

高等学校教材

材 料 力 学

罗亚 刘章纬 许康 刘钢 编

高等教育出版社

目 录

第一章 绪论	1
§ 1-1 材料力学的任务	1
§ 1-2 关于构件材料性质的基本假设	3
§ 1-3 构件的几何特性	4
§ 1-4 杆件的基本变形形式	4
第二章 轴向拉伸和压缩	6
§ 2-1 轴向拉伸和压缩的实例	6
§ 2-2 拉(压)杆横截面上的内力与截面法	7
§ 2-3 拉(压)杆横截面上的应力	9
§ 2-4 拉(压)杆斜截面上的应力	13
§ 2-5 关于拉(压)杆内一点的应力状态	14
§ 2-6 应力集中的概念	17
§ 2-7 拉(压)杆的强度条件及其应用	18
§ 2-8 拉(压)杆的变形, 虎克定律	20
§ 2-9 材料在拉伸、压缩时的力学性能	25
§ 2-10 拉、压超静定问题	37
习题	46
第三章 剪切	54
§ 3-1 剪切的概念和实例	54
§ 3-2 接头的假定计算	55
习题	61
第四章 圆轴扭转	64
§ 4-1 扭转的概念和实例	64
§ 4-2 外力偶矩和扭矩	65
§ 4-3 受扭圆轴横截面上的应力	68
§ 4-4 受扭圆轴的变形	74

§ 4-5 受扭圆轴的强度计算和刚度计算	75
§ 4-6 剪应力互等定律, 受扭圆轴内一点处的应力状态	78
习题	82

第五章 弯曲 86

§ 5-1 概述	86
§ 5-2 梁的内力分析	92
§ 5-3 梁的内力图——剪力图与弯矩图	99
§ 5-4 梁的弯曲正应力分析	116
§ 5-5 常用截面的几何性质	124
§ 5-6 梁的正应力强度条件及其应用	133
§ 5-7 梁的剪应力与剪应力强度条件	138
§ 5-8 提高梁的承载能力的一些途径	147
§ 5-9 梁内一点的应力状态, 梁的主应力	152
§ 5-10 梁的变形	166
§ 5-11 简单超静定梁的一般解法	181
习题	184

第六章 组合变形 199

§ 6-1 组合变形及其分析方法	199
§ 6-2 斜弯曲	200
§ 6-3 偏心压缩(偏心拉伸)	207
§ 6-4 弯扭组合	216
§ 6-5 复杂应力状态下的强度校核与强度理论	221
§ 6-6 复杂应力状态下的应力-应变关系——广义虎克定律	232
习题	234

第七章 压杆稳定 239

§ 7-1 压杆稳定的概念	239
§ 7-2 细长中心压杆的临界力, 欧拉公式	240
§ 7-3 中心压杆应力超过比例极限时的临界应力	247
§ 7-4 压杆的稳定条件及其应用	249
习题	255

第八章 动荷载问题	259
§ 8-1 动荷载的概念和实例	259
§ 8-2 等加速运动和等速转动构件的应力	260
§ 8-3 构件受冲击时的应力计算	264
§ 8-4 交变应力问题	271
一、交变应力概念和疲劳破坏	271
二、对称循环时材料的持久极限, 影响持久极限的主要因素	273
三、非对称循环时材料和构件的持久极限	276
四、疲劳强度计算	278
习题	280
附录 型钢规格表	284
习题答案	308

第一章 绪 论

§1-1 材料力学的任务

各种工程结构或机器，一般都由许多杆件或零部件组成。这些杆件或零部件、工程上统称为“构件”。图 1-1 为一工厂厂房的结构示意图，它是由各种不同构件组成的，如图 1-1 中的立柱 1、梁 2、屋架的杆件 3 等等，都是构件。

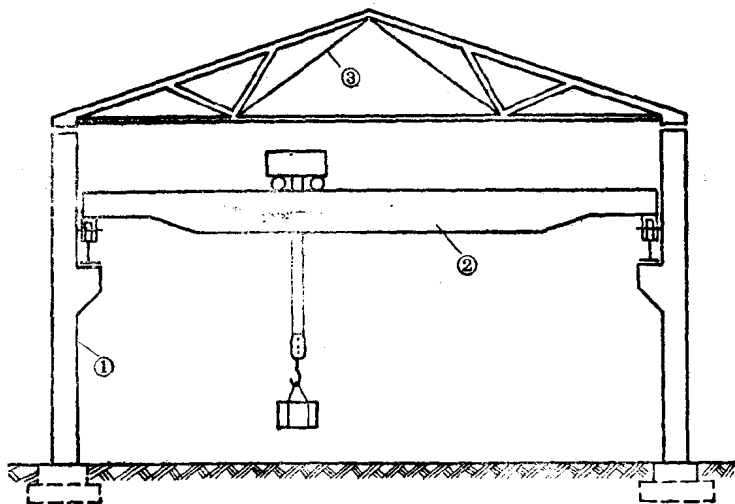


图 1-1

凡是工程结构都要承受一定的“荷载”。例如屋架承受着屋面的重量，立柱要承受由屋架和吊车梁传来的重量，此外构件本身的自重以及风压力、雪重等，这些外力和重量在工程上统称为“荷载”。

在实践中我们可以观察到, 尽管构件的材料和几何形状各不相同, 但它们在荷载作用下都将产生一定的变形。如果所受荷载超过了某一限度, 就会发生破坏。所以, 为了保证整个结构能安全正常地工作, 构件必须满足下述三个方面的要求:

1. 强度

首先, 任何构件在使用期间都不允许发生破坏, 也就是说, 构件必须有足够的抵抗破坏的能力, 即应该具有足够的“强度”。

2. 刚度

在某些情况下, 构件虽有足够的强度, 不致发生破坏, 但若产生过大的变形, 还是不能正常工作。例如桥梁, 倘若弯曲变形过大, 车辆便不能平稳地通过。因此, 设计构件时必须将加载后的变形限定在某一范围内, 即应具有足够的“刚度”。

3. 稳定性

有些构件, 在荷载作用下, 还可能出现不能保持原有的平衡形式的现象。例如, 屋架中的一根受压细长杆, 当它为二力构件时(外力在杆的两端截面形心处相对作用), 若荷载不大, 则只产生缩短变形, 杆仍保持直线形式的平衡状态; 倘若两端的外力达到某一限度, 杆将突然变弯, 失去原有的平衡形式, 这时杆也就失去了工作能力。这种情况既不是强度不足, 也不是刚度不够, 而是另外一种新的问题, 通常称为“丧失稳定性”或“失稳”。所以, 构件必须具有足够的“稳定性”。

构件的强度、刚度和稳定性, 有时统称为构件的承载能力。对一根实际构件来说, 它在强度、刚度和稳定性三个方面的承载能力是不相同的, 其中最弱的一个方面将起着控制作用。有些构件只需满足一、二个方面的要求, 而有些构件则需同时满足三个方面的要求。根据构件的受力情况及使用要求, 为构件选取材料、确定合理的形状及尺寸, 使其具有相应的承载能力、工作中安全可靠, 同

时又经济适用,这就是材料力学的任务。

§ 1-2 关于构件材料性质的基本假设

各种构件的材料在物理性质方面是多种多样的,但它们有个共同点,都是可变形的固体,受力后将产生一定的变形。这一点与理论力学中的情况不同,那里把物体看作刚体,因为在研究物体的机械运动时,可以不考虑物体本身的微小变形。而在材料力学里,我们研究的是构件的强度、刚度和稳定性,考虑构件的变形,是进行力学分析的前提。

对于由可变形固体做成的构件,在进行理论分析时,通常还就材料性质作了以下抽象和概括(又叫基本假设)。

一、连续性假设 这个假设认为,材料内部连续密实地充满着物质,没有空隙和裂缝。

二、均匀性假设 这个假设认为,材料各部分的力学性能是完全一样的。这样,我们在进行理论分析时,无论是取构件的整体,或是取构件的任何一部分,都可作为分析对象。

三、各向同性假设 这个假设认为,材料沿各个方向的力学性能是完全相同的。这样,我们在进行理论分析时,就可沿任意方向取分析对象,而其结论保持一致。

以上三条基本假设实际上是对材料性质的宏观认识和概括,略去了实际上存在的微观差别。实践证明,对实际材料作这样的抽象和概括,是可行的,也是必要的。它是我们进行理论研究的依据。

此外,还应指出,实际构件的变形常常是很微小的,与构件的原尺寸相比,可以忽略不计。所以,在作静力分析时,仍可按构件的原始尺寸进行。实际变形又分弹性变形与塑性变形两种。在荷载卸去以后,构件变形消失的部分,称为“弹性变形”,不消失而残

留下来的变形, 称为“塑性变形”或“残余变形”。材料力学主要研究在弹性变形阶段的力学问题。

§ 1-3 构件的几何特性

工程上常见的构件一般都具有这样的几何特性, 它在一个方向的尺寸远大于另外两个方向的尺寸, 即长度远大于横向尺寸, 这就是通常所谓的“杆”。材料力学主要研究直杆的强度、刚度和稳定性问题。

此外, 对于各种构件, 我们还常用到这样两个几何元素: 构件的轴线和横截面。如图 1-2 所示, 垂直于杆长度方向的截面称为“横截面”, 横截面的形心的连线称为“轴线”。直杆的轴线是直线。有时我们也会提到其它截面, 但最主要的或者首先要考虑的则是横截面。

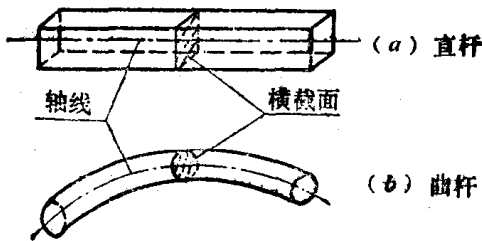


图 1-2

§ 1-4 杆件的基本变形形式

实际杆件的变形有时比较复杂, 呈现出多样性。但分解来看, 基本的变形形式却只有四种。

一、轴向拉伸或轴向压缩 在一对大小相等、方向相反、作用线与杆的轴线重合的外力作用下, 构件将发生伸长或缩短的变形(图 1-3a、b)。这种变形形式称为“轴向拉伸”或“轴向压缩”。

二、剪切 在一对相距很近的大小相等、方向相反、作用线与

杆的轴线垂直的外力作用下, 杆的主要变形是横截面沿外力作用方向发生错动(图 1-3c), 这种变形形式称为“剪切”。

三、扭转 如图 1-3d 所示, 圆杆两端作用一对大小相等、转向相反的力偶, 力偶作用平面垂直于杆的轴线, 这时杆的任意两横截面将发生相对转动(仍保持平行), 这种变形形式称为“扭转”。

四、弯曲 如图 1-3e 所示, 在杆的一个纵向平面内, 作用一对大小相等、转向相反的力偶, 这时杆将在纵向平面内弯曲, 任意两横截面发生相对倾斜, 这种变形形式称为“弯曲”。

在以后各章中, 我们将首先分别讨论每种基本变形形式的问题, 然后再讨论组合变形的问题。

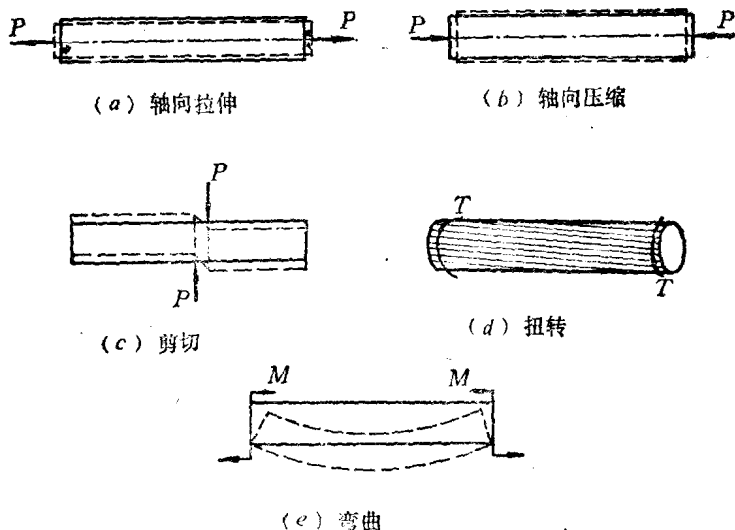


图 1-3

第二章 轴向拉伸和压缩

§ 2-1 轴向拉伸和压缩的实例

桁架是一种广泛应用的工程结构。如图 2-1 所示，屋架或桁架桥跨在只承受结点荷载的条件下，其结点都可简化为铰，从而桁架的所有杆件都简化为二力构件。于是，这些构件的力学模型都是处于轴向拉伸或压缩(图 2-1c, d)即中心拉伸或压缩下的直杆，通常称之为“拉杆”或“压杆”。它的受力特点是外力作用线与杆的轴线重合，而其变形特征则是沿轴线方向的伸长或缩短。这是常见的最简单的一种基本变形，我们首先来研究这种构件。

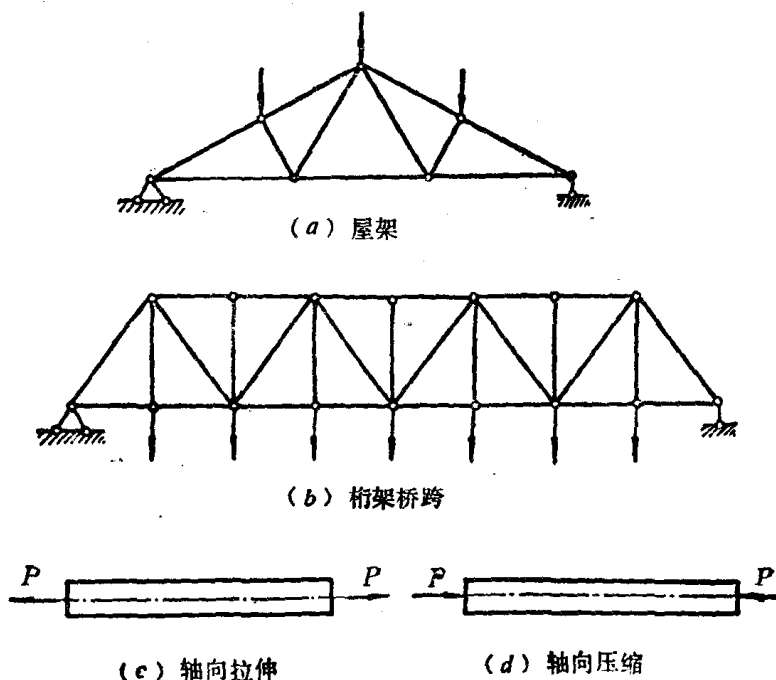


图 2-1

§ 2-2 拉(压)杆横截面上的内力与截面法

一、内力与外力的概念

外力是一个物体对另一个物体的作用。所以作用在构件或结构上的荷载及由此引起的反作用力,都是外力。在考虑构件的自重影响时,自重也是外力。

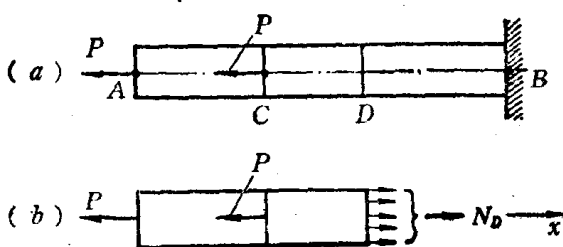
力是矢量。所以外力有它的大小、方向和作用点。在研究外力对构件的内部效应时,明确外力的大小、方向和作用点是很重要的,一般来说,既不允许将力沿作用线滑移,也不允许用等效力系代替。

材料力学所讨论的内力,指的是在外力作用下存在于构件内部的各质点之间的相互作用力、构件这一部分与那一部分之间的相互作用力。外力使构件变形,并使构件一部分有同另一部分相分离或相接近的趋势,而内力则反抗这种趋势。所以我们通常说,“内力是构件一部分对另一部分的作用”。由于在受外力以前,构件内部就存在固有的分子内聚力,为了区别,常把外力引起的内力叫做“附加内力”,习惯上简称内力。

由连续性假设可知,内力是分布力,存在于受力构件内的每一点处。如果我们假想地将一受力构件沿某一截面完全切开,则该截面上各点处都作用着分布内力。不过,通常所说某一截面上的内力,指的是截面上分布内力的合力,而且像外力一样,内力可以是一个力,也可以是一个力偶。

二、求内力的方法——截面法

受外力作用而处于平衡的构件,其内力一般用截面法来显示并确定。截面法是研究力学问题的基本方法,也是材料力学经常用到的基本方法。理论力学在分析桁架杆件的受力时也用过。现以图 2-2a 所示拉杆 AB 为例,说明用这个方法求某一截面上的内



2-2

力的一般步骤:

1. 假想地沿横截面 D 将杆切为两段;
2. 取其中一段(例如左段)作为研究对象, 一般称为“分离体”或叫做“自由体”;

3. 在分离体的切开面上加上未知内力 N_D (对分离体来说, N_D 是外力), 以代替杆的另一段对分离体的作用, 同时在分离体上加上原有外力, 即得受力图如图 2-2b 所示;

4. 根据分离体上力的平衡方程求未知内力:

AB 杆在外力作用下处于平衡状态, 其分离体受力后也同样处于平衡状态。分离体上的原有外力都是轴向力, 故 N_D 也一定是轴向力, 通常称这样的内力为“轴力”。于是, 由 $\sum X = 0$ 得

$$N_D - P - P = 0$$

$$N_D = 2P (\text{拉})$$

这里也可以取右段为分离体来计算, 其结果相同, 但此时须先求固定端反力。轴力的符号以拉为正, 以压为负。

显而易见, 如果把截面取在 A, C 之间, 则分离体的轴力的大小就不是 $2P$, 而是 P 了。所以, 内力的大小与截面位置有着十分密切的关系。这也是为什么不能将外力沿作用线滑移的原因。

例 2-1 求等截面直杆(简称等直杆)在自重作用下(图 2-3a) 横截面上轴力沿杆长度的变化规律。设杆的总重为 P , 杆长为 L 。

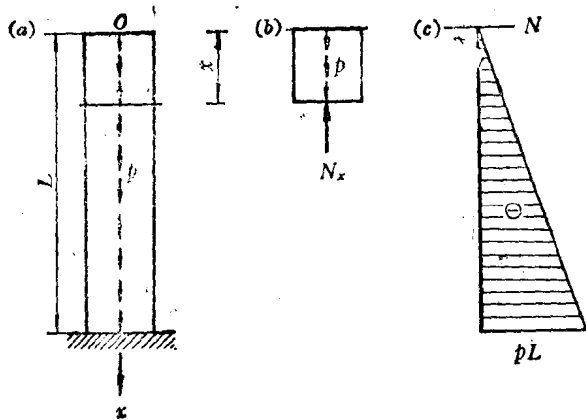


图 2-3

解: 由于是等直杆, 杆的自重是沿杆长均匀分布的外力, 故单位长度杆的自重为

$$p = \frac{P}{L}$$

设以杆的轴线为 x 轴, 原点设在杆的顶端。沿任一横截面取上段为分离体如图 2-3b 所示, 并设该截面上的轴力为 N_x 。由于此杆受压, 故假定 N_x 指向截面。分离体上的原有外力为 $p \cdot x$ 。

由分离体的平衡条件 $\sum X = 0$ 得

$$p \cdot x - N_x = 0$$

$$N_x = p \cdot x$$

故 N_x 沿杆长按直线规律变化。在 $x=0$ 处, $N_x=0$; 在 $x=L$ 处, $N_x=pL=P=N_{\max}$ 。图 2-3c 表示轴力沿杆长度的变化规律, 称为杆的“轴力图”, 其横坐标代表轴力的大小。

§ 2-3 拉(压)杆横截面上的应力

一、应力的概念

上一节用截面法求得的轴力，是拉(压)杆横截面上分布内力的合力。由经验可知，判断一根拉杆受力的危险程度，仅凭轴力的大小是不够的。因为材料有强、弱，构件有粗、细，内力分布也有是否均匀的问题，这些都不能一概而论。在材料和截面相同的情况下，如果内力在截面上是均匀分布的，则其危险程度将由单位面积上的受力大小来确定；如果内力在截面上的分布是不均匀的，则需确定每一点处的受力大小，即分布内力在截面上每一点处的“集度”(密集程度)，才能判断杆的危险程度。分布内力在一点处的集度称为“应力”。

要了解构件某一截面内任一点处的应力，例如图 2-4a 中拉杆 $m-m$ 截面上的 C 点，可以假想地沿 $m-m$ 截面将杆切开，在 C 点处取一很小的面积 ΔA ，并设作用在 ΔA 上的内力为 ΔP ，则比值 $\Delta P/\Delta A$ 称为面积 ΔA 上的“平均应力”，若记作 p_m ，则

$$p_m = \frac{\Delta P}{\Delta A}$$

当 $\Delta A \rightarrow 0$ 时，则得 $\Delta P/\Delta A$ 的极限值 p ，即

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta A} = \frac{dP}{dA}$$

p 称为 C 点处的应力，由于其方向一般与截面既不垂直，也不相切，故又称为 C 点处的“总应力”。

显然，应力的量纲是 [力]/[长度]²。常用国际单位为 N/m^2 (牛/平方米)，称为帕，记作 Pa 。 10^6N/m^2 称为兆帕，记作 MPa 。常用的工程单位是 kgf/cm^2 (公斤力/平方厘米)。 $1 \text{kgf/cm}^2 \doteq 0.1 \text{MPa}$ 。

这里需要注意：一般来说， p 与 p_m 是不等的， p 是 C 点的应力，而 p_m 是 C 点处很小面积 ΔA 的平均应力，只有当内力均匀分布时，截面上的平均应力才等于截面上任一点处的应力；其次，工程上

在讨论构件的强度时,通常不用总应力 p ,而是采用垂直于截面的“正应力”和切于截面的“剪应力”,前者记作 σ ,后者记作 τ 。由图 2-4b 可见,若 p 与截面外法线 n 的夹角为 α ,则

$$\sigma = p \cos \alpha$$

$$\tau = p \sin \alpha$$

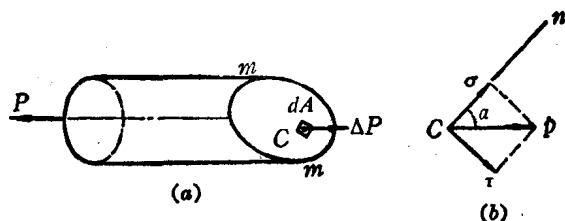


图 2-4

在本章及以后各章中,我们将着重分析各种构件横截面上的正应力和剪应力。至于总应力 p ,由于它在工程上没有意义,只在个别情况下提到它。

正应力又分为拉应力和压应力,相应的变形是伸长和缩短。正应力符号习惯上规定以拉为正,以压为负;剪应力引起的变形是平行截面之间的相对错动,或正交平面夹角的改变,剪应力符号习惯上规定以代表它的矢有绕截面内侧一点作顺时针旋转的趋势时为正,反之为负。

二、拉(压)杆横截面上正应力分析

一等直拉杆如图 2-5 所示,横截面面积为 A ,两端作用着轴向拉力 P 。不难看出,任一横截面上的轴力 $N=P$ 。我们只知道,轴力 N 是整个横截面上法向分布内力合成的结果,但不知道此分布力在截面上每一点处的集度,即正应力是多少,因为我们还不了解正应力在横截面上的分布规律。所以,应力分析问题,首先是确定应力分布规律的问题,而要做到这一步,则主要依靠实验观察来获

得变形规律。现在我们就按照这一思路来分析拉杆横截面的正应力。

1. 由实验观察确定变形规律

加力前在杆的表面画横向线 1-1 和 2-2 (图 2-5a)。然后加力 P , 观察到横向线发生平移, 由原来位置变到 1'-1' 和 2'-2' 的位置

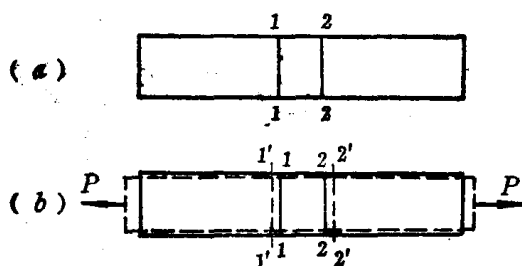


图 2-5

(图 2-5b)。根据材料的均匀性和变形的连续性, 由表及里, 可以设想, 横截面内各点也发生了同样的平移, 即认为(假设)横截面在杆变形后仍保持为垂直于杆轴线的平面。这就是有名的“平面假设”。这个假设的实质是横截面上各点沿轴线方向的变形程度相同。

2. 由变形规律推知应力分布规律

既然各点的变形程度相同, 而变形又是与应力同时产生的, 由此及彼, 我们可以认为, 横截面的正应力是均匀分布的, 即横截面上各点处的正应力是相等的。

3. 由静力条件确定应力的大小

N 是全截面上法向分布内力合成的结果, 而横截面上各点处的正应力 σ 又相等, 故 $\sigma \cdot A$ 应为法向分布内力的合力, 并且与 N 相等, 即

$$N = \sigma \cdot A$$

可见

$$\sigma = \frac{N}{A} \quad (2-1)$$

这就是拉(压)杆横截面上正应力的计算公式。圣文南原理指出:“力作用于杆端方式的不同,只会使与杆端距离不大于杆的横向尺寸范围内的应力受到影响”。所以对拉(压)杆的应力计算,除力作用点附近局部范围以外,均以式(2-1)为准。

§ 2-4 拉(压)杆斜截面上的应力

为了掌握拉(压)杆任一点处各个方向的应力情况,现在来分析其斜截面上的应力。

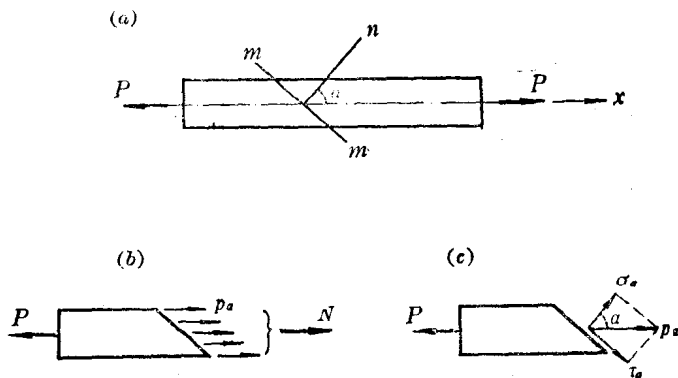


图 2-6

如图 2-6a 所示,斜截面 $m-m$ 的法线与杆轴线的夹角为 α 。 α 以从 x 的正方向逆时针转为正。斜截面的面积 $A_n = A / \cos \alpha$ 。沿 $m-m$ 截面取分离体,其受力图如图 2-6b,由 $\sum X = 0$,得

$$N_n = P = N \quad (N \text{ 为横截面的内力})$$

至于斜截面上“总应力” p_n (方向如图所示) 的分布规律,可以用