

全国中小学教师继续教育

数学专业教材

数学教育个案学习

李士锜 李俊 主编

教育部师范教育司组织评审



华东师范大学出版社

数学教育个案学习

李士鐳 李 俊 主 编

华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学教育个案学习/李士鐳,李俊主编. —上海:华东师范大学出版社,2001

ISBN 7-5617-2643-0

I. 数... II. ①李...②李... III. 高等数学-高等学校-教学参考资料 IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 036911 号

数学教育个案学习

主 编 李士鐳 李 俊

封面设计 黄慧敏

版式设计 蒋 克

出版发行 华东师范大学出版社

市场部 电话 021-62865537

传真 021-62860410

http: //www. ecnupress. com. cn

社 址 上海中山北路 3663 号

邮政编码 200062

印 刷 者 上海译文印刷厂

开 本 890 × 1240 开

印 张 5. 25

字 数 140 千字

版 次 2001 年 8 月第 1 版

印 次 2001 年 8 月第 1 次

印 数 001—6000 本

书 号 ISBN 7-5617-2643-0 / O·108

定 价 7.00 元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社市场部调换
或电话 021-62865537 联系)

内 容 简 介

本书通过教育部师范教育司组织的评审,被正式列为“全国中小学教师继续教育教材”。

本书作者为我国中小学数学教育界的著名学者,拥有丰富的数学教育研究理论和实践经验,熟悉数学基础教育状况,了解数学教育改革的趋势。

本书紧密结合中小学数学教学实际,介绍了不同内容和形式的个案实例,并为如何反思、讨论个案拟订了分析的理论框架,指出解释情景的多种角度和应关注的重点,设计了一系列思考题,介绍了一些可供参考的讨论过程。本书可以帮助中小学数学教师有效地沟通、协调教育实践与理论,形成教学策略与方法,理解和掌握教学原理,更新教学观念。

本书适合中学数学教师、师范院校数学专业学生阅读。

前 言

全面推进素质教育,是当前我国现代化建设的一项紧迫任务,是我国教育事业的一场深刻变革,是教育思想和人才培养模式的重大进步。实施“中小学教师继续教育工程”,提高教师素质,是全面推进素质教育的根本保证。

开展中小学教师继续教育,课程教材建设是关键。当务之急是设计一系列适合中小学各学科教师继续教育急需的示范性课程,编写一批继续教育教材。在教材编写方面,我司采取了以下几种做法:

(1) 组织专家对全国各省(区、市)推荐的中小学教师继续教育教材进行评审,筛选出了 200 余种可供教师学习使用的优秀教材和学习参考书;

(2) 组织专门的编写队伍,编写了 61 种教材,包括中小学思想政治、教育法规、教育理论、教育技术等公共必修课教材;中小学语文、数学、中学英语、物理、化学、生物,小学社会、自然等学科专业课教材。上述教材,已经在 1999 年底以《全国中小学教师继续教育 1999 年推荐用书目录》(教师司[1999]60 号)的形式向全国推荐;

(3) 向全国 40 余家出版社进行招标,组织有关专家对出版社投标的教材编写大纲进行认真的评审和筛选,初步确定了 200 余种中小学教师继续教育教材,这批教材,目前正在编写过程中,将于 2001 年上半年陆续出版。我们将陆续向全国教师进修院校、教师培训基地和中小学教师推荐,供开设中小学教师继续教育相关课程时选用。

在选择、设计和编写中小学教师继续教育教材过程中,我们遵循了以下原则:

1. 从教师可持续发展和终身学习的战略高度,在课程体系中,

加强了反映现代教育思想、现代科学技术发展和应用的课程。

2. 将教育理论和教师教育实践经验密切结合,用现代教育理论和方法、优秀课堂教学范例,从理论和实践两个方面,总结教学经验,帮助教师提高实施素质教育的能力和水平。

3. 强调教材内容的科学性、先进性、针对性和实效性,并兼顾几方面的高度统一。从教师的实际需要出发,提高培训质量。

4. 注意反映基础教育课程改革的新思想和新要求,以使教师尽快适应改革的需要。

中小学教师继续教育教材建设是一项系统工程,尚处在起步阶段,缺乏足够的经验,肯定存在许多问题。各地在使用教材的过程中,有什么问题和建议,请及时告诉我们,以便改进工作,不断加强和完善中小学教师继续教育教材体系建设。

教育部师范教育司

二〇〇〇年十一月一日

编者的话

“个案学习”，在我国数学教育界还是一个新名词。它是指一种教师培训的新方法。粗略地讲，个人通过阅读个案材料，了解具有特定意义的事件，在头脑中感知、反思和评价，然后进行小组讨论交流，并辅之以有针对性的理论学习，这就是“个案学习”。

“个案”，在公安、法学界常称为“案例”或“法案”，商界里有叫“商案”的，医学界则称之为“医案”，在教育界也有人称“案例”。“个案”这个词原来在教育界就是专业名词，不过专指“个案研究”。自 20 世纪七八十年代起，一些国家的教育工作者将发生在教学过程中的实际事例收集起来，作为师资培训的素材，专供教师们反思、分析之用。这种实际教学事例也称为“个案”。本课程使用“个案学习”这个词，是为了与“个案研究”有所区别。

个案学习的方式，在商业界，建筑界，公安、法学界，医学界采用得比较多，也较有效，但在教育界，即使是在国外使用时间也不算长。过去培训教师时，我们一般都是从介绍教育及教学理论开始，探讨和分析实际教学问题，举例加以说明。然而以往的经验告诉我们，这样的途径有时较难取得令人满意的效果，甚至达不到预期的目的。例如，受培训的教师会认为，所介绍的理论太空洞，离课堂实际太远，不知道有用还是无用；或是觉得，你引入的理论都对，但似乎没讲到点子上，怎么去做，还是不明白。而培训者又会抱怨受培训者对理论提不起兴趣，或者缺少理解领会能力。总之，在培训者和受培训者之间，虽然不能说存在着鸿沟，但多多少少还是有一些距离。当然，出现一些脱节的情况，并不意味着原有的培训内容和途径不行了、过时了，要用一种新形式来取代它。为此，除了作有针对性的改进，还可

以寻找新的培训形式。多种形式的培训互补,可以取得更佳的实效。而寻找新形式的前提,是了解、分析在职教师的特长和兴趣,向他们提供适合其长处并令他们感兴趣的培训,以诱发他们的学习动机,自觉自愿地积极投入到培训活动中来。

大家都知道,在职教师最具优势之处,是他们有丰富的实践经验。他们成年累月地在学校里、课堂上“摸打滚爬”,对教学实践活动有着深切的体会,其中既有成功的喜悦,也有失败的烦恼,还遇到了不少无法解释的矛盾和疑问。所有这些,在他们的脑海中印象至深,记忆犹新,并且滋生反省和探究的欲望,一定有着学习理论、反思实践的强烈愿望和渴求。但是,由于他们受客观条件限制,例如:工作时间长,教学任务重,缺少能让他们茅塞顿开的指导,长此以往,对经验熟视无睹,对教训无可奈何。因此,设法建立一种“由下而上”,从实践入门来学习和理解理论的途径,将可能配他们的胃口,也有利于理论的普及和掌握。借鉴国内外的经验,我们就想到了“个案学习”的方式。受教育部委托,2000年在华东师范大学进行的两届中学数学教师国家级培训(园丁工程)工作中,我们尝试了“个案学习”的培训方法,获得了热烈的反应和可喜效果,取得了经验。以此实践为基础,经多方征集个案,并参考国内外的有关资料,我们编撰了这本教材。

编写本书的目的,是想倡导一种数学教师在职培训的新途径,改进数学教师培训的效果,引导他们利用个案反思教学实际,激励他们学习和理解教学理论,转变观念,改进教学。本教材按适应和促进素质教育的方向,紧扣数学教学实际,介绍不同内容和形式的个案实例。考虑到个案学习的可操作性,教材同时为个案的思考、讨论拟定分析的理论框架和观点,确定解释情境的多种角度及关注的焦点,还提供一系列的思考题,介绍一些可以采用的讨论过程,便于培训者组织讨论和学员展开交流。最后,我们还提出一系列个案写作的专题,供受训教师在撰写自己的个案时参考。

我们愿目前的这一批个案,能为当前全国范围内广泛开展的各个层次上的骨干教师培训活动提供蓝本,同时也希望对其他中学数学教师的进修提高有直接的帮助。如前所述,个案学习是一条新的

学习途径,我们希望从一开始就能做得扎扎实实。在本教材出版使用的时候,我们尤其渴望倾听全国各地、各个层次的培训者和受培训者的意见,得到专家们的指导和批评,让这项工作得以改进和发展。同时也借此机会,向广大读者征集形形色色的个案,希望在大家的帮助下,像“滚雪球”那样,积累一批批个案,将本书发展成一个系列,使个案学习的内涵越来越丰富,道路越走越宽畅。

本教材由两部分组成。一部分是学习的内容,即第二章:个案精选。它应该看成是本书的主体。另一部分是学习的方法,包括第一章、第三章、第四章和第五章。因为个案学习是一种新的学习,首先了解学习的意义和方法才能投入,所以建议大家不妨先粗读一下有关方法的章节。在阅读内容部分以及开展个人反思和小组讨论时,也应经常翻阅一下方法部分,例如:再看一看“思考讨论题”,以便在边读边反思,或边讨论边反思时得到一些提示,使学习能深入下去。

特别要指出的是,书中列出的所有个案,均采自于教学第一线,绝大部分由中学教师亲自撰写,以此保证了它们的真实性,在很大程度上反映了我国数学教育的现实(出于尊重有关人物的原因,其中的人名等作了适当的处理)。因而首先要感谢程建中、郭茂荣等 34 位个案作者们扎实的实际工作和认真的写作。正是依靠他们的创造性的努力,为大家提供了学习和反思的对象和机会。我们还要感谢我校数学系领导们的鼓励与支持,感谢我校中学数学骨干教师国家级培训课题主持人张奠宙先生的指导,感谢骨干教师培训班班主任马继锋老师的热情帮助。

本书由李士钊设计框架,采集个案。李俊撰写了第二章第二节的第二、三、五、八、九、十小节。其余部分由李士钊编写。两人共同负责统稿。个案的提供者人数众多,分别署名于每篇个案的后面,不在此一一罗列。

作 者

2001 年 3 月

于华东师范大学

目 录

第一章 个案学习——一种教师培训的新方式	1
第一节 什么是“个案”?	1
第二节 什么是“个案学习”?	3
第三节 个案学习的意义	5
第二章 个案精选	10
第一节 为什么而教?	10
个案1 一节“拖堂”的公开课	10
个案2 “今天起不布置作业!”	12
个案3 一个问题的三种答疑方式	16
个案4 面对学生的奇思妙想	19
个案5 “名次和发展,我该选择哪个?”	21
个案6 公开课上的多媒体包袱	23
个案7 这个公式可不可以用?	26
第二节 认识教学的复杂性	29
个案8 同一例题的不同“命运”	29
个案9 “点火”还是“灭火”?	36
个案10 “四两拨千斤”	38
个案11 “老师,我忘了”	40
个案12 一次辅导的意外收获	43
个案13 “全对”的背后	45
第三节 向教学实际学习	47
个案14 他们受到什么力量的召唤?	47

个案 15	课本的“叛逆者”	52
个案 16	一次意外而又得意的导入	54
个案 17	提取错误解法中的合理部分	56
个案 18	从一个特例到一种有用的通法	59
个案 19	为什么扣两分?	61
第四节	关注学生的学	63
个案 20	荒唐的假设	63
个案 21	“为什么我的解答老是不完整?”	65
个案 22	我小看他们了	68
个案 23	“我该怎样记笔记”	70
个案 24	“我最熟悉的一个图形”	71
个案 25	摸着石头过河	73
第五节	理解是教学的中心	77
个案 26	i 的意义是什么?	77
个案 27	$0.999\cdots < 1?$	79
个案 28	“我的答案是对的”	81
个案 29	一个通病的反思	83
第六节	情感因素很重要	86
个案 30	足球迷不怕学数学了	86
个案 31	学生期盼什么	88
个案 32	不解的困惑	90
个案 33	还有谁在影响着她	93
第三章	个案的反思和理论学习	95
第一节	个案反思的思考题	95
第二节	分析个案的理论框架	98
第三节	本书中个案蕴涵的重要观点	138
第四章	个案讨论的组织和过程	141
第一节	个案讨论的组织	141
第二节	个案讨论的过程	143

第五章 大家都来写个案.....	147
第一节 数学教育个案的写作要点.....	147
第二节 数学教育个案的写作专题.....	149

第一章 个案学习

——一种教师培训的新方式

第一节 什么是“个案”？

要回答这个问题，我们不妨先按个案学习的方法，看下面的实例。它就是“个案”中的一个个案。

“其实我会做”

到了高三，年级里的高考气氛骤然紧张，不到三个月，已经进行了两次模拟考试。按照学校的规定，每次模拟考试之后，教师必须找成绩排名最后的几个学生面谈。

S同学两次都在面谈之列。其实她平时学习成绩还可以，高一、高二时还进入过班级前十名，但到了高三以后，考试成绩总是不理想，眼看着我内定的“本科苗子”就要“泡汤”，真是急死人。

第一次模拟考试之后，我曾狠狠地批评了她，责令她在办公室重做了一遍，不到半小时她就做完了，但是在第二次考试中她又重犯了第一次考试中的错误。这次面谈我想换一种办法。

“报告”，听到这胆怯的声音，我知道S来了。她满脸通红，眼泪都快流出来了。我连忙笑着安慰道：“不要紧张，这次我们一起分析一下错误原因好吗？”看我今天的脸色“阴转多云”，S的胆子也渐渐大起来。“其实我会做，一出考场我就知道怎么做了。不知道怎么搞的，一到考试我就紧张，就怕考不好。”S指着试卷对我说：“第8题我看漏了题目中括号内的条件 $a > b$ ，第10题我忘了 $q = 1$ 的特例，第17题和您上周讲的一道题类型差不多，这种类型的题目我都已经做过十几题了，可在考试时，我怎么也想不起来……”听完了S的叙述，我们一起做了统计，共错八题。其中的三题是审题不清或是遗忘了隐含条件，两题是因为

方法选择错误导致运算错误,还有两题的类型都会做,但当题目中问题的角度变换之后,就联想不起来,真正不会做的就一题。送走她,我陷入了深思。S同学的问题到底出在哪儿呢?

在高三复习过程中,教师往往只注重知识的传授,忽视了学生心理素质的培养。升学的压力、过重的课业负担,使学生承受着巨大的心理压力,容易造成心理失衡,出现了一考试就紧张,越紧张越考不好的现象,严重影响了他们学习成绩的提高。长达一年多的高三复习强化训练,从表面上看,学生温习和熟知了一大堆知识,教师也完成了教学任务,但实际上,这些知识往往容易被遗忘,根本没有内化为学生的知识和能力,稍加变化,学生便不会变通,影响考试成绩,影响心理健康。反思我们的教育,应该从中吸取教训。加强学生特别是高三学生心理健康教育应该是整个教育工作的重要环节之一,高三学生依然需要有一个宽松的学习环境,需要适时的心理调节和愉快的课外活动。教师不但要关心学生的成绩,还要关心他们的兴趣、意志、体力、精力等等方面。

除了心理压力,还有一些因素也影响着学生考试成绩的提高。比如,一部分学生知识掌握不完整,对有些定理、概念成立的条件不明确,忘记了特例,如等比数列求和公式中的 $q \neq 1$,而导致错误;有些学生采用的解题方法不好或不合理,导致运算烦琐,计算量大,准确性差;有些学生审题不准确、不仔细、不深刻,忽视对题目中隐含条件的挖掘,如函数定义域的范围,导致错误;还有些学生思维不开阔,当面对问题苦苦不得其解时,往往不会转换思考角度,寻找新的思路。

在复习形式上,教师通常习惯于“归纳题型”式的复习模式,重模仿,轻创造,以至于题目一变有些学生就束手无策。教师应该多给学生尝试发现的机会,尽可能让学生自我实践、自我建构数学的知识、思想、方法,应该在学生有了充分的数学实践和探求问题解决的经验以后让他们自己体会和总结。教师应了解学生的认知过程,使自己的教学方法更具有针对性和适应性,提高教学效率。

反省的同时,我也在思考:“不会做”、“其实会做”和“会做”之间到底有多大距离?

(安徽省广德中学 程建中)

从上述实例,我们可以了解到,所谓数学教育的“个案”,就是一个特定的故事,是指发生在数学教育过程中的某个方面的、含有丰富

信息和意义的一个事件,或是一组纵向或横向的事件。它比较详细地叙述一段具体的故事情节,一件发生过的事实,向人们提供人物、场合、过程、后果,引发思索。它包含有足够多的信息,可以代表或反映一类事物,蕴涵一定程度的理论原理,传达作者的某些理念和价值观,表达作者在某种层次上的感受、想法、态度及意愿。它可以指导数学教学与教育,帮助树立一种观念,明白一个道理,理解一个概念,学到一些方法。但个案本身不必都要正面陈述理论概念或观点,不一定直接探讨理论问题。个案还有个性特点,它呈现特定的问题情境,探讨因素和影响,作一定的分析和反思,希望引发讨论。

个案与教案有所不同。它是一个片段,一段情节,形式简洁,主题明确,比较集中。它包含的内容比教案更广泛,在形式上也比教案更自由,可以像文学中的散文那样,不拘一格,任作者发挥。当然,个案中可以包含教案或教学过程的片段,按作者的需要以说明某一主题。好的个案写得生动形象,不枯燥,不说教,且有“戏剧性”。描述的过程引人入胜,包含了令人感兴趣的悬念和矛盾冲突(例如,新旧观念不一致的看法;好的教学设计却引不出上佳的效果等等)。事件的发生、发展既在情理之中,又在意料之外,吸引读者身临其境,参与思考。

个案的显著特点是,以实际情境和过程为焦点,以其斑斓多彩、栩栩如生吸引大家的注意力,让大家从具体问题着手作理性的思考,深刻反省实际,分析矛盾,设想解决问题的途径,理解或树立有关的理论观点,有利于数学教育的改革实践。

第二节 什么是“个案学习”?

对于数学教师在职培训来说,大家的关注所在,自然是理论与实际的结合点。其实,任何一种教学或培训总会考虑到这个问题。然而,在职教师出于职业的本能,将会比接受职前培训的大学生更注重理论的适用性及实际效果。为此,我们需要有不同的思路去寻找结合点。过去,我们走的是从理论到实际的道路。首先着眼于以理论

原理及观点为框架,而后再去找实例,给以解释和说明,是“由上而下”的方式。这种方式本身是有用的,必要的,但它的弱点也已有所闻,例如:受训者在理论的俯视下可能会滋生“手足无措”的感觉,甚至会觉得理论不知所云。现在换一种思路,就可以得到“由下而上”的途径。从发生在中小学数学教师身边最常见的、最熟悉的现象或事件入手进行学习,效果将可能更好。

在本课程中,要求大家通过一批个案材料(书面的、录像的或口述的),了解关于数学教育方面的特定事件,先由个人对其进行评价和反思,然后在小组讨论中作交流,同时有针对性地学习数学教育的理论观点。我们还把受培训者自己编写个案作为个案学习的一项任务。所以,我们拟定的个案学习,为下列几个步骤:

1. 阅读个案
2. 分析思考
3. 学习理论
4. 讨论交流
5. 撰写个案

这是在教师集体培训的条件下的学习步骤,其他情况下开展个案学习也可作参考。

个案学习的特点是,以实际情境和过程为思考的焦点,让大家从具体问题着手作理论思考,反省实际,分析矛盾,设想解决问题的途径,理解有关的理论观点。先寻找实例,提供反思的对象,受培训者的学习兴趣与动机油然而生。然后,在分析讨论中他们会自然而然地不满足于就事论事的认识,诱发出寻找开展分析的理论工具的要求,进而转换成学习理论的动因。我们的尝试证明,受培训教师更乐意接受从实际问题入手展开的实践性和理论性学习。

“个案学习”不同于“个案研究”。个案研究是教育、心理等学科领域里的一种特殊的研究方式。它有特定的目标,用观察、测试、实验等等的手段,侧重对某一个人或一件事进行专门的调查了解,充分考虑具体特点,深入探索有关的信息,详细展示特定过程,以得出研究结论。个案学习则相对开放,比较“松散”,仅侧重于了解、讨论特

定事件的过程、信息及特点,根据各人的实际需要和现有水平,反思实践,获取经验教训。相对而言个案学习不是那么“严谨”,却容易开展。正是因为这种特点,几乎每一位数学教师都有能力直接介入到个案学习的活动中来,取得较大的收获。我们的另一个经验是:个案学习可以成为个案研究入门的“敲门砖”。通过个案学习,教师可以亲身体会、了解个案的意义及作用,转而产生掌握个案研究方法的要求,打开走上个案研究道路的大门。在我校进行的中学数学骨干教师的国家级培训活动中,当学员要着手数学教育课题研究时,许多人就把“个案研究”选为教育科学研究的方法之一。所以,“个案学习”与“个案研究”又有了联系,这也加大了“个案学习”的作用和影响。

第三节 个案学习的意义

数学教育的个案学习,是要通过实例介绍,个案反思、讨论及写作,引导受培训教师把注意力聚焦于实际的教育情境中的不太清晰的争议点上,引发深入的思考;并为探讨问题拟定分析的框架,确定讨论的中心及解释情境的多个侧面,以认识潜在的长处和缺陷,预测结果,检验教学原理在课堂教学中的适用性,思考今后的做法。最终是要达到分析问题,认识症结,理解原理,开阔眼界,转换思路,更新观念的目的。个案学习将由下而上地沟通和协调数学教育的实践与理论两个方面,形成结合点,成为数学教师职前教育和在职培训的新的、有效的手段。

数学教师出于数学专业的职业习惯,最关心“普遍性”、“概括性”问题。个案学习,要通过学习一组特定情境中的具体个案来取得收获,于是大家就自然而然会产生一个疑问:学习具体实例有用吗?有没有普遍性意义?要回答这个问题,有一个理论视角问题需要弄清楚。显然,教育理论作为理论,总是具备概括性的意义,用来指导面上的工作。这应该是毋庸置疑的。但是,教育理论与数学理论之间存在着某种性质上的区别,那就是:教育学不是像数学那样的一门演绎性科学。数学是在纯粹的、理想的条件下讨论问题。理论一