x-4)=0.$$

$$\therefore x_1=4, \quad x_2=\frac{5}{2}.$$

当 $x_1=4$ 时, $13-2x=5$; 当 $x_2=\frac{5}{2}$ 时, $13-2x=8$.

答:矩形仓库的长为 5 米,宽为 4 米或长为 8 米,宽为 $\frac{5}{2}$ 米.

辨析 本题解题过程中,设未知数、列方程、解方程等都没有错误,问题出在对所求得的结果没有进行检验.由于应用题一般都联系实际,因此必须把解方程

所得的结果代回问题去进行检验. 如本题中 $x_1=4$, $x_2=\frac{5}{2}$, 显然 $x_2=\frac{5}{2}$ 是不符合实际的. 因为当 $x=\frac{5}{2}$ (米) 时, 篱笆的长等于 8 米, 已超过了墙的长度, 显然不符合题意, 应当舍去. 读者一般会自然地舍去负根, 但当方程有两个正数根时, 也需提高警惕, 进行检验, 否则容易造成失误.

例 2 如图 27-3, 在宽为 20 米、长为 32 米的矩形地面上, 修筑同样宽的两条互相垂直的道路. 余下的部分作为耕地, 要使耕地的面积为 540 m^2 , 问道路的宽应为多少米?

错解: 设道路的宽为 x 米. 从矩形的总面积中减去两条道路的面积, 得方程

$$32 \times 20 - 32x - 20x = 540.$$

解此方程得 $x = \frac{25}{13}$ (米).

答: 道路的宽应为 $\frac{25}{13}$ 米.

辨析 该同学的错误在于重复减去了交叉部分的面积, 因此上述解法是错误的.

正确的解法应该是: $32 \times 20 - 32x - (20-x) \cdot x = 540$.

整理得 $x^2 - 52x + 100 = 0$.

解此方程, 得 $x_1 = 2$, $x_2 = 50$ (不合题意, 舍去).

答: 道路的宽应为 2 米.

注意: 如果将本题的原图形变形为图 27-4, 则非常容易列出方程 $(32-x)(20-x) = 540$. 这样就不会在列方程时发生错误了.

例 3 从长为 2 分米、宽为 1 分米的矩形木板中挖去一个面积是原矩形面积一半的小矩形, 使剩下的矩形木框四周的宽度相同. 求这个宽度.

错解一: 设这个宽度为 x 分米, 则小矩形的长为 $(2-x)$ 分米.

依据题意, 得方程 $(2-x)(1-x) = \frac{1}{2} \times 1 \times 2$.

整理, 得 $x^2 - 3x + 1 = 0$, $\therefore x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$.

答: 所求的宽度为 $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ 分米或 $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ 分米.

错解二: 设小矩形的长为 x 分米, 则所求的宽度为 $\frac{2-x}{2}$ 分米, 于是小矩形的

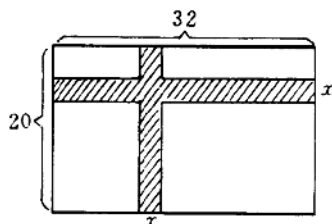


图 27-3

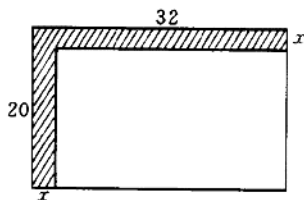


图 27-4

宽为 $1-2 \cdot \frac{2-x}{2} = x-1$ (分米).

依据题意, 得 $x(x-1) = \frac{1}{2} \times 2 \times 1$.

整理, 得 $x^2 - x - 1 = 0$, $\therefore x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ (分米).

$\therefore$ 所求的宽度为 $\frac{2-x}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{4}$ (分米).

答: 所求的宽度为 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ 分米或 $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ 分米.

辨析 上述错解中, 第一种方法里小矩形的长宽都错了, 致使方程列错, 并且结果中 $x = \frac{3+\sqrt{5}}{2} > 2$, 也不合题意, 没有舍去. 第二种解法中 $x = \frac{1-\sqrt{5}}{2} < 0$, 没有舍去, 并且 $\frac{2-x}{2}$ 也不等于 $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{4}$. 由此可见, 列方程解应用题既要合理地选择未知数, 列出符合题意的方程, 同时, 要注意运算的正确性, 还必须对结果进行检验.

正确的解法是: 设这个宽度为 x 分米, 则小矩形的长为 $(2-2x)$ 分米, 宽为 $(1-2x)$ 分米, 于是列出方程 $(2-2x)(1-2x) = \frac{1}{2} \times 1 \times 2$. 解这个方程得 $x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{4}$. 由于 $x = \frac{3+\sqrt{5}}{4} > 1$ 应舍去, $\therefore x = \frac{3-\sqrt{5}}{4}$ 分米就是所求的宽度 (答: 略).

【练习题】

1. 把 60 cm 长的铁丝做成一个长方形的模型, 要使这个长方形的面积是: (1) 200 cm^2 ; (2) 225 cm^2 ; (3) 250 cm^2 , 求它的长和宽.

2. 等腰三角形的周长为 16 cm, 底边上的高是 4 cm, 求这个三角形各边之长.

3. 为了测定一口井的深度, 把一石块从井口放下去, 经 $2\frac{2}{33}$ 秒后听到它落到井底的声音. 求这口井的深度 (石头落下距离 s 与时间 t 的函数关系式为 $s = \frac{1}{2}gt^2$, 其中 g 取 10 米/秒², 声音速度为 330 米/秒).

4. 两个不相等的数字之和为 100, 两数积的 $\frac{1}{10}$ 比较大的一个数大 180. 求这两个数.

5. 物体在某种运动过程中有关系式 $s = v_0 t + at^2$, 其中 $a = 2.5$, $v_0 = 10$, $s = 150$. 求 t .

6. 某工厂在改革开放的形势下, 计划要在两年内将产量翻一番, 问该厂每年的平均增长率是多少? (精确到 1%)

7. 某化肥厂今年一月份生产化肥 500 吨, 因管理不善, 二月份的产量减少 10%. 以后三月份起加强了管理, 产量又逐月上升, 四月份产量达到 648 吨. 求该厂三、四月份产量月平均增长率.

8. 某人在银行储蓄 20000 元, 满一年后, 将本利取出, 并将取出的本利和加上 4400 元以同样利率又储蓄一年. 满一年后共取得本利 25750 元, 求年利率是多少(精确到 1%)?

9. 一家造纸厂计划用两年把造纸产量提高 80%. 如果每年比上一年提高的百分比相同, 求这个百分数(精确到 0.01).

10. 某铜管厂第一季度共生产铜管 190 万吨, 其中二、三月份共生产 150 万吨. 求月平均增长率.

11. 某人投资某项目 1 万元, 一年后得到回报. 他又将得到的本利加上 1 万元再投资该项目, 第二年他获本利共 28125 元. 如果这两年的年投资回报率都相同. 问该投资项目的年回报率是多少?

12. 某拖拉机厂今年一月份生产出一批甲乙两种新型拖拉机, 其中乙型 16 台. 从二月份起, 甲型每月增产 10 台, 乙型每月按相同的增长率逐月递增, 又知二月份甲乙两型拖拉机的产量之比是 3:2, 三月份甲乙两型拖拉机的产量之和为 65 台. 求乙型拖拉机每月的增长率及甲型拖拉机一月份的产量.

13. 浦东某开发区计划建设住房用地 3000 平方米, 并计划绿化用地、商业街道用地与住房用地之比为 6:1:3. 现在已知空地 6500 平方米, 还需征用土地多少平方米? 两年后开发区扩大到原来的 2 倍, 那么每年使用土地的递增率是多少?

14. 上海市某区中学生足球赛, 采用单循环比赛规则(即任意两队之间只赛一场), 全部赛程要比赛 55 场, 问参加比赛的足球队有几支?

15. 白玉中学阶梯教室原有座位 120 个, 各排座位数一样. 如果每排减少 2 个座位, 再撤掉 3 排座位, 那么剩下的座位是 72 个, 求该教室原有座位的排数.

16. 两个正方形的面积和为 170 cm^2 , 周长之差为 16 cm, 设小正方形边长为 $x \text{ cm}$, 求两个正方形各边的长.

17. 某银行贷款到期返还金额按公式 $M = N(1+q)^n$ 计算, 其中 N 为贷款金额, q 为贷款年利率, n 为使用贷款年数, M 为返还金额, 凯福公司 1998 年年底从银行贷款 150 万元开发一个新项目产品, 2000 年年底向银行返还金额后,

仍然净得利润 34.5 万元. 如果银行贷款年利率为 10%, 求凯福公司这个新项目的平均每年产值的增长率.

18. 有一容器盛满纯酒精, 从中先倒出若干升, 然后用水加满, 接着又倒出同样多的升数, 再用水加满, 这时容器里溶液的浓度为 25%. 问每次倒出液体多少升?

19. 甲乙两船同时从 A 港出发, 甲船向北偏东 50° 方向航行, 乙船向南偏东 40° 方向航行, 甲船的航速与乙船的航速之比为 3 : 4, 2 小时后两船相距 100 海里. 问甲乙两船的航行速度各多少?

20. 一个两位数, 十位上的数比个位上的数大 2, 十位上的数与个位上的数的积比这个两位数小 40, 求这个两位数.

21. 如图 1, 直角三角形 ABC 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = BC = 8$ cm. 点 M 自点 A 开始沿 AC 方向以每秒 1.5 cm 的速度移动, 点 N 自点 C 开始沿 CB 方向以每秒 2 cm 的速度移动. 如果点 M, N 同时自点 A, C 出发, 几秒钟后, 所得 $\triangle MCN$ 的面积是 10 cm^2 ?

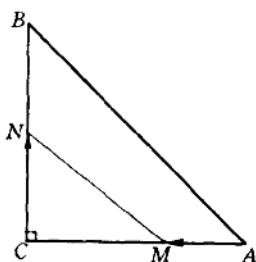


图 1

22. 把一根半径为 8 cm, 长为 40 cm 的圆钢, 锻压成一个底面是正方形, 高为 31.4 cm 的长方体零件, 那么这个长方体零件的底面边长是多少? (不计锻压中的损耗).

23. 有一件商品, 按原来定价连续两次打折扣, 每次打折扣是相同的, 原定价格是 875 元, 打了两次折扣后的售价是 560 元. 问每次折扣是上次定价的几折?

24. 如图 2, 用 120 cm 长的铁丝围成一个长方形的框架, 中间用同样的材料分隔成四格. 问怎样围法, 可使围成的框架的面积分别是 (1) 400 cm^2 ; (2) 375 cm^2 ?

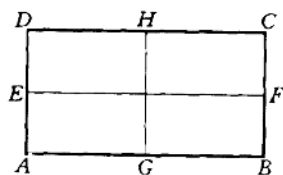


图 2

25. 在一块长 200 米、宽 160 米的长方形基地的外沿四周筑一条同样宽的绿化带, 如果这绿化带的面积是基地面积的 18.8%, 求绿化地带的宽度.

26. 某林场计划修一条长 750 米, 断面为等腰梯形的渠道, 断面面积为 1.6 m^2 , 上口宽比渠深多 2 米, 渠底宽比渠深多 0.4 米, (1) 渠道的上口宽与渠底宽各是多少? (2) 如果计划每天挖土 48 m^3 , 需要多少天把这条渠道的土挖完?

【测试卷】

(时间 90 分钟, 满分 100 分)

一、填空题: (每小题 2 分, 满分 24 分)

1. 一个直角三角形的三条边长是三个连续偶数, 则这三条边长分别为_____.

2. 若一个矩形房间,它的面积为 24m^2 ,其周长为 20m ,则该矩形的长与宽分别为_____.

3. 某厂一月份生产助动车 1100 辆,计划三月份生产 2475 辆,则每月平均增长率为_____.

4. 某种股票连续两天下跌,前天开盘股价为 5 元,昨天收盘股价为 4.05 元,则平均每天下降_____%.

5. 已知 1998 年总产值为 a 亿元,如果今后连续五年的平均增长率为 8% ,那么 2000 年底的总产值将达到_____亿元.(用 a 的代数式表示).

6. 三个连续奇数的平方和是 155,这三个数分别是_____.

7. 将一块石头垂直向上抛,石头离地面距离 s (米)与时间 t (秒)的函数关系是 $s=16t-5t^2$,则石头抛出_____秒钟后离地面的距离为 12 米.

8. 在进行一项科学实验中,开始时测得某种气体的体积是 5000 立方分米,放入温箱两分钟后体积膨胀到 7200 立方分米,则该气体平均每分钟体积膨胀的百分率是_____.

9. 要做一个容积是 7200cm^3 ,高是 6 cm,底面的长比宽多 10 cm 的长方体匣子,那么底面的长与宽各是_____ cm.

10. 某企业产值平均每年增长 30% ,那么这两年产值共增长了_____%.

11. 正方形的边长为 x ,如果每条边长增加 3 所得的正方形面积比原正方形的面积的 2 倍还大 9,那么 x 满足的方程是_____.

12. 两个正数的和是 $14m(m>0)$,它们的积是 $33m^2$,这两个正数是_____.

二、选择题:(每小题 2 分,满分 10 分)

1. 一种产品的成本价平均每年降低 10% ,如果今年每件成本价是 1215 元,那么两年前这种产品的每件成本价是()

(A) 1200 元. (B) 1500 元. (C) 1800 元. (D) 2000 元.

2. 某校初二年级学生在庆祝元旦时,每个班级向本校初二年级其他各班赠送贺卡一张.已知该年级互赠的贺卡共有 30 张,那么该校初二年级共有班级()

(A) 4 个. (B) 6 个. (C) 8 个. (D) 10 个.

3. 某公司一月份利润为 1 万元,二月份、三月份平均每月增长 5% ,那么第一季度的总利润是()

(A) $(1+5\%)^2$ 万元. (B) $(1+5\%)^3$ 万元.
(C) $[(1+5\%)+(1+5\%)^2]$ 万元. (D) $[1+(1+5\%)+(1+5\%)^2]$ 万元.

4. 棱长为 4 cm 的正方体钢材毛坯,锻压成高为 4π cm 的圆柱体钢材,则圆柱体钢材底面半径等于()

- (A) 4 cm. (B) $\frac{4}{\pi}$ cm. (C) $\frac{16}{\pi}$ cm. (D) π cm.

5. 一批运动服按原价的八五折出售,每套售价为 y 元,则这批运动服每套原价为()

- (A) $0.85y$ 元. (B) $\frac{y}{0.85}$ 元. (C) $0.15y$ 元. (D) $\frac{y}{0.15}$ 元.

三、解答题(每小题 6 分,满分 30 分)

1. 宝山钢铁厂钢产量 2000 年比 1998 年增长 21%,求平均每年增长的百分数.

2. 已知两个数的差为 4,它们的面积为 45,求这两个数.

3. 两个正方形,小正方形边长比大正方形边长的一半多 4 cm,大正方形面积比小正方形面积的 2 倍少 32 cm^2 . 求大、小两个正方形的边长.

4. 等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = CD$, 高是 AH , 已知 $AD = 2 \text{ cm}$, $BH : AB = 1 : 2$, 该梯形面积为 16 cm^2 . 求这个梯形高的长.

5. 用 20 米长的篱笆包围成一面靠墙的一个长方形养鸡场,如果要使围成的长方形的面积等于 50 平方米,求长方形的长与宽.

四、(本题满分 6 分)

有三个连续偶数,其中较大数与较小数的平方和等于中间数的 10 倍,求这三个偶数.

五、(本题满分 6 分)

新华书店在第一季度中共发行图书 122 万册,其中 1 月份发行 32 万册,2 月、3 月平均增长率相同,求 2 月、3 月该书店各发行图书多少册?

六、(本题满分 8 分)

把一个正方形的场地扩建成长方形,已知长方形的长是正方形边长的 2 倍,宽比正方形的边长增长 5 米,面积增加 200 平方米. 问原来正方形的面积是多少?

七、(本题满分 8 分)

将进货单价为 100 元的商品按 120 元售出时,能卖出 500 件. 已知这种商品每涨 1 元,其销售量就减少 10 件. 如果希望能获得利润 12000 元,售价应定多少元? 这时应进货多少件?

八、(本题满分 8 分)

张师傅利用 90° 墙角搭建一个矩形小仓库,仓库的两面靠墙,另两面用 4 米长的篱笆围住,这样围成一个矩形.

(1) 如果围成的矩形面积是 3 平方米,那么这个矩形的相邻两边的长是多少?

- (2) 围成的矩形面积是 4 平方米呢?
 (3) 围成的矩形面积是 5 平方米呢?

答案或提示

【练习题】

- (1) 20 cm、10 cm; (2) 15 cm、15 cm; (3) 不存在.
- 6 cm、5 cm、5 cm.
- 井深为 20 米. 提示: 设石头从井口落到井底所需时间为 x 秒, 则 $\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot x^2 = 330 \left(2\frac{2}{33} - x \right)$. 解得 $x = 2$, 故井深为 $\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2^2 = 20$ (米).
- 大数为 60, 小数为 40. 提示: 设一数为 x , 另一数为 $(100 - x)$, 且 $x > 100 - x$, 得 $\frac{1}{10} \cdot x \cdot (100 - x) - x = 180$, 求得 $x_1 = 60, x_2 = 30$ (舍去).
- $t = 6$ ($t = -10$ 舍去).
- 41%. 提示: 设平均增长率为 x , 则 $1 \cdot (1 + x)^2 = 2$.
- 20%. 提示: 设三、四月平均增长率为 x , 则 $500(1 - 10\%)(1 + x)^2 = 648, x = 0.2$.
- 3%. 提示: 设年利率为 x , 则 $[20\,000(1 + x) + 4\,400] \cdot (1 + x) = 25\,750$, 得 $x \approx 0.03 = 3\%$.
- 34%. 提示: 设提高的百分数为 x , 则 $(1 + x)^2 = 1 + 80\%$, 求得 $x \approx 0.34 = 34\%$.
- 50%. 提示: 设月平均增长率为 x , 则 $40 + 40(1 + x) + 40(1 + x)^2 = 190$. 得 $x = 0.5 = 50\%$.
- 25%. 提示: 设年利率为 x , 则 $[10\,000(1 + x) + 10\,000](1 + x) = 28\,125$. 解得 $x = \frac{1}{4} = 25\%$.
- 25%、20 台. 提示: 设二月份生产甲型拖拉机 $3x$ 台, 则一月份甲型产量为 $(3x - 10)$ 台, 三月份甲型产量为 $(3x + 10)$ 台, 而乙型产量二月份为 $2x$ 台, 三月份为 $\left(1 + \frac{2x - 16}{16} \right) \cdot 2x$ 台, 得方程 $(3x + 10) + \left(1 + \frac{2x - 16}{16} \right) \cdot 2x = 65$. 解得 $x_1 = 10, x_2 = -22$ (舍去). 故乙型拖拉机每月增长率为 $\frac{2x - 16}{16} \times 100\% = 25\%$.
- 3500 平方米, 41%. 提示: 设绿化用地为 $6x$ 平方米, 商业用地为 x 平方米, 住房用地为 $3x$ 平方米, 则 $3x = 3\,000, x = 1\,000, 10 \times 1\,000 - 6\,500 = 3\,500$, 又设递增率为 y , 则 $10\,000(1 + y)^2 = 20\,000$. 得 $y \approx 41\%$.
- 11 支. 提示: 设参赛队有 x 支队, 则 $\frac{x(x - 1)}{2} = 55, x = 11$.
- 12 排或 15 排. 提示: 设原有座位排数为 x , 则 $\left(\frac{120}{x} - 2 \right) \cdot (x - 3) = 72$, 得 $x_1 = 12, x_2 = 15$.