

全国高等教育自学考试强化训练丛书

GAODENG SHUXUE ER
SHIJUAN JIEDA FENXI YU YUCE

高等数学(二) 试卷解答分析与预测 (1998—2003)

杨永发 陈博文 编著

专家分析

行家解答

高手预测

考生获益

南开大学出版社

全国高等教育自学考试强化训练丛书

高等数学(二)试卷解答 分析与预测

(1998~2003)

杨永发 陈博文 编著

- 专家分析
- 行家解答
- 高手预测
- 考生获益

南开大学出版社
天津

图书在版编目(CIP)数据

高等数学(二)试卷解答、分析与预测/杨永发,陈博文编著. —天津:南开大学出版社,2001.12
(全国高等教育自学考试强化训练丛书)
ISBN 7-310-01574-6

I. 高... II. ①杨...②陈... III. 高等数学—高等教育—自学考试—解题 IV. 013—44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第032217号

出版发行 南开大学出版社

地址:天津市南开区卫津路94号

邮编:300071 电话:(022)23508542

出版人 肖占鹏

承印 天津蓟县宏图印务有限公司印刷

经销 全国各地新华书店

版次 2001年12月第1版

印次 2001年12月第1次印刷

开本 880mm×1230mm 1/32

印张 11.375

字数 321千字

印数 1—3000

定价 17.00元

内容简介

本书是为参加全国高等教育自学考试“高等数学(二)”科目考试的读者编写的考前强化训练复习用书。内容分为三部分,第一部分为主要内容归纳与总结,第二部分为历年试卷解答与分析,第三部分为预测试卷和解答。

第一部分在归纳总结主要内容的基础上给出了各章内容的考试指导和典型例题。考试指导依据历届考试结果,对读者复习应试提出了具体的指导建议,有一定的帮助意义。典型例题选材精当,分析透彻,有助于读者提炼知识,强化记忆。

第二部分包括1998~2001年(上半年)全国高等教育自学考试“高等数学(二)”的全部试卷及详细的分析解答,特别是对于单项选择题,给出了选择理由的详尽分析,其中融汇了大量的知识点。

第三部分给出了2002~2003年的4套预测试卷,并给出了分析解答,供读者参考。

前 言

本书是为参加全国高等教育自学考试“高等数学(二)”科目考试的考生准备的考前强化训练复习用书。

本书依据全国高等教育自学考试指导委员会经济管理类专业委员会1987年5月审定颁发的《线性代数自学考试大纲》和《概率统计自学考试大纲》编写,紧密配合全国高等教育自学考试指定教材《高等数学(二)第一分册·线性代数》(姚慕生、高汝熹主编,武汉大学出版社,2000年7月第二版,本书中简称为教材Ⅰ)和《高等数学(二)第二分册·概率统计》(唐国兴主编,武汉大学出版社,2000年8月第二版,本书中简称为教材Ⅱ),对考生考前复习有较强的针对性,并有较高的参考价值。

和高等教育自学考试“高等数学(二)”科目的其他辅导参考书相比,本书具有如下特点:

●依据自学考试大纲,对每一章的主要内容进行了归纳和总结,给出了考试指导和典型例题。考试指导以历届考试情况为依据,详述了对该部分内容的要求,对复习应试提出了具体的指导建议。典型例题紧扣历届考试试卷,在试题的难度和广度上针对性极强,对读者总结知识以及系统提高和复习应试均有一定的帮助。

●收集了自1998年上半年至2001年上半年全国高等教育自学考试“高等数学(二)”的全部试卷,并对每套试卷给出了详尽的解答。其中最具特色的是:对于单项选择题,不但给出选择答案,还对选择的理由及相关知识进行了细致的分析,其中融汇了大量的知识点,对读者有较高的参考价值。至今,同类内容在其他辅导参考书中尚不多见。

●对历届试卷的结构及内容进行了统计与分析,以表格形式向读者清晰地展示了“高等数学(二)”试卷的结构、题型和主要内容的分布。

●给出了2002年~2003年的4套预测试卷,预测未来考试的动向,也可供读者进行强化训练时作为练习题使用。

在本书编写过程中,得到了南开大学出版社李正明编审和作者的恩师、河北工业大学于慎根教授的极大鼓励和帮助,作者在此一并致以深深的谢意。

限于作者的水平,书中仍会有许多不足之处,作者热忱地希望读者对书中的缺点和错误进行批评和指正,以便再版时进行修正。

编 者

2001 年春于天津

目 录

第一部分 主要内容与考试指导

第1章 行列式	3
§ 1.1 主要内容	3
1.1.1 n 阶行列式的定义	3
1.1.2 行列式的性质	4
§ 1.2 考试指导与典型例题	5
1.2.1 考试指导	5
1.2.2 典型例题	6
第2章 矩阵	12
§ 2.1 主要内容	12
2.1.1 矩阵的概念	12
2.1.2 逆矩阵	15
2.1.3 分块矩阵	16
2.1.4 矩阵的初等变换	17
§ 2.2 考试指导与典型例题	18
2.2.1 考试指导	18
2.2.2 典型例题	19
第3章 线性方程组	29
§ 3.1 主要内容	29
3.1.1 n 维向量及其运算	29
3.1.2 向量组的线性相关性	29
3.1.3 向量组和矩阵的秩	31
3.1.4 线性方程组的解	33
§ 3.2 考试指导与典型例题	35
3.2.1 考试指导	35

3.2.2 典型例题	36
第4章 线性空间	48
§ 4.1 主要内容	48
4.1.1 线性空间	48
4.1.2 向量的内积	49
4.1.3 向量组的标准正交化方法	51
4.1.4 正交矩阵	51
§ 4.2 考试指导与典型例题	52
4.2.1 考试指导	52
4.2.2 典型例题	52
第5章 特征值问题和实二次型	58
§ 5.1 主要内容	58
5.1.1 特征值和特征向量	58
5.1.2 相似矩阵	59
5.1.3 实二次型及其标准型	61
5.1.4 正定二次型与正定矩阵	64
§ 5.2 考试指导与典型例题	65
5.2.1 考试指导	65
5.2.2 典型例题	66
第6章 描述统计	87
§ 6.1 主要内容	87
6.1.1 图形描述	87
6.1.2 数字特征描述	87
§ 6.2 考试指导与典型例题	89
6.2.1 考试指导	89
6.2.2 典型例题	90
第7章 概率的基本概念	93
§ 7.1 主要内容	93
7.1.1 随机事件及其概率	93
7.1.2 条件概率及事件的独立性	96

7.1.3	独立重复试验	97
§ 7.2	考试指导与典型例题	98
7.2.1	考试指导	98
7.2.2	典型例题	99
第8章	随机变量与概率分布	109
§ 8.1	主要内容	109
8.1.1	随机变量	109
8.1.2	随机变量的数字特征	113
8.1.3	二维随机向量	115
§ 8.2	考试指导与典型例题	120
8.2.1	考试指导	120
8.2.2	典型例题	121
第9章	抽样和抽样分布	134
§ 9.1	主要内容	134
9.1.1	随机抽样	134
9.1.2	大数定律和中心极限定理	135
9.1.3	抽样分布	136
§ 9.2	考试指导与典型例题	139
9.2.1	考试指导	139
9.2.2	典型例题	140
第10章	参数估计	147
§ 10.1	主要内容	147
10.1.1	参数的点估计	147
10.1.2	参数的区间估计	149
§ 10.2	考试指导与典型例题	152
10.2.1	考试指导	152
10.2.2	典型例题	152
第11章	假设检验	161
§ 11.1	主要内容	161
11.1.1	假设检验问题	161

11.1.2	参数假设检验	161
11.1.3	分布假设检验	163
11.1.4	假设检验中的两类错误	164
§ 11.2	考试指导与典型例题	164
11.2.1	考试指导	164
11.2.2	典型例题	165
第12章	回归分析与相关分析	172
§ 12.1	主要内容	172
12.1.1	一元线性回归的原理和方法	172
12.1.2	一元线性回归方程的显著性检验	174
12.1.3	预测	175
§ 12.2	考试指导与典型例题	176
12.2.1	考试指导	176
12.2.2	典型例题	177

第二部分 历年试卷解答与分析

第13章	试卷解答与分析	183
§ 13.1	1998年上半年全国高等教育自学考试 高等数学(二)试卷	183
§ 13.2	1998年上半年全国高等教育自学考试 高等数学(二)试卷解答与分析	188
§ 13.3	1998年下半年全国高等教育自学考试 高等数学(二)试卷	195
§ 13.4	1998年下半年全国高等教育自学考试 高等数学(二)试卷解答与分析	200
§ 13.5	1999年1月份全国高等教育自学考试 高等数学(二)试卷	207
§ 13.6	1999年1月份全国高等教育自学考试 高等数学(二)试卷解答与分析	212
§ 13.7	1999年上半年全国高等教育自学考试	

高等数学(二)试卷·····	218
§ 13.8 1999年上半年全国高等教育自学考试 高等数学(二)试卷解答与分析·····	223
§ 13.9 1999年下半年全国高等教育自学考试 高等数学(二)试卷·····	230
§ 13.10 1999年下半年全国高等教育自学考试 高等数学(二)试卷解答与分析·····	236
§ 13.11 2000年上半年全国高等教育自学考试 高等数学(二)试卷·····	243
§ 13.12 2000年上半年全国高等教育自学考试 高等数学(二)试卷解答与分析·····	248
§ 13.13 2000年下半年全国高等教育自学考试 高等数学(二)试卷·····	255
§ 13.14 2000年下半年全国高等教育自学考试 高等数学(二)试卷解答与分析·····	259
§ 13.15 2001年上半年全国高等教育自学考试 高等数学(二)试卷·····	267
§ 13.16 2001年上半年全国高等教育自学考试 高等数学(二)试卷解答与分析·····	272
第14章 历届考试试卷结构分析·····	280
§ 14.1 题型·····	280
§ 14.2 内容分值分布·····	280
§ 14.3 历届试题分类统计·····	281
§ 14.4 试卷分析与解题指导·····	285
附录1 2000年下半年全国高等教育自学考试高等数学(二) 试卷参考答案及评分标准·····	292

第三部分 未来考题预测

第15章 预测试卷(2002~2003)·····	297
§ 15.1 高等数学(二)预测试卷(1)·····	297

§ 15.2	高等数学(二)预测试卷(2)	302
§ 15.3	高等数学(二)预测试卷(3)	307
§ 15.4	高等数学(二)预测试卷(4)	313
§ 15.5	高等数学(二)预测试卷(1)参考解答与分析	319
§ 15.6	高等数学(二)预测试卷(2)参考解答与分析	326
§ 15.7	高等数学(二)预测试卷(3)参考解答与分析	334
§ 15.8	高等数学(二)预测试卷(4)参考解答与分析	341

第 一 部 分

主要内容与考试指导

原书空白

第 1 章 行列式

§ 1.1 主要内容

1.1.1 n 阶行列式的定义

n 阶行列式用递推的方法定义。

定义 1.1 (n 阶行列式) 由 n^2 个数 a_{ij} ($i=1,2,\cdots,n; j=1,2,\cdots,n$) 按规定运算组成的一个式子, 记作

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}, \quad (1.1)$$

叫做一个 n 阶行列式。

规定一阶行列式 $|a_{11}| = a_{11}$, 假设 $n-1$ 阶行列式已经定义, 则 n 阶行列式的值

$$A = a_{11}A_{11} + a_{21}A_{21} + \cdots + a_{n1}A_{n1}. \quad (1.2)$$

其中 $A_{ij} = (-1)^{i+j}M_{ij}$ 叫做元素 a_{ij} 的**代数余子式**, M_{ij} 是由 A 划去第 i 行、第 j 列元素而构成的 $n-1$ 阶行列式, 叫做 a_{ij} 的**余子式**。

定义 1.2 (转置行列式) 将行列式 A 的行改为相应的列, 所得到的新的行列式叫做 A 的**转置行列式**, 记作 A' 或 A^T , 即

$$A' = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{n1} \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{n2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

常用到的特殊形状的行列式有上三角形行列式、下三角形行列式、对角形行列式。

1.1.2 行列式的性质

1. 行列式的运算性质

性质 1 行列式转置后的值不变, 即 $A = A'$ 。

性质 2 用某个数 c 乘以行列式的某一行(列), 等于用 c 乘这个行列式, 即行列式某一行(列)的公因子可以提到行列式的外面来。

性质 3 互换行列式的两行(列), 行列式的值改变一次符号。

性质 4 如果行列式有两行(列)元素对应相同, 则行列式为零。

性质 5 如果行列式有两行(列)元素对应成比例, 则行列式为零。

性质 6 若存在 i , 使行列式中第 i 行(列)元素可以分解为两元素之和 $a_{ij} = b_{ij} + c_{ij} (j = 1, 2, \dots, n)$, 则行列式可以表示为相应的两个行列式之和, 这两个行列式除第 i 行分别为 $b_{ij} (j = 1, 2, \dots, n)$ 和 $c_{ij} (j = 1, 2, \dots, n)$ 外, 其他行均与原行列式相同。

性质 7 行列式的某一行(列)的元素都乘以一个常数加到另一行(列)上, 行列式的值不变。

2. 拉普拉斯展开定理

定理 1.1 行列式 A 的值等于它的任一行(列)的各元素与其对应的代数余子式乘积之和, 即

$$A = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij} = \sum_{i=1}^n a_{ij} A_{ij}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n. \quad (1.3)$$

推论 行列式的任一行(列)元素与其他任一行(列)对应元素的代数余子式乘积之和等于零。即

$$\sum_{k=1}^n a_{ik} A_{jk} = \sum_{k=1}^n a_{ki} A_{kj} = 0, \quad i \neq j, \quad i, j = 1, 2, \dots, n. \quad (1.4)$$

行列式的递推定义就是定理 1.1 按第 1 列元素展开的结果。

定理 1.2 (克莱姆法则)

设线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases} \quad (1.5)$$

的系数行列式 $A \neq 0$, 则式(1.5)有惟一的解

$$x_j = \frac{A_j}{A}, \quad j=1, 2, \cdots, n.$$

其中 A_j 是将 A 的第 j 列元素换以 $b_1, b_2, \cdots, b_n$ 而组成的行列式。

当 $b_1 = b_2 = \cdots = b_n = 0$ 时, 式(1.5)称为齐次线性方程组, 依定理 1.2, 当 $A \neq 0$ 时, 齐次线性方程组只有零解。

§ 1.2 考试指导与典型例题

1.2.1 考试指导

行列式是线性代数的基本概念之一。要理解行列式的基本概念和主要定义, 熟记行列式的 7 个主要性质及定理 1.1 并能正确运用。对定理 1.2, 应记住与之相关的两个重要结论: (i) n 个未知量 n 个方程的非齐次线性方程组, 当系数行列式 $A \neq 0$ 时, 有惟一的一组解; (ii) n 个未知量 n 个方程的齐次线性方程组, 当系数行列式 $A \neq 0$ 时, 只有零解。这两个结论在以后各章的讨论中有重要的应用。

行列式的计算方法, 对阶数较低的数字行列式(3、4 阶), 通常是利用行列式的运算性质将其化为上(下)三角形行列式来计算; 对阶数较高但某一行(列)含有较多的零元素的行列式, 则常用拉普拉斯展开(定理 1.1)的方法化为较低阶的行列式; 对一般的 n 阶行列式, 则综合应用行列式的性质、拉普拉斯展开定理、数学归纳法、递推公式、解方程等多种手段进行计算。从历次自学考试试卷分析看, 行列式的计算题多数为 3、4 阶行列式或特殊的 n 阶行列式, 只要掌握了行列式的主要性质和定理 1.1, 计算上将不会有太大的困难。

另外, 在计算中要注意: 不要把提出的负号或公因子在运算的过程