

高等学校教材

激光实验方法

马祖光 主编



上海科学技术出版社

高等学校教材

激光实验方法

马祖光 主编

上海科学技术出版社出版

(上海瑞金二路 450 号)

商务印书馆上海发行所发行 商务印书馆上海印刷厂印刷

开本 787×1092 1/16 印张 18.75 字数 325,000

1987 年 6 月第 1 版 1987 年 6 月第 1 次印刷

印数: 1—1,100

ISBN 7-5323-0012-9/TN·1

统一书号: 15119·2556 定价: 2.30 元

出版说明

根据国务院关于高等学校教材工作分工的规定,我部承担了全国高等学校工科电子类专业课教材的编审、出版的组织工作。从一九七七年底到一九八二年初,由于各有关院校,特别是参与编审工作的广大教师的努力和有关出版社的紧密配合,共编审出版了教材 159 种。

为了使工科电子类专业教材能更好地适应社会主义现代化建设培养人才的需要,反映国内外电子科学技术水平,达到“打好基础、精选内容、逐步更新、利于教学”的要求,在总结第一轮教材编审出版工作经验的基础上,电子工业部于一九八二年先后成立了高等学校《无线电技术与信息系统》、《电磁场与微波技术》、《电子材料与固体器件》、《电子物理与器件》、《电子机械》、《计算机与自动控制》、中等专业学校《电子类专业》、《电子机械类专业》共八个教材编审委员会,作为教材工作方面的一个经常性的业务指导机构。并制定了一九八二~一九八五年教材编审出版规划,列入规划的教材、教学参考书、实验指导书等共 217 种选题。在努力提高教材质量,适当增加教材品种的思想指导下,这一批教材的编审工作由编审委员会直接组织进行。

这一批教材的书稿,主要是从通过教学实践、师生反映较好的讲义中评选择优和第一轮较好的教材中修编产生出来的。广大编审者,各编审委员会和有关出版社都为保证和提高教材质量作出了努力。

这一批教材,分别由电子工业出版社、国防工业出版社、上海科学技术出版社、西北电讯工程学院出版社、湖南科学技术出版社、江苏科学技术出版社、黑龙江科学技术出版社和天津科学技术出版社承担出版工作。

限于水平和经验,这一批教材的编审出版工作肯定还会有许多缺点和不足之处,希望使用教材的单位、广大教师和同学积极提出批评建议,共同为提高工科电子类专业教材的质量而努力。

电子工业部教材办公室

前 言

本教材系由电子物理与器件教材编审委员会激光与红外编审小组评选审定,并推荐出版。

该教材由哈尔滨工业大学马祖光担任主编,华中工学院兰信钜担任主审。编审者均依据激光与红外编审小组审定的编写大纲进行编写和审阅的。

本课程的参考教学时数为 60 学时,其主要内容为介绍有关光吸收、发射和散射等基本概念及有关探测器和常用光学仪器的原理和特性。要求学生理解光辐射探测的物理过程,熟悉光辐射探测系统,掌握选用仪器的原则。在本课程内讨论几种常用的激光参量测量原理和方法。要求学生掌握实验研究的原则和指导思想,并根据具体要求提出实验方案。使用本教材时应注意到本课程的先行课程为电子学、物理光学、激光原理与激光技术。

本教材由哈尔滨工业大学高惠德编写第一、八、九章,南京工学院罗宗南编写第二、三、四章,华中工学院刘耀兰编写第五、六、七章,哈尔滨工业大学赵砚石编写第十、十一、十二章。由马祖光统编全稿。南京工学院魏先任教授给予大力支持和指导,并为本书提出许多宝贵意见,这里表示诚挚的感谢。

本书是国内激光实验教材的初次尝试,由于编者水平有限,书中难免还存在一些缺点和错误,殷切希望广大读者批评指正。

编 者

目 录

出版说明

前言

第1章 激光辐射探测	1	第7章 激光束空间分布测量	118
§ 1-1 光和物质相互作用及量子起伏	1	§ 7-1 引言	118
§ 1-2 探测噪声	4	§ 7-2 激光束的空间分布	119
§ 1-3 光度学量与辐射度学量	7	§ 7-3 激光光斑尺寸的测定	123
§ 1-4 实验误差和数据处理	9	§ 7-4 激光束束散角的测量	127
第2章 光辐射探测器	20	§ 7-5 激光束的横模观测	133
§ 2-1 概述	20	第8章 激光波长、线宽和时间相干性	
§ 2-2 热探测器	22	测量	137
§ 2-3 光电发射探测器	26	§ 8-1 引言	137
§ 2-4 光电导探测器	29	§ 8-2 摄谱法测量波长	138
§ 2-5 光电二极管与光电池	32	§ 8-3 干涉法测量波长	139
§ 2-6 光子牵引探测器	37	§ 8-4 线宽与相干时间测量	145
§ 2-7 探测器的使用	38	第9章 能级荧光寿命和粒子数集居	
第3章 光谱仪器	40	密度的测量	151
§ 3-1 摄谱仪和单色仪	40	§ 9-1 引言	151
§ 3-2 干涉光谱仪	50	§ 9-2 能级荧光寿命的测定	152
§ 3-3 光多道分析仪(OMA 系统)	59	§ 9-3 粒子集居数密度的测定	158
第4章 微弱信号的检测	63	§ 9-4 吸收系数的测定	159
§ 4-1 信号平均技术	63	第10章 增益及其测量	161
§ 4-2 锁定(相)放大器	70	§ 10-1 增益参量	161
§ 4-3 光子计数器	75	§ 10-2 增益系数的测量方法	163
§ 4-4 小结	81	§ 10-3 各种损耗的测量	176
第5章 激光脉冲波形测量	82	第11章 频率稳定性及其测量	182
§ 5-1 引言	82	§ 11-1 激光频率稳定性的概念	182
§ 5-2 脉冲波形观测	83	§ 11-2 激光器频率变化的因素及稳定	
§ 5-3 超短脉冲测量	93	度极限	183
第6章 激光能量与功率测量	102	§ 11-3 波长稳定度的绝对测量	185
§ 6-1 引言	102	§ 11-4 频率稳定度的相对测量	188
§ 6-2 激光能量测量	103	第12章 激光器噪声测量	195
§ 6-3 峰值功率的测定	108	§ 12-1 噪声特性描述方法及激光噪声	195
§ 6-4 连续功率测量	109	§ 12-2 自发辐射噪声及其测量	198
§ 6-5 激光功率与能量测量的若干问题	110	§ 12-3 激光等离子体噪声的测量	205
		§ 12-4 模拍频噪声及其测量	207
		参考文献	209

第 1 章

激 光 辐 射 探 测

§ 1-1 光和物质相互作用及量子起伏

1. 光和物质相互作用 光和物质相互作用是激光辐射探测的基础,我们先简述几个基本概念。

由于光和物质相互作用,使得原子在光波场作用下状态发生变化,并同时伴随光波场减弱或放大,此物理过程含有单原子对光的吸收或发射作用。

光的吸收或发射,可采用量子力学微扰理论计算,导出单原子产生光吸收和光发射的规律。只有光波频率 ν , 满足玻尔(Bohr)频率条件

$$\nu_{mk} = (\varepsilon_m - \varepsilon_k)/h$$

时,则原子对光产生显著地吸收或发射。

原子体系对光波场除产生吸收或发射之外,还能对光波场产生各种散射,这些散射分为弹性散射和非弹性散射。

原子对光波场的一种弹性散射,其特点是散射光频率不发生变化,且散射光的强度正比于 λ^{-4} (λ 为入射光波长),此散射称为瑞利(Rayleigh)散射。

拉曼(Raman)散射是一种非弹性散射,即光波场被原子散射的光频率发生变化。频率低于入射光频率的散射光称为斯托克斯(Stokes)谱线,频率高于入射光频率的散射光称为反斯托克斯(Antistokes)谱线。

布里渊(Brillouin)散射也是一种非弹性散射。入射光波场与介质内感生声波场相互作用而产生的一种光的散射称为布里渊散射。其特点散射光的频率相对于入射光的频率发生变化,并且这种变化的大小与散射角、感生声波场的特性有关。

上述只介绍了光和单原子相互作用引起的吸收、发射和散射的几个概念。对于光和大量原子体系相互作用规律,是通过研究增益、吸收及损耗等特性来描述的,并能导出光和单原子相互作用及光和体系相互作用之间的内在联系的规律。可参看激光物理等书籍。

2. 光量子起伏 根据量子理论,光是由大量光子所组成。大量的光子集合,应遵循量子统计规律,由于光子自旋量子数为正整数,故光子集合服从玻色-爱因斯坦(Bose-Einstein)统计规律。

(1) 光子简并度 根据量子统计观点,组成光辐射的大量光子将分别处于不同的光子统计状态。处于不同状态的光子,它们按一定特征(如能量、动量坐标等)加以区分。而处于同一状态的光子,根据微观粒子的全同性原理,则是不可区分的。这样,光子集合就可用它们所占据的空间区域和动量的可能取值范围来描述。

设在空间范围 V 内,有一光子束,频率处于 $\nu \sim \nu + \Delta\nu$ 区间,束散角为 $\Delta\Omega$, 光束截面为 ΔS ,则在垂直于光束传播方向 ΔS 的截面内,在 Δt 时间间隔,此光子束传播所占据的空间应有

$$V = c \Delta S \Delta t$$

又据光场相干理论, $\lambda/\Delta\Omega = \Delta S_{\text{coh}}$ 为相干截面, $1/\Delta\nu = \Delta t_{\text{coh}}$ 为相干时间, $c\Delta t_{\text{coh}}$ 为纵向相干长度, 则很易证明, 在 Δt 时间间隔内通过 ΔS 截面的光子状态数为

$$\zeta = 2 \cdot \frac{\Delta S \Delta t c}{\Delta S_{\text{coh}} L_{\text{coh}}} = \frac{V}{V_{\text{coh}}} \quad (1-1)$$

由于此比值等于光子的状态数, 故可认为相干体积范围内的光子是处于同一状态。处于同一状态内的平均光子数称为光子简并度。

若准平行单色光束的截面 ΔS , 束散角 $\Delta\Omega$, 频宽 $\Delta\nu$, 其平均功率为 P , 则 Δt 时间间隔内通过 ΔS 截面内总光子数为

$$n_{\text{tot}} = \frac{P \Delta t}{h\nu} \quad (1-2)$$

由此得不同状态下算得的平均光子简并度为

$$\bar{n} = \frac{n_{\text{tot}}}{\zeta} \quad (1-3)$$

进而可得

$$\bar{n} = P / \left(2 \frac{h\nu}{\lambda^2} \Delta\nu \Delta\Omega \Delta S \right) \quad (1-4)$$

令式中

$$B = P / (\Delta\nu \Delta S \Delta\Omega) \quad (1-5)$$

此式正是光度学中光辐射单色光亮度, 即 B 为光通过单位截面单位立体角及单位频宽的光功率。则光子简并度可改写为

$$\bar{n} = \frac{\lambda^2}{2h\nu} B \quad (1-6)$$

由此可见, 在给定频率或波长的光辐射, 光子简并度与单色亮度成正比。

若光子集合由 ζ 个状态所组成, 每个状态的光子简并度为 $\bar{n}_j$, 则光子总数为

$$n_{\text{tot}} = \sum_{j=1}^{\zeta} \bar{n}_j$$

例如: 当温度 $T = 300 \text{ K}$ 时, 光波长 $\lambda = 1 \mu\text{m}$, 则光子平均简并度 $\bar{n} \approx 10^{-18}$, 而当 $T = 3000 \text{ K}$ 时, $\bar{n} \approx 10^{-2}$ 。激光的光子简并度可有 $\bar{n} \approx 10^{20}$ 以上的相干光子。

(2) 光子系统热平衡辐射分布——黑体辐射定律 已知光子集合遵循玻色-爱因斯坦统计规律。当考虑的大量光子集合处于热平衡时, 则其分布为最可几分布, 即

$$n(\nu) = \frac{\zeta \nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (1-7)$$

由式(1-7)可导出单位体积内分布同一频率间隔的光子能量为

$$\rho(\nu) d\nu = \frac{8\pi}{c^3} \frac{h\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu \quad (1-8)$$

式中

$$\rho(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (1-9)$$

表示单位体积、在频率 ν 附近单位频率间隔内的辐射能量称为辐射场的能量密度的频谱分布函数, 也称为普朗克(Planck)公式或黑体辐射定律。

(3) 爱因斯坦系数间的关系 体系中原子可能发生发射和吸收辐射的三个基本跃迁过程。第一, 在能级 ε_j 上的原子可以自发辐射, 并跃迁到 ε_i 能级, 若单位时间内每个原子发生自发辐射跃迁的几率为 A_{ji} , 则单位时间内自发辐射跃迁的原子数为 $N_j A_{ji}$ 。其次, 在能级 ε_i 上的原子, 可以吸收辐射后跃迁到能级 ε_j , 则单位时间内进行吸收跃迁的原子数为 $B_{ij} N_i \rho(\nu)$ 。第三, 辐射也可以引起受激辐射跃迁, 使原子由能级 ε_j 跃迁至 ε_i 能级, 并同时发生辐射, 其单位时间内发生受激辐射跃迁的原子数可为 $B_{ji} N_j \rho(\nu)$ 。其中 $\rho(\nu)$ 为辐射场的能量密度的频谱分布函数, A_{ji} 为自发辐射系数, B_{ji} , B_{ij} 为受激辐射和受激吸收系数, $B_{ji}\rho(\nu)$ 和 $B_{ij}\rho(\nu)$ 为受激辐射和受激吸收单位时间跃迁几率, 如图 1-1 所示。

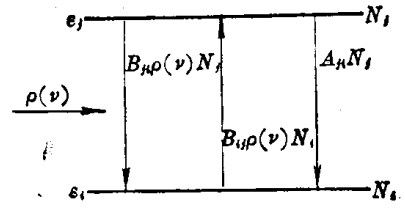


图 1-1 跃迁三种过程示意

在平衡条件下, 可得

$$B_{ji} = B_{ij} \quad (1-10)$$

$$A_{ji} = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} B_{ji} \quad (1-11)$$

当 i 与 j 能级统计权重不相等时, 则有

$$B_{ji} = \frac{g_j}{g_i} B_{ij} \quad (1-12)$$

式中 g_i , g_j 分别为 i , j 能级的统计权重。

(4) 光子系统的起伏 前面介绍了光子集合处于热平衡时的分布规律。而对于任何实际光子集合, 皆存在一定程度上自发地偏离平衡态分布的几率, 此现象称为光子集合的起伏。即是说, 描述系统统计行为的宏观物理量不总是等于其平均值, 而不可避免地在平均值附近发生一定程度的起伏变化。

根据热力学理论, 系统在达到平衡状态时, 系统的熵取极大值 S_0 , 若此时系统的统计权重为 r_0 , 则有

$$S_0 = k \ln r_0$$

式中, k 为玻耳兹曼 (Boltzman) 常量。当系统偏离平衡状态时, 其熵值取为 S , 此时系统的统计权重为 r , 则有

$$S = k \ln r$$

考虑到熵随统计权重 r 单调变化, 且熵在平衡状态时取极大值, 从而可把偏离平衡状态的几率定义为

$$W(\Delta S) = A \frac{r}{r_0} = A e^{\frac{S-S_0}{k}} \quad (1-13)$$

式中, $W(\Delta S)$ 为系统偏离平衡状态并且熵的偏差量为 $\Delta S = S - S_0$ 的几率; A 为待定系数。

假定熵是某一态参量 x 的函数, 且系统围绕平衡态存在微小起伏, 则将熵的差值 $\Delta S = S - S_0$ 展为 $\Delta x = x - x_0$ 的台劳 (Taylor) 级数, 只取二级无穷小项, 即

$$S - S_0 = S(x) - S(x_0) = \Delta x S'(x_0) + (\Delta x)^2 \frac{S''(x_0)}{2}$$

则式 (1-13) 可改写为

$$W(\Delta S) = A e^{-\frac{\alpha}{2} (\Delta x)^2} \quad (1-14)$$

式中, $\alpha = -S''(x_0)/k = -\frac{1}{k} \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} \Big|_{x_0}$, $A^{-1} = \sqrt{\frac{2\pi}{\alpha}}$ 。为了简便起见, 令 $\xi = \Delta x$, 因此当 ξ 处于间隔 $\xi - \xi + \Delta\xi$ 内的几率为

$$W(\xi) d\xi = \sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}} e^{-\frac{\alpha}{2}\xi^2} d\xi$$

ξ 的均方起伏为

$$\xi^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \xi^2 W(\xi) d\xi = \frac{1}{\alpha} \quad (1-15)$$

于是, 分配函数

$$W(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\xi^2}} e^{-\frac{\xi^2}{2\xi^2}} \quad (1-16)$$

此即是高斯(Gauss)分配律。

将上述结论用所要考虑的光子集合。假定按足够小的频率间隔或动量间隔将整个系统划分为若干子群, 其中第 l 个子群的熵为

$$S_l = k \left[\zeta_l \ln \left(1 + \frac{n_l}{\zeta_l} \right) + n_l \ln \left(1 + \frac{\zeta_l}{n_l} \right) \right] \quad (1-17)$$

式中, n_l 为群的光子数, ζ_l 为该群内光子所能处于的状态数。

这样, 用式(1-15)就可求得第 l 子群内光子数的均方起伏为

$$\overline{(\Delta n_l)^2} = \overline{(n_l - \bar{n}_l)^2} = -\frac{k}{S_l''(\bar{n}_l)} = \bar{n}_l \left(1 + \frac{\bar{n}_l}{\zeta_l} \right) = \zeta_l \left[\frac{\bar{n}_l}{\zeta_l} + \left(\frac{\bar{n}_l}{\zeta_l} \right)^2 \right] \quad (1-18)$$

式中, $\frac{\bar{n}_l}{\zeta_l}$ 为第 l 子群在热平衡状态下平均光子简并度。

同理, 可导出辐射场能量的均方起伏为

$$\overline{(\Delta \varepsilon_{d\nu})^2} = \hbar \nu \overline{(\Delta n_l)^2} = \hbar \nu \varepsilon_{d\nu} + \frac{c^3}{8\pi \nu^3 d\nu V} (\varepsilon_{d\nu})^2 \quad (1-19)$$

式中, $\varepsilon_{d\nu}$ 由平衡态的普朗克公式确定。

由公式(1-18)还可导出每个状态内光子数均方起伏为

$$\frac{\overline{(\Delta n_l)^2}}{\zeta_l} = \frac{\bar{n}_l}{\zeta_l} + \left(\frac{\bar{n}_l}{\zeta_l} \right)^2 \quad (1-20)$$

由(1-18)、(1-19)和(1-20)三式可见, 当光子简并度 $\frac{\bar{n}_l}{\zeta_l} \ll 1$ 时, 式(1-18)、(1-19)和(1-20)中第二项可忽略, 仅第一项起主导作用, 此时光子集合的起伏行为表现为经典粒子性起伏; 反之, 当 $\frac{\bar{n}_l}{\zeta_l} \gg 1$ 时, 上三式中第一项可忽略, 第二项起主要作用, 则光子集合的起伏行为表现为经典电磁场的起伏行为。

§ 1-2 探 测 噪 声

本节主要介绍光辐射探测噪声的几个主要物理过程。其一, 约翰逊(Johnson)噪声是由热扰动电荷载体产生的功率噪声; 其二, 散粒噪声是由于光辐射作用下被辐照体产生电子的随机过程而引起的噪声; 其三, 产生在低频段的 $1/f$ 噪声。

噪声在光辐射探测过程中有时影响较大。例如, 在光功率测量中它限制了最小可探测光功率; 对激光振荡噪声造成线宽加宽, 又明显地限制了激光光束的相干时间; 还有在光通

信系统中由于噪声的存在有时出现误动作等等。因而,需要研究噪声,设法减小它的影响。

1. 噪声功率对被探测光辐射的限制 假定被测量的光辐射场信号为

$$v_s = V_s \cos \omega t \quad (1-21)$$

同时出现的噪声场为 $v_N(t)$, 将它分解为与信号同向分量和正交分量之和, 即

$$v_N(t) = V_{Nc}(t) \cos \omega t + V_{Ns}(t) \sin \omega t \quad (1-22)$$

式中, $V_{Nc}(t)$ 、 $V_{Ns}(t)$ 与 $e^{i\omega t}$ 相比为慢变化, 且为无规则任意值, 彼此不相关的量。信号与噪声的合成场为

$$v(t) = v_s(t) + v_N(t)$$

也可写成

$$v(t) = \operatorname{Re}\{[V_s + V_{Nc}(t) - iV_{Ns}(t)]e^{i\omega t}\} \equiv \operatorname{Re}\{V(t)e^{i\omega t}\} \quad (1-23)$$

对光探测的大多数情况是考虑由大量独立的偶然事件形成的噪声源。在此情况下据统计理论的中心极限定理, 得 $V_{Nc}(t)$ 在 t 时刻 $V_{Nc} \sim V_{Nc} + dV_{Nc}$ 之间的几率函数为高斯形式, 即

$$W(V_{Nc})dV_{Nc} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{V_{Nc}^2}{2\sigma^2}\right)dV_{Nc} \quad (1-24)$$

同理, 分量 V_{Ns} 也有类似表达式。式(1-24)中 $W(V_{Nc})$ 应满足

$$\int_{-\infty}^{\infty} W(V_{Nc})dV_{Nc} = 1 \quad (1-25)$$

可导出 V_{Nc} 对系综的平均值应为零, 而 V_{Nc} 的均方值为

$$\bar{V}_{Nc}^2 (= \bar{V}_{Ns}^2) = \int_{-\infty}^{\infty} V_{Nc}^2 W(V_{Nc})dV_{Nc} = \sigma^2 \quad (1-26)$$

合成场的功率为

$$p(t) = [V(t)e^{i\omega t}][V^*(t)e^{-i\omega t}] = V_s^2 + 2V_s V_{Nc} + V_{Nc}^2 + V_{Ns}^2 \quad (1-27)$$

则 $p(t)$ 对系综取平均值为

$$\bar{p} = \overline{p(t)} = V_s^2 + \bar{V}_{Nc}^2 + \bar{V}_{Ns}^2 = V_s^2 + 2\sigma^2 \quad (1-28)$$

式中, 利用了 $\bar{V}_{Nc} = 0$ 和式(1-26)。由式(1-28)看出, 随机量 V_{Nc} 和 V_{Ns} 使得 $p(t)$ 具有起伏的特性。因此, 其测量的偏差可用均方偏差来描述

$$\Delta p = \{\overline{[p(t) - \bar{p}]^2}\}^{1/2} \quad (1-29)$$

也可写为

$$\Delta p = [4V_s^2 \bar{V}_{Nc}^2 + 2\bar{V}_{Nc}^4 - 2\bar{V}_{Ns}^2 \bar{V}_{Nc}^2]^{1/2}$$

式中, $\bar{V}_{Nc}^4 = \sigma^4$, $\bar{V}_{Nc}^2 = \bar{V}_{Ns}^2 = \sigma^2$, 则

$$\Delta p = 2\sigma(V_s^2 + \sigma^2)^{1/2} = 2\sigma(p_s + \sigma^2)^{1/2} \quad (1-30)$$

式中, $p_s = V_s^2$ 。

这样, 就可求出存在噪声时可能被探测的最小信号功率。假若信号的均方偏差 Δp 等于信号功率 p_s , 则此 p_s 为可探测的最小信号功率 p_{limit} 即由

$$p_{\text{limit}} = 2\sigma(p_{\text{limit}} + \sigma^2)^{1/2}$$

得

$$p_{\text{limit}} = 2\sigma^2(1 + \sqrt{2}) = p_N(1 + \sqrt{2}) \quad (1-31)$$

式中, $p_N = 2\sigma^2 = \bar{V}_{Nc}^2 + \bar{V}_{Ns}^2$ 。由式(1-31)得出最小可探测信号功率等于噪声功率的 2.414 倍。

2. 谱密度函数 实函数 $v(t)$ 的富里埃(Fourier)变换 $V(\omega)$ 为

$$V(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} v(t)e^{-i\omega t} dt \quad (1-32)$$

和

$$v(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} V(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (1-33)$$

假若测量的时间不是无限长,而是在有限时间间隔 T 内进行,则有

$$V_T(\omega) = \int_{-T/2}^{+T/2} v(t) e^{-i\omega t} dt \quad (1-34)$$

又因为 $v(t)$ 是实函数,所以有

$$V_T(\omega) = V_T^*(-\omega) \quad (1-35)$$

此时间间隔 T 称为系统的分辨率或系统的积分时间范围。

这样与 $v(t)$ 相联系的平均功率 p 为

$$p = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} v^2(t) dt = \frac{1}{2\pi T} \int_{-T/2}^{+T/2} \left\{ v(t) \left[\int_{-\infty}^{\infty} V_T(\omega) e^{i\omega t} d\omega \right] \right\} dt$$

变换积分顺序得

$$p = \frac{1}{2\pi T} \int_{-\infty}^{\infty} |V_T(\omega)|^2 d\omega \quad (1-36)$$

定义 $v(t)$ 的谱密度函数为

$$W_T(\omega) = \frac{|V_T(\omega)|^2}{\pi T} \quad (1-37)$$

式(1-37)表示与 $v(t)$ 相联系的频率 ω 附近单位频率间隔内的平均功率。

例如,若一真空光电二极管输出一电流脉冲 $i(t)$, 求其谱密度函数。

$$\int_{-\tau/2}^{+\tau/2} i(t) e^{-i\omega t} dt = \int_{-\tau/2}^{+\tau/2} e \frac{v_0}{d} e^{-i\omega t} dt = e \frac{\sin\left(\omega \frac{\tau}{2}\right)}{\omega \tau/2} = V_T(\omega)$$

式中, v_0 自由电子速度, d 为自由电子自由运行距离, 自由电子运动 d 距离所需的时间 τ 。当 $\tau \rightarrow 0$ 时, 由上式导出

$$W_T(\omega) = \frac{e^2}{\pi T} \quad (1-38)$$

此式表示了在探测光子的过程中, 产生一个电流脉冲, 此脉冲按谱密度函数展宽为一频带。

若考虑的是由大量单独事件 $v(t-t_i)$ 中, 发生在随机时刻 t_i , 依赖于时间的随机变量为 $v'(t)$ 。 $v'(t)$ 在周期 T 内所观测量为 $v'_T(t)$, 有

$$v'_T(t) = \sum_{i=1}^{N_T} v(t-t_i) \quad 0 \leq t \leq T \quad (1-39)$$

式中, N_T 在 T 时间间隔内发生事件总次数, $N_T = T\bar{N}$, 则 $v'(t)$ 函数的谱密度函数为

$$W(\omega) = \bar{N} |V(\omega)|^2 / \pi \quad (1-40)$$

在实际中, 常用谱密度函数 $W(\nu)$, 则在 $\nu \sim \nu + d\nu$ 区间平均功率为 $W(\nu) d\nu$, 由于

$$W(\nu) d\nu = W(\omega) d\omega,$$

则有

$$W(\nu) = 2\bar{N} |V(2\pi\nu)|^2 \quad (1-41)$$

式(1-41)是由大量单独事件 $v(t-t_i)$ 中导出的。在实际系统中大量的单独事件不仅依赖一个参量, 而往往依赖多个附加参量。若研究的随机事件受其他参量影响(如 α 表示参量), 则

$$W(\nu) = \sum_{\alpha} W_{\alpha}(\nu) = 2\bar{N} |\overline{V(2\pi\nu)}|^2 \quad (1-42)$$

3. 散粒噪声 假若某一系统由随机因素产生电荷载体和任意电荷载体随机流动而形成电流, 此由随机过程产生的电流称为散粒噪声。可用谱密度函数来描述。

在某电路中, $\bar{I}$ 为平均电流, $\bar{N} = \bar{I}/e$ 为流动电子的平均速率, 其中 e 为电子电荷。此时考虑观测单电子引起的电流脉冲, 经富里埃变换就可得谱密度函数为

$$W(\nu) = 2\bar{N}e^2 = 2e\bar{I} \quad (1-43)$$

这样, 电路中频率 $\nu \sim \nu + d\nu$ 间隔的电流功率为 $W(\nu) d\nu$ 。同时, 这一电流功率也可用等效噪声源在频率 ν 电流幅度的均方值表示, 即

$$\overline{i_N^2}(\nu) \equiv W(\nu) \Delta\nu = 2e\bar{I} \Delta\nu \quad (1-44)$$

式(1-44)为单电子形成散粒噪声的表示式。

请注意, e 为电流中电荷载体的电荷, 若载体的电荷为 $2e$ 时, 在相同平均电流 $\bar{I}$ 的条件下散粒噪声功率将变为 2 倍。反之, 若载体的电荷趋于零, 则散粒噪声将不出现。这就说明了散粒噪声来源于电荷载体的运动不连续性和随机发射电子等引起的电流起伏。

4. 约翰逊噪声 实验过程中发现系统电路的电阻内电子热扰动造成电阻端电压起伏, 此种热扰动引起电阻端电压起伏称为约翰逊噪声。一般来说, 电介质整体呈中性, 但局部位位置上电子的随机热运动将产生电荷梯度起伏, 相应造成电压起伏。进一步可用热力学及统计物理模型来讨论约翰逊噪声的机制。

以电路中一耗散元件(电阻)为例, 可导出其谱密度函数为

$$W(\nu) = \frac{4NVe^2\tau_0kT}{m\bar{d}^2(1+\omega^2\tau_0^2)} \quad (1-45)$$

式中, NV 为总电子数; e 为电子电荷; m 为电子质量; $\bar{d}$ 为电阻的长度; V 为电阻的体积; τ_0 为平均散射时间; ω 为富里埃变换的频率; k 为玻耳兹曼常量; T 为绝对温度。

当 $\omega\tau_0 \ll 1$ 条件下, 得

$$\overline{i_N^2}(\nu) \equiv W(\nu) \Delta\nu = \frac{4kT\Delta\nu}{R} \quad (1-46)$$

此即是约翰逊噪声电流的均方值。式中, R 为电阻值。相应的约翰逊噪声电压的均方值为

$$\overline{e^2} = 4kTR\Delta\nu \quad (1-47)$$

前面讨论了散粒噪声和约翰逊噪声, 一般在研究辐射探测过程中约翰逊噪声比散粒噪声小得多, 且它们仅与测量频宽有关而与频率无关, 又统称此种噪声为白噪声。

5. $1/f$ 噪声 探测器件的另一种噪声称为闪烁噪声或 $1/f$ 噪声, 它的分布与 $1/f^\alpha$ 成正比(f 为频率), 几乎每一种电子元件和器件都存在此种噪声。起因尚未研究清楚。在低频段, 特别是在 100 Hz 以下 $1/f$ 噪声大大超过热噪声, 所以在实验中尽量避开它。

以上仅介绍了探测器的几种噪声, 关于激光噪声将在本书第十二章详加介绍。

§ 1-3 光度学量与辐射度学量

本节扼要介绍光度学与辐射度学的基本概念和单位。

1. 视见度函数、光通量 单位时间内通过任何面积所传递的光能量称为辐射通量, 即为光的能量流, 其单位的量纲为功率。

辐射通量是按波长分布的, 可写成

$$ds_\lambda = e_\lambda d\lambda \quad (1-48)$$

式中, e_λ 称为辐射通量按波长的分布函数。这样, 波长 λ_1 — λ_2 间隔内的辐射通量为

$$e_{\lambda_1, \lambda_2} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} e_\lambda d\lambda \quad (1-49)$$

从能量观点来看, 上面对光特性的描述是详尽的。但在实际上发现同一辐射通量所引起的主观感觉强度及不同探测器的探测强度皆不相同。强度的感觉是依赖人的眼睛或探测器, 它们对各种波长光的敏感性不同。描述人眼对各种波长光的平均敏感性的数量函数称为视见度函数, 用 $\Phi(\lambda)$ 表示。

人眼睛对波长 $0.555 \mu\text{m}$ 绿色光最敏感, 取此波长的视见度函数值为 1; 对所有其他波长而言 $\Phi(\lambda) < 1$; 可见光范围以外 $\Phi(\lambda) = 0$ 。

光通量等于光辐射通量与视见度函数的乘积, 即

$$dF_\lambda = \Phi(\lambda) d\epsilon_\lambda = \Phi(\lambda) e_\lambda d\lambda \quad (1-50)$$

全部光通量

$$F = \int_0^\infty \Phi(\lambda) e_\lambda d\lambda \quad (1-51)$$

2. 发光强度、面发光度及照度 如果考虑向各方向发射光线的点光源, 某方向上一个无穷小的立体角 $d\Omega$, 令此立体角内传递的光通量为 dF , 则有

$$I = \frac{dF}{d\Omega} \quad (1-52)$$

称为光源在此方向的发光强度, 数值上等于通过单位立体角的光通量。

在无限大的光源上取一表面元 dS , 以 dF 表示从此面元 dS 向各方向发出的全部光通量, 则

$$R = \frac{dF}{dS} \quad (1-53)$$

称为面积元 dS 的面发光度, 数值上等于发光体单位面积上所发出的全部光通量。

当研究由物体散射或反射其他光源所发出的光时, 就需知道入射到被照射物体某部分 dS 的光通量大小, 定义

$$A = \frac{dF}{dS} \quad (1-54)$$

称为照度, 数值上等于入射在被照射物体单位面积上的全部光通量

3. 亮度 假设光通量 dF 通过面积元 dS , 光流方向与 dS 的法线方向成角 i ,

$$dS_n = dS \cos i$$

因此, 通过 dS 的光通量 dF 可写成

$$dF = B \cos i dS d\Omega \quad (1-55)$$

也可写为

$$dF = B dS_n d\Omega$$

式中, 系数 B 称为亮度, 其数值上等于垂直光流方向的单位面积上, 所张单位立体角内通过的光通量。

B 随发光表面的特性而定。一般情况 B 不仅与表面特性有关, 而且与光的入射方向有关; 只有在特殊情况下 B 是常数。

4. 光度学量、辐射度学量及单位

表 1-1 照度单位换算表

照 度 单 位	lx (勒克司)	fc (英尺烛光)	Ph (辐脱)
1 lx	1	0.0929	1×10^{-4}
1 fc	10.764	1	0.001076
1 Ph	1×10^4	929	1

表 1-2 亮度单位换算表

亮 度 单 位	Nt (尼特)	Sb (熙提)	α Sb (阿熙提)	L 或 B (朗伯)	fB (英尺朗伯)	Cd/f ² (坎德拉/英尺 ²)
Nt (cd/m ²) (lm/sr·m ²)	1	1×10^{-4}	3.1416	3.1416×10^{-4}	0.2919	0.0929
Sb (cd/cm ²)	1×10^4	1	3.1416×10^4	3.1416	2919	929
α Sb ($\frac{1}{\pi}$ Nt)	0.3183	3.183×10^{-5}	1	1×10^{-4}	0.929	0.02957
B ($\frac{1}{\pi}$ Sb)	3.183	0.3183	1×10^4	1	929	295.7
mB	3.183	3.183×10^{-4}	10	0.001	0.929	0.2957
fB	3.426	3.426×10^{-4}	10.764	0.0010764	1	0.3183
cd/f ²	10.764	0.0010764	33.82	0.003382	3.1416	1

表 1-3 光度学能量单位关系

数 量	量 度 单 位	
	光 度 学 量	能 量 单 位
光 通 量	流 明	W
分 布 函 数 e_λ	—	W/cm
发 光 强 度 I	国 际 烛 光	W/sr
照 度 A	辐 脱, 勒 克 司	W/cm ²
面 发 光 度 R	辐 脱	W/cm ²
亮 度 B	熙 提	W/sr·cm ²

§ 1-4 实验误差和数据处理

1. 一些基本概念 测量是人们认识客观世界的一种必不可少的重要手段。从广泛意义上来说, 测量就是对客观事物取得定量的情报, 即是对事物的某种特性、参量获得数字的表征。尽管我们使用相同的测量仪器, 在一定的实验观测条件下重复观测某一物理量, 每次测量得到的结果必会各不相同, 这就说明不可避免地总有误差。误差一般分为系统误差、随机误差和疏失误差三类。

疏失误差是由于测量过程中操作疏忽, 如测量装置没有正确地校准或仪器使用不当等

造成的,常表现为巨大的误差。

系统误差是指在测量过程中所产生的一些恒定不变的,或者遵循着一定的规律变化的误差,所以又称为确定性误差。这种误差来源如下:测量仪器、装置和工具等不完善或者调整不当而产生的误差;测量人员的感觉器官和运动器官不完善而造成的误差;外界环境的影响而产生的误差;测量方法本身形成的误差,或者是测量所依据的理论本身不完善等原因而导致的误差等等。原则上,疏失和系统误差都可以设法预见其具体来源,并通过精心地设计实验减少或消除其影响。

随机误差,在测量物理事件过程中即使在其他两种误差已经消除了,其每次测量的数据也各不相同,既不能确定产生这种差异的来源,又不能确定它的大小,完全是偶然性的,或者叫做随机性,这样的误差被称为随机误差。其原因在于,由于实验技术水平的限制,总是存在着观测者尚不能完全控制的某些偶然因素,使得各次观测的实验条件发生变化,从而造成测量的偶然误差。更重要的是物理现象本身的随机性质。如处于平衡状态的一个宏观系统,其热力学量的数值是一个统计平均值,这些物理量的实际数值是时时刻刻都围绕着平均值发生微小起伏。在研究光辐射场过程中其起伏现象更是明显。因此,测量结果的随机性主要反映了物理现象本身固有的随机性质,它是无法予以消除的。实验数据处理的任务是找出随机数据中存在的规律,从而找出较为可靠的实验数据。

假定在相同的条件下,对某一实验变量作若干次测量,每次测量值很可能不同。其最佳值为计算一组测量值的平均值(此法为最直观的方法)。令 X_i 为单个测量值,平均值 $\bar{X}$ 定义为

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i \quad (1-56)$$

式中, N 为总的测量次数。后面讨论将指出,对服从高斯(Gauss)分布的 X_i 来说,当 $X_i = \bar{X}$ 时,出现最大几率。即, $\bar{X}$ 的最可能的值,就是测量的平均值,因此可取它作为 X 真值的最佳估计值。

测量的精确度可用测量数据集合 $\{X_i\}$ 与平均值 $\bar{X}$ 的偏差 $\{d_i\}$ 表示,即

$$d_i = X_i - \bar{X} \quad (1-57)$$

一种精确度的平均偏差,定义为

$$\alpha = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |d_i| \quad (1-58)$$

式中, $|d_i|$ 是 d_i 的绝对值。

另一种测量精确度采用标准偏差 σ 表示,也称为均方根偏差,定义为

$$\sigma \equiv \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum d_i^2} \quad (1-59)$$

或

$$\sigma \equiv \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum (X_i - \bar{X})^2}$$

经常用方差来表示测量精确度

$$V_{ar}(X) = \sigma^2$$

准确度是表示测量结果与真值的接近程度,也即表示测量值的系统误差大小的标志,就是说准确度越高系统误差也越小。

精密度表示对同一个量多次重复测量时所得的结果彼此之间互相接近的程度。即是

说,精密度是测量中随机误差的反映。

精确度是上述两种情况综合的反映,即反映了系统的系统偏差也表示了随机偏差。

2. 小样本的误差传递和误差估计 大量的事件皆采用统计方法来处理,通常,由于通常测量次数不够多,就很难采用误差分析的统计方法来解决。在此情况下,可利用我们的经验和直接观测,对可直接测量的实验量的精确度做一个合理的估计。有了这些估计后,就可用一个称为误差传递的数学方法,来估计原来要用实验测定的那个量的误差。此法至少可用于下述两种情况:

① 因测量次数(样本量)太少而无法用统计方法时;

② 根据实验中所用的仪表的精确度的合理估计,能对最后结果的误差做出先验的估计。

假若测量一物体运动的平动动能。已知 $E_T = \frac{1}{2}mv^2$, 所以只要直接测量质量 m , 速度 v 就可以确定平动动能。因此,我们对所用的秤和速度计的准确度做出一个合理的估计时,应用了误差传递方法也就能得到 E_T 的误差估计。

具体的误差传递考虑如下:

设某量 F 从实验上可观测测量 x, y 和 z 的计算获得,可写为

$$F = F(x, y, z)$$

应注意,上式中直接测量的量 x, y 和 z 都是独立变量。 F 的全微分为

$$dF = \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)_{y,z} dx + \left(\frac{\partial F}{\partial y} \right)_{x,z} dy + \left(\frac{\partial F}{\partial z} \right)_{x,y} dz$$

若几个独立变量的改变都是有限的小,则偏导数的值将不会受 x, y 和 z 的改变而明显的影响。即 $\left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)_{y,z}$ 在有很小的区间 Δx 内就接近于常数。于是,得近似式为

$$\Delta F = \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)_{y,z} \Delta x + \left(\frac{\partial F}{\partial y} \right)_{x,z} \Delta y + \left(\frac{\partial F}{\partial z} \right)_{x,y} \Delta z \quad (1-60)$$

这里的偏导数是由测量值 x, y 和 z 求得的。上式给出了 F 的改变与 x, y 和 z 的改变之间的关系。若认为 $\Delta F, \Delta x, \Delta y$ 和 Δz 是对应量的误差,如能据经验和直观对 $\Delta x, \Delta y$ 和 Δz 做出合理的估计,则通过式(1-60)算得的 ΔF 就是所求的估计。这里请注意,独立变量中误差估计经常或正、或负,为了得到最大偏差的估计,该式各项取绝对值后相加而获得被测量 F 的误差。

求方差和标准误差的传递。将式(1-60)平方得

$$\begin{aligned} (\Delta F)^2 \approx & \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)_{y,z}^2 (\Delta x)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y} \right)_{x,z}^2 (\Delta y)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z} \right)_{x,y}^2 (\Delta z)^2 \\ & + 2 \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)_{y,z} \left(\frac{\partial F}{\partial y} \right)_{x,z} \Delta x \Delta y + 2 \left(\frac{\partial F}{\partial y} \right)_{x,z} \left(\frac{\partial F}{\partial z} \right)_{x,y} \Delta y \Delta z \\ & + 2 \left(\frac{\partial F}{\partial z} \right)_{x,y} \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)_{y,z} \Delta z \Delta x \end{aligned}$$

式中包括两类独立变量的误差: Δx^2 等和 $\Delta x \Delta y$ 等。第一类总是正,它与 Δx 的正负选择无关;第二类正负难以确定,但是,已假设了 $\Delta x, \Delta y$ 和 Δz 是随机分布的,就可以取平均值。同时可以严格地证明:两个随机分布的独立变量,其误差乘积的平均值恒等于零。因此,有

$$\overline{(\Delta F)^2} = \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)_{y,z}^2 \overline{(\Delta x)^2} + \left(\frac{\partial F}{\partial y} \right)_{x,z}^2 \overline{(\Delta y)^2} + \left(\frac{\partial F}{\partial z} \right)_{x,y}^2 \overline{(\Delta z)^2} \quad (1-61)$$

此式即为平均方差 $V_{ar}(F) = \sigma^2$ 。其标准误差 σ 为

$$\sigma = (\Delta F)_{rms} = \left[\left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)_{y,z}^2 \overline{(\Delta x)^2} + \left(\frac{\partial F}{\partial y} \right)_{x,z}^2 \overline{(\Delta y)^2} + \left(\frac{\partial F}{\partial z} \right)_{x,y}^2 \overline{(\Delta z)^2} \right]^{1/2} \quad (1-62)$$

其相对误差记为

$$(\Delta F)_{rms} / \bar{F} \quad (1-63)$$

3. 随机变量的分布

(1) 分布函数和概率密度函数 只用一个单独的量值不能代表一个随机变量, 即使列举出随机变量的全部可能值, 仍然不能算是完全地描述了一个随机变量。完整地掌握一个随机变量, 必须了解它取各种可能值的概率, 即必须了解随机变量的概率分布。

随机变量 X 的概率分布可以用分布函数 $P(x)$ 来表示。分布函数在 x 处的值, 等于随机变量 X 取值小于或等于 x 这样一个随机事件的概率

$$P(x) \equiv P_r(X \leq x) \quad (1-64)$$

任何一个分布函数都必须满足

$$P(x = -\infty) = 0, P(x = \infty) = 1$$

离散型随机变量 X 只能取可数的数值 $x(X = x_1, x_2, \dots)$ 。

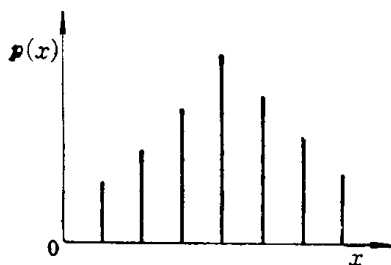
除了分布函数外还用概率密度函数 $p(x)$ 描述发生事件概率分布。概率密度函数在点 x 处的值等于随机变量 X 取值 x 的概率, 即

$$p(x) \equiv P_r(X = x) \quad (1-65)$$

由分布函数和概率密度函数的定义, 有下列关系

$$P(x) = \sum_{x_i \leq x} p(x_i) \quad (1-66)$$

式中, $\sum_{x_i \leq x}$ 表示对所有满足 $x_i \leq x$ 的 x_i 求和, 即



且

$$p(x_i) = P(x_i) - P(x_{i-1}) \quad (1-67)$$

$$\sum_x p(x) = P(x = \infty) = 1 \quad (1-68)$$

式中, $\sum_x$ 表示对所有可能取的 x 值求和。离散型随机变量概率密度函数和分布函数的形状如图 1-2 所示。

对于连续型随机变量 x , 可定义概率密度函数为

$$p(x) \equiv \frac{dP(x)}{dx} \quad (1-69)$$

则分布函数和概率密度函数有

$$P(x) = \int_{-\infty}^x p(x) dx \quad (1-70)$$

且有

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx = P(x = \infty) = 1 \quad (1-71)$$

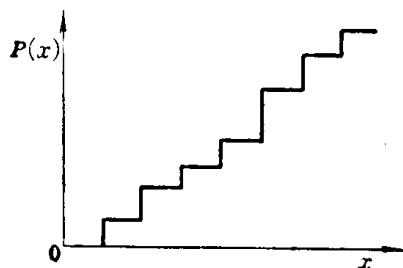


图 1-2 离散型随机变量的
概率函数和分布函数

式(1-68)和(1-71)称为归一化条件。任何概率密度函数必须满足归一化条件。连续型随机变量的概率密度函数和分布函数如图 1-3 所示。

(2) 分布的特征量 如果一个随机变量的概率密度函数形式已知, 那么, 只要给出函数形式中各个参数的数值, 随机变量的分布就完全确定了。在实验物理中, 分布参数常常是需