21世纪 最新版

同步典型题

全析全解与强化训练

中国名校特级教师精编

高三数学

与“3+X”总复习

何　舟　总主编

同步典型题1000例

1000例

欢迎关注
并参与本丛书
“纠错臻优”
20万元大行动

与新大纲、新教材同步

☆基础题 ☆☆能力题 ☆☆☆竞赛题

读题与解题的完美结合

吉林教育出版社

21世纪 最新版

同步典型题

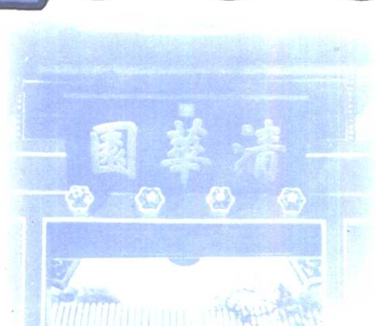
全析全解与强化训练

中国名校特级教师精编

高三数学
与“3+X”总复习

1000例

总主编 何 舟
本册主编 詹运达



吉林教育出版社

（吉）新登字 02 号
封面设计：周建明
责任编辑：王世斌

21 世纪最新版
中国名校特级教师精编

同步典型题全析全解与强化训练 1000 例
高三数学与“3+X”总复习

新大纲·新教材

总 主 编　何　舟
本册主编　詹运达

★
吉林教育出版社　出版 发行
南京京新印刷厂印刷　新华书店经销
★
开本：850×1168 毫米　1/32　印张：15.875　字数：518 千字
2001 年 6 月第 2 版第 2 次印刷
印数：1～30000 册

ISBN 7－5383－3725－3/G·3363
定价：16.80 元

减负之年，一套真正的“减负型”教辅终于问世

——关于《同步典型题全析全解与强化训练》《星级典型题完全解题与强化训练》的专家报告

以题、以练为主——这是培养学生的创新意识与实践能力的必经之路吗?

在贯彻“减负令”、倡导素质教育的今天，本丛书以精选的同步典型题为台阶，充分发挥学生的主体性，以基础性与开放性相结合的典型题的解与练，导引学生走向创新意识与实践能力的养成。北京、天津、华东六省与辽宁、吉林等 10 省市一线名师在精心设计、编写中，完成了一次积极的富有拓荒意义的探索。

读题与解题并重——权威诠释并巧妙落实“减负”精神

本丛书从“题”的角度，强化课堂素质教育目标的达成，无论是对题的“全析全解”还是“完全解题”，都意在导引学生在读题中参悟玄机，领略奥妙，为正确、快速解题铺平道路。读题是观摩，这就要求解题过程具有示范性、权威性；解题是由仿效走向创新的动手尝试，这就要求所设计的类型题不是对例题的简单重复。因此，**“解题思路”“规范解”“得分点”“误点剖析”**等栏目的精彩演示无疑使本丛书具有了浓郁的“减负”特色。

同步性与典型性——引导学生告别"题海",找寻登山捷径

本丛书以章节或单元、课文为序,突出随堂特点,紧扣新大纲,按新教材编写,便于同步学习;以"☆"号显示难易,以基础训练题、能力提高题、竞赛(奥林匹克)题为序循序渐进,题量科学,选题梯度合理,与学生的能力发展同步;百题选一,命题方式时代感强。

欢迎关注并参与"有奖纠错"20万元大行动

本书策划、编撰历时三年,可谓"三年磨一剑"。

适逢教育转型,大纲与教材作了重大调整。作者们的教育教学观念亟待在社会不断变化着的环境中得以提升,以期在不断的摸索中获取超前的意识与姿态。

希望在"有奖纠错"大行动中,丛书一切的差错都能得以改正,一切的不足都能得以弥补。

同步典型题1000例

全国第一套"减负型"教辅

特色何在？

以题、以练为主

——培养学生创新意识

发展综合与实践能力

读题与解题并重

——荟萃天下名题

名师无敌指点

典型题1000例

目录

第一部分 代数

第二部分　几　　何

第十三章　参数方程和极坐标

第三部分　应用题

第十四章　应用题

第四部分　高中数学总复习

典型题 1000 例

第一章

幂函数、指数函数和对数函数

▲知识概要 本章内容有:集合、子集、交集、并集、补集,映射、函数(函数的记号、定义域、值域)幂函数、函数的单调性,函数的奇偶性,反函数、互为反函数的函数图象间的关系、指数函数、对数函数、换底公式、简单的指数方程和对数方程.

▲考试要求 (1)理解集合、子集、交集、并集、补集的概念.了解空集和全集的意义,了解属于、包含、相等关系的意义,能掌握有关的术语和符号,能正确地表示一些较简单的集合.

(2)了解映射的概念,在此基础上理解函数及其有关的概念,掌握互为反函数的函数图象间的关系.

(3)理解函数的单调性和奇偶性的概念,并能判断一些简单函数的单调性和奇偶性,能利用函数的奇偶性与图象的对称性的关系描绘函数图象.

(4)掌握幂函数、指数函数、对数函数的概念及其图象和性质,并会解简单的指数方程和对数方程.

一、选择题

☆**1**. 已知集合 $M=\{1,2,a^3-a\}$,$N=\{0,a+1,3-a^2\}$,且 $M\cap N=\{0,1\}$,则实数 a 的解集是(　　).

A.$\{0\}$　　B.$\{0,1\}$　　C.$\{1\}$　　D.$\varnothing$

➡分析 $\because M\cap N=\{0,1\}$,即 $a^3-a=0$,$\therefore a=0$ 或 $a=\pm1$,分别代入 N 中知 $a=\pm1$ 不合题意,$\therefore a=0$.

➡答案 A.

☆**2**. 已知$\{1,2\}\subset M\subseteq\{1,2,3,4,5,6,7\}$,则符合条件的集合 M 的个数是( ).

A.2^7 B.2^7-1 C.2^5 D.2^5-1

➡**分析** 本题是要求集合$\{3,4,5,6,7\}$的非空子集的个数.

➡**答案** D.

☆**3**. 若 $M=\{x\mid |x-1|<2\}$,$N=\{x\mid \frac{x-2}{x}>0\}$,则 $M\cap N=($ $)$.

A.$\{x\mid -1<x<3\}$ B.$\{x\mid x<0$ 或 $x>2\}$

C.$\{x\mid -1<x<0$ 或 $2<x<3\}$ D.$\{x\mid -1<x<0\}$

➡**分析** 由$|x-1|<2$得$-1<x<3$,由$\frac{x-2}{x}>0$得 $x>2$ 或 $x<0$,不等式组$\begin{cases}x>2\\-1<x<3\end{cases}$或$\begin{cases}x<0\\-1<x<3\end{cases}$的解集即是所求的交集,于是 $M\cap N=\{x\mid -1<x<0$ 或 $2<x<3\}$.

➡**答案** C.

☆**4**. 在以下的五个写法中,(1)$\{0\}\in\{0,1,2\}$,(2)$\varnothing\subset\{0\}$,(3)$\{0,1,2\}\subseteq\{2,1,0\}$,(4)$0\in\varnothing$,(5)$0\cap\varnothing=\varnothing$,其中正确写法的个数有( ).

A.2 B.3 C.4 D.5

➡**分析** 其中(1)与(4)错在"$\in$",(5)错在元素与集合不能求交集,所以只有(2)与(3)对,选 A.

➡**答案** A.

☆**5**. 若 I,$\varnothing$表示全集和空集,又$(\overline{M}\cup N)\subset M$,则( ).

A.$\varnothing\subset M\subset N$ B.$N\subset M\subset I$ C.$N=\varnothing$ D.$M=I$ 且 $N\neq M$

➡**分析** 因为$(\overline{M}\cup N)\subset M$,,所以只能推出$\overline{M}=\varnothing$,则 $M=I$,只有当 $M\neq N$ 时,$(\overline{M}\cup N)$才是 M 的真子集,所以选 D.

➡**答案** D.

☆**6**. 设全集 $I=\{(x,y)\mid x\in R,y\in R\}$,集合 $M=\left\{(x,y)\,\middle|\,\frac{y-3}{x-2}=1\right\}$,$N=\{(x,y)\mid y\neq x+1\}$.那么$\overline{M}\cap\overline{N}$等于( ).

A. $\varnothing$ B. $\{(2,3)\}$ C. $(2,3)$ D. $\{(x,y)\mid y=x+1\}$

➡**分析** 集合 M 表示的点在直线 $y=x+1$ 上，但除去点 $(2,3)$，集合 N 表示平面内直线 $y=x+1$ 以外的所有点，根据集合的运算律 $\overline{M}\cup\overline{N}=(\overline{M\cap N})$，因为 $M\cup N$ 表示平面内除去点 $(2,3)$ 的点，所以 $(\overline{M\cup N})=\{(2,3)\}$.

➡**答案** B.

☆**7**. 若全集 $I=R$，$A=\{x\mid\sqrt{x+1}\leqslant 0\}$，$B=\{x\mid \lg(x^2-2)>\lg x\}$，则 $A\cap\overline{B}=($ $)$.

A. $\{2\}$ B. $\{-1\}$ C. $\{x\mid x\leqslant -1\}$ D. $\varnothing$

➡**分析** 集合 A 中的元素满足的条件是 $x=-1$，集合 B 中元素满足的条件是 $\begin{cases}x^2-2>0\\ x>0\\ x^2-2>x\end{cases}$ 解得 $x>2$，于是 $\overline{B}=\{x\mid x\leqslant 2\}$，所以 $A\cap\overline{B}=\{-1\}$.

➡**答案** B.

☆**8**. 已知集合 $M=\{y\mid y=x-1,x\geqslant 0\}$，$N=\left\{y\mid y=\log_{\frac{1}{2}}x,\frac{1}{2}\leqslant x\leqslant 1\right\}$，则 $($ $)$.

A. $M\cap N=\varnothing$ B. $M\cap N=M$ C. $M\cup N=R$ D. $N\subset M$

➡**分析** $\because M=\{y\mid y=x-1,x\geqslant 0\}=\{y\mid y\geqslant -1\}$，

$N=\left\{y\,\middle|\, y=\log_{\frac{1}{2}}x,\frac{1}{2}\leqslant x\leqslant 1\right\}=\{y\mid 0\leqslant y\leqslant 1\}$，淘汰 A,B,C，故选 D.

➡**答案** D.

☆**9**. 若集合 $M=\{y\mid y=2^x,x\in R\}$，$N=\{y\mid y=x^2,x\in R\}$，则 $($ $)$.

A. $M\cap N=\{2,4\}$ B. $M\cap N=\{4,16\}$ C. $M\supset N$ D. $N\supset M$

➡**分析** $M=\{y\mid y=2^x,x\in R\}=\{y\mid y>0\}$ $N=\{y\mid y=x^2,x\in R\}=\{y\mid y\geqslant 0\}$，淘汰 A,B,C，故选 D.

➡**答案** D.

☆**10**. 集合 $M=\{(x,y)\mid x+y=1\}$，对 M 中的任何一个元素 (x,y)，在法则

f的作用下与$(2^x,2^y)$对应，则在f作用下，M中元素象的集合是(　　).

A. $\{(x,y)\mid x+y=2,x>0,y>0\}$　　B. $\{(x,y)\mid xy=1,x>0,y>0\}$

C. $\{(x,y)\mid xy=2,x<0,y<0\}$　　D. $\{(x,y)\mid xy=2,x>0,y>0\}$

➡**分析**　设M中的元素(x,y)在f作用下的象是(a,b)，则$a=2^x,b=2^y$，所以$a\cdot b=2^x\cdot 2^y=2^{x+y}=2$，又$a=2^x>0,b=2^y>0$，因此$M$中任何一个元素$(x,y)$的象的集合是$\{(a,b)\mid ab=2,a>0,b>0\}$，即$\{(x,y)\mid xy=2,x>0,y>0\}$.

➡**答案**　D.

☆**11**. 函数$f(x)=3^{-x^2+2}(x<0)$的反函数$f^{-1}(x)$是(　　).

A. $f^{-1}(x)=\sqrt{2-\log_3 x}\,(0<x\leqslant 9)$

B. $f^{-1}(x)=\sqrt{2-\log_3 x}\,(0<x<9)$

C. $f^{-1}(x)=-\sqrt{2-\log_3 x}\,(0<x\leqslant 9)$

D. $f^{-1}(x)=-\sqrt{2-\log_3 x}\,(0<x<9)$

➡**分析**　函数$f(x)=3^{-x^2+2}$的定义域为$(-\infty,0)$，值域为$(0,9)$，求$f(x)$的反函数$f^{-1}(x)=-\sqrt{2-\log_3 x}\,(0<x<9)$.

➡**答案**　D.

☆**12**. 若函数$y=f(x)$存在反函数，则方程$f(x)=c$(c为常数)(　　).

A. 有且只有一个实根　　B. 至少有一个实根

C. 至多有一个实根　　D. 没有实根

➡**分析**　因为只有单调函数才有反函数，所以它的反函数也是单调函数，因此反函数的图象若与x轴有交点，最多只能有一个，所以选C.

➡**答案**　C.

☆**13**. 下列函数中，值域是$(0,+\infty)$的是(　　).

A. $f(x)=x^2-x+1$　　B. $f(x)=\left(\frac{1}{5}\right)^{1-x}$

C. $f(x)=3x^2-x+1$　　D. $f(x)=|\log_2 x^2|$

➡分析 A 中 $f(x)=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}\geqslant\frac{3}{4}$，C 中 $f(x)=3\left(x-\frac{1}{6}\right)^2+\frac{11}{12}\geqslant\frac{11}{12}$，D 中 $f(x)\geqslant0$，所以选 B.

➡答案 B.

☆**14**. 函数 $f(x)=\sqrt{1-x^2}-\sqrt{x^2-1}$ 的定义域是（ ）.

A. $\{x\mid -1\leqslant x\leqslant1\}$　　B. $\{x\mid x\leqslant -1$ 或 $x\geqslant1\}$

C. $\{x\mid 0\leqslant x\leqslant1\}$　　D. $\{-1,1\}$

➡分析 复合函数的定义域应是各个函数定义域的公共部分，即求不等式组 $\begin{cases}1-x^2\geqslant0\\x^2-1\geqslant0\end{cases}$ 解得 $x=\pm1$，所以选 D.

➡答案 D.

☆**15**. 函数 $f(x)=\frac{1}{3^x-1}+\frac{1}{2}$ 是（ ）.

A. 奇函数　　B. 偶函数

C. 既奇又偶函数　　D. 非奇非偶函数

➡分析 函数的定义域是 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，由 $f(-x)=\frac{1}{3^{-x}-1}+\frac{1}{2}=\frac{3^x}{1-3^x}+\frac{1}{2}=\frac{-(1-3^x)+1}{1-3x}+\frac{1}{2}=-1+\frac{1}{1-3^x}+\frac{1}{2}=-\left(\frac{1}{3^x-1}+\frac{1}{2}\right)$ $=-f(x)$，即 $f(x)$ 为奇函数，又 $f(-x)\neq f(x)$，故选 A.

➡答案 A.

☆**16**. 设 $x^2=\log_{\frac{1}{2}}x$，$y^{-\frac{2}{3}}=\log_2(y+1)$，$2^{-z}=(z-1)^{\frac{1}{3}}$，则下列关系中正确的是（ ）.

A. $z<y<x$　　B. $x<y<z$　　C. $x<z<y$　　D. $y<x<z$

➡分析 在同一坐标系内作 $f(x)=x^2$ 与 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}x$ 的图象，若想使方程 $x^2=\log_{\frac{1}{2}}x$ 有解，则其图象必有交点，所以 $x\in(0,1)$.

在同一坐标系内作 $f(y)=\log_2(y+1)$ 与 $f(z)=y^z$ 的图象，若想使方程 $\log_2(y+1)=y^{-\frac{3}{2}}$ 有解，则其图象必有交点，交点的坐标为 $(1,1)$，所以

$y=1$.

在同一坐标系内作函数 $f(z)=(z-1)^{\frac{1}{3}}$ 与 $f(x)=2^{-x}$ 的图象，对于 $f(z)=(z-1)^{\frac{1}{3}}$ 来说，当 $z\in(1,+\infty)$ 时，$f(z)>0$，又 $2^{-z}>0$，若想使方程 $(z-1)^{\frac{1}{3}}=2^{-z}$ 有解，则 z 必须大于 1，所以有 $0<x<1=y<z$，故选 B.

➡答案 B.

☆**17**. 函数 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(2x^2-3x+1)$ 的单调递增区间是（　　）.

A. $\left[\frac{3}{4},+\infty\right)$　　B. $(1,+\infty)$　　C. $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right)$　　D. $\left(-\infty,\frac{3}{4}\right)$

➡分析 复合函数的增减性取决于内外函数的增减性，当内外函数的增减性相同时，为增函数，相异时为减函数，又要注意到函数的单调区间必是定义域的子区间. 函数 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(2x^2-3x+1)$ 的定义域为 $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right)\cup(1,+\infty)$，当 $x\in\left(-\infty,\frac{1}{2}\right)$ 时，$u=2x^2-3x+1=2\left(x-\frac{3}{4}\right)^2-\frac{1}{8}$ 是减函数，$\log_{\frac{1}{2}}u$ 也是减函数，所以原函数的递增区间是 $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right)$.

➡答案 C.

☆**18**. 设有三个函数：第一个函数是 $y=f(x)$，它的反函数是第二个函数，而第三个函数的图象与第二个函数的图象关于原点对称，那么第三个函数的解析式是（　　）.

A. $y=-f(x)$　B. $y=f^{-1}(-x)$　C. $y=-f^{-1}(x)$　D. $y=-f^{-1}(-x)$

➡分析 第二个函数是 $y=f^{-1}(x)$，因为第三个函数与第二个函数关于坐标原点对称，以 $(-x,-y)$ 代入 $y=f^{-1}(x)$ 中，得到 $-y=f^{-1}(-x)$，即第三个函数是 $y=-f^{-1}(-x)$.

➡答案 D.

☆**19**. 已知函数 $f(x)=a^x-(b+2)(a>0$ 且 $a\neq1)$ 的图象不在二、四象限，则实数 a,b 的取值范围是（　　）.

A. $a>1, b=-1$　　B. $0<a<1, b=-1$

C. $a>1, b=-2$　　D. $0<a<1, b=-2$

➡**分析**　当 $a\in(0,1)$时,无论 $b+2$ 为何值,它的图象必出现在第二象限,所以淘汰 B,D. 当 $a\in(1,+\infty)$时,它的图象必出现在第一象限,当将 $y=a^x(a>1)$的图象向下平移一个单位时,图象将通过原点,出现在一、三象限,所以有 $b+2=1$,即 $b=-1$,故选 A.

➡**答案**　A.

☆**20**. 下列关系式中正确的是(　　).

A. $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}}<\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{2}{3}}<\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$　　B. $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}<\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}}<\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{2}{3}}$

C. $\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{2}{3}}<\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}<\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}}$　　D. $\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{2}{3}}<\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}}<\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$

➡**分析**　首先应用幂函数增减性得到:$\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{2}{3}}<\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}}$,再应用指数函数的增减性得到$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}}<\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$,故有$\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{2}{3}}<\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}}<\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$.

➡**答案**　D.

☆**21**. 方程 $2^{\log_3 x}=\frac{1}{4}$的解是(　　).

A. $\frac{1}{9}$　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　C. $\sqrt{3}$　D. 9

➡**分析**　由原方程解得 $\log_3 x=-2$,即 $x=\frac{1}{9}$.

➡**答案**　A.

☆**22**. 下列关于幂函数的命题中,其中假命题的是(　　).

A. 幂函数的图象都过(1,1)点

B. 幂函数的图象不可能出现在第四象限

C. 若幂函数 $y=x^n(n<0)$是奇函数,则 $y=x^n$ 在其定义域内一定是减函数

D. 若幂函数的图象经过坐标原点,那么一定有 $n>0$

➡**分析** $y=x^n(n<0)$是奇函数，则它的定义域是$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，图象在整个定义域内不是连续，所以不能说在其定义域内是减函数.

➡**答案** C.

☆**23**. 对于定义是 R 的任何奇函数$f(x)$都有(　　).

A. $f(x)-f(-x)>0$　　B. $f(x)-f(-x)\leqslant 0$

C. $f(x)\cdot f(-x)\leqslant 0$　　D. $f(x)\cdot f(-x)>0$

➡**分析** 若$f(x)$是奇函数，则有

$f(x)\cdot f(-x)=-[f(x)]^2\leqslant 0$.

➡**答案** C.

☆**24**. 已知函数 $f(x)=\log_a x(a>0$ 且 $a\neq 1)$，则与 $f(x)$的图象关于原点对称的函数解析式是(　　).

A. $y=a^x$　　B. $y=\log_a(-x)$

C. $y=-\log_a x$　　D. $y=-\log_a(-x)$

➡**分析** 用$-x$与$-y$代替原式中x,y，即可求得.

➡**答案** D.

☆**25**. 若函数 $f(x)=x^2\cdot \lg a-2x+1$ 的图象与 x 轴有两个交点，则实数 a 的取值范围是(　　).

A. $0<a<10$　　B. $1<a<10$

C. $0<a<1$　　D. $0<a<1$ 或 $1<a<10$

➡**分析** 若函数图象与 x 轴有两个交点，则有 $\lg a\neq 0$，得 $0<a\neq 1$，且 $\Delta>0$，即 $4-4\lg a>0$，得 $0<a<10$，所以 $0<a<1$ 或 $1<a<10$.

➡**答案** D.

☆**26**. 设全集 $I=R$，集合 $M=\{x\mid\sqrt{x^2}>2\}$，$N=\{x\mid\log_x 7>\log_3 7\}$，那么 $M\cap\overline{N}=$(　　).

A. $\{x\mid x<-2\}$　　B. $\{x\mid x<-2$ 或 $x\geqslant 3\}$

C. $\{x\mid x\geqslant 3\}$　　D. $\{x\mid -2\leqslant x<3\}$

➡**分析** 由已知条件可得 $M=\{x\mid x>2$ 或 $x<-2\}$，$N=\{x\mid 1<x<3\}$，于