

创
新
版

全解应
试精
典
系列丛书

初中 数学

全解应试精典

主编 宋寿柏

南京大学出版社

创新版全解应试精典系列丛书

编 委 会

主 编 黎 明 任 华 江 涛 王 荣

副主编 徐际宏 肖承德 文 曙 周晓光

编 委 (以姓氏笔画为序)

王 荣 文 曙 朱之伟 任 华

江 涛 江家发 李后山 杨明伟

杨善解 李为民 肖承德 肖家芸

宋寿柏 宋大华 宋伟光 欧再芬

周守标 周宏俊 周明德 周晓光

胡宏达 高培元 高永海 高金虎

胡家声 胡其伟 洪明俊 洪鲁州

徐际宏 黄建成 黄敬德 黄晨阳

程小佳 程根友 程承士 蒙世满

黎 明

为适应全国中考、高考改革和广大考生的需要,我们聘请了江苏、安徽、山东等地的著名重点中学的特级教师、高级教师、教育研究专家和高等师范院校的学科教育学专家,组织编写了这套《创新版全解应试精典系列丛书》。

该丛书根据教育部规定的现行教材的知识体系,紧扣课文基本知识点、重点和难点,运用典型例题进行示范引导,并把握关键的理论、命题作阐发讲解,目的使学生牢固地掌握基础知识,提高分析问题、解决问题和综合创新能力。同时,各册都附有中考或高考的模拟试卷及答案要点。《丛书》既具有同步辅导的功能,也具有应试功能,并且还带有一定的工具性。

本丛书分为中考和高考两个系列,共12本。初中有:《初中语文全解应试精典》、《初中数学全解应试精典》、《初中英语全解应试精典》、《初中物理全解应试精典》、《初中化学全解应试精典》、《中考优秀作文精典》;高中有:《高中语文全解应试精典》、《高中数学全解应试精典》、《高中英语全解应试精典》、《高中物理·化学·生物·信息技术全解应试精典》、《高中政治·历史·地理全解应试精典》、《高考优秀作文精典》。

本丛书既适合于初中或高中毕业生在中考或高考前冲刺阶段使用,也适合于广大中学生平时辅导练习使用。因此,它不仅为应届初、高中毕业生参加中考或高考带来有益的启迪和切实的帮助,而且也不失为广大在校的初中和高中学生的良师益友。

编委会

2001年4月



第一单元	实数的有关概念	1
第二单元	实数的运算	4
第三单元	整式	6
第四单元	因式分解	9
第五单元	分式	12
第六单元	一元一次方程及其应用	15
第七单元	二次根式	18
第八单元	一元二次方程的解	22
第九单元	一元二次方程的判别式及根与系数的关系	26
第十单元	一元二次方程的应用	30
第十一单元	分式方程与无理方程	34
第十二单元	列方程和方程组解应用题	38
第十三单元	简单的二元二次方程组	41
第十四单元	一元一次不等式	44
第十五单元	一元一次不等式组	47
第十六单元	平面直角坐标系及函数	51
第十七单元	一次函数的图象与性质	56
第十八单元	二次函数的图象与性质	61
第十九单元	反比例函数及其图象	66
第二十单元	统计初步	71
第二十一单元	相交线和平行线	74
第二十二单元	三角形	79
第二十三单元	四边形	95
第二十四单元	相似形	106
第二十五单元	解直角三角形	120
第二十六单元	圆	126
模拟试卷		144
模拟试卷答案		160
编后记		165

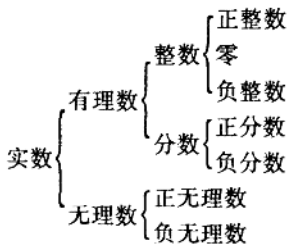
第一单元 实数的有关概念

【重点、难点提示】

实数的有关概念主要包括实数的分类、数轴、相反数、倒数、绝对值、科学记数法、有效数字等,理解和掌握这些概念是学习本单元的重点,其中,理解实数的分类、绝对值的几何意义与代数意义、相反数、有效数字为学习本单元的难点.

【重要概念、定理、性质阐释】

实数的分类



其中,分数又称有限小数或无限循环小数;无理数又称无限不循环小数.

数轴 规定了原点、正方向和单位长度的直线,叫做数轴.

相反数 只有符号不同的两个数,叫做互为相反数,或者说,在数轴上原点的两旁,离开原点的距离相等的两个点所表示的两个数叫做互为相反数;零的相反数是零.

倒数 乘积是1的两个数互为倒数;零没有倒数.

绝对值

① 几何意义: 一个数 a 的绝对值就是数轴上表示数 a 的点与原点的距离.

② 代数意义:

$$|a| = \begin{cases} a, & a > 0 \\ 0, & a = 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$$

科学记数法 把一个大于绝对值10的数记成 $a \times 10^n$ 的形式,其中 a 是整数位只有一位的数,这种记数法叫做科学记数法.

有效数字 一般地,一个近似数,四舍五入到哪一位,就说这个近似数精确到哪一位,这时,从左边第一个不是0的数字起,到精确到的数位止,所有的数字,都叫做这个数的有效数字.

【典型例题解析】

例1 下列各数,哪些是有理数,哪些是无理数?

$\frac{13}{7}$, $\tan 60^\circ$, 0 , $\sqrt{4}$, $\frac{\pi}{2}$, $\sin 30^\circ$, $2.\dot{7}5$, $1.010010001\cdots$ (每两个1之间0的个数依次增加一个)

解 有理数有: $\frac{13}{7}$, 0 , $\sqrt{4}$, $\sin 30^\circ$, 2.75

无理数有: $\tan 60^\circ$, $\frac{\pi}{2}$, $1.010010001\cdots$

解析 在实数分类中,其分类的标准不是数的表达形式,应从数的本质特征上来判定,一般说来,用根号形式表示的数,不一定就是无理数,如 $\sqrt{4}$; 同样,用三角函数符号表示的数也不一定就是无理数,如 $\sin 30^\circ$ 等. 无理数与有理数的根本区别在于它是否能表示成既约分数,能表示成既约分数的数都是有理数,否则都是无理数.

例2 实数 a, b 在数轴上的对应点的位置如图所示,化简 $|a+b| - |a-b|$ 的结果是 ()

- A. $-2b$ B. $-2a$
C. $2b$ D. $2a$

解 由图可知 $a < 0, b > 0, |a| > |b|$,
 $\therefore a+b < 0, a-b < 0$,
 $\therefore |a+b| - |a-b|$



$$= -(a+b) + (a-b) = -a-b+a-b \\ = -2b. \text{ 故选 A.}$$

解析 含绝对值的代数式的化简, 首先应弄清绝对值符号内的数或式的值是正、是负还是零, 然后再根据绝对值的定义把绝对值的符号去掉. 本题是一道数形结合的题目, 解题的关键在于首先通过认真细致地观察图, 弄清数轴上的各点所表示的数的正负性及各实数之间的大小关系, 然后正确地去掉绝对值符号, 从而达到化简的目的.

例 3 用科学记数法表示数 0.000125 的保留两个有效数字的近似数.

$$\text{解 } 0.000125 = 1.25 \times 10^{-4} \approx 1.3 \times 10^{-4}$$

解析 把一个数 N 转化为用科学记数法的形式表示, 即表示成 $N = a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 是整数, 这类问题的求解, 关键是看把数 N 改写成 $a \times 10^n$ 的形式时, 小数点移动的方向和位数. 小数点向左(或右)移动, n 的符号为正(或负), 而 n 的绝对值, 恰好等于移动的位数. 另外, 本题还涉及到近似数的问题, 这类问题较为简单, 只是运用四舍五入法使最后结果符合题目的要求.

例 4 近似数 0.03020 的有效数字的个数和精确度分别是多少?

解 近似数 0.03020 的有效数字的个数是四个, 精确到十万分位.

解析 在近似数中, 要求掌握精确度和有效数字. 一般地, 一个近似数四舍五入到哪一位, 就说这个近似数精确到哪一位; 其有效数字的确定方法是, 从左边第一个不是零的数字算起, 直到精确到的那一位为止, 特别注意近似数 0.03020 与 0.0302 的区别, 0.03020 是精确到十万分位, 有效数字是 3、0、2、0; 而 0.0302 是精确到万分位, 有效数字是 3、0、2, 两者的精确度不同, 有效数字也不同, 所以在近似数中, 末位的零, 不能随意去掉.

例 5 当 $0 < x < 1$ 时, 比较 x^2 、 x 、 $\frac{1}{x}$ 的大小.

$$\text{解 } \because 0 < x < 1, \therefore 1-x > 0,$$

$$x+1 > 0, \text{ 则 } x-x^2 = x(1-x) > 0,$$

$$x - \frac{1}{x} = \frac{x^2-1}{x} = \frac{(x-1)(x+1)}{x} < 0,$$

$$\therefore x > x^2, x < \frac{1}{x}, \text{ 即 } x^2 < x < \frac{1}{x}.$$

解析 这是一道在给定字母的取值范围内比较代数式大小的问题. 比较两代数式的大小, 通常采取的方法有两种: 一种是“差值比较法”, 也就是先求出两个代数式的差, 再看其差与零的大小关系, 如果差大于零, 则被减数大于减数; 差等于零, 则被减数等于减数; 如果差小于零, 则被减数小于减数. 另一种方法是“商值比较法”, 即先求两代数式的比值, 再看其比值与 1 的大小关系, 当两代数式的值都是正数时, 如果比值大于或等于 1, 则被除数就大于或等于除数; 否则被除数小于除数. 当两代数式的值都是负数时, 则与上述结论相反. 本题还可利用“商值比较法”来解, 请读者自己完成.

另外, 此类问题还可以用特殊值法求解, (特别是对于填空题或选择题), 即在字母的取值范围内, 任给一个值分别计算出各代数式的值, 代数式的值大的, 其对应代数式大. 本题还可根据不等式的基本性质直接求解.

【单元测试(一)】

一、选择题

1. 在 $\sqrt{2}$, $\cos 90^\circ$, $-\sqrt[3]{16}$, $0.\dot{3}$, $\frac{355}{113}$, $\frac{\pi}{4}$ 中, 无理数的个数是()

- A. 1 个
B. 2 个
C. 3 个
D. 4 个

2. 用四舍五入法, 保留三个有效数字取得近似值为 21.0 的数是()

- A. 21.12
B. 21.05
C. 20.95
D. 20.94

3. 用科学记数法表示数 99600 正确的是()

- A. 996×10^2
B. 99.6×10^3
C. 9.96×10^{-4}
D. 9.96×10^4

4. 一个数的相反数的倒数是 $-2\frac{1}{3}$, 则这个数的平方等于()

- A. $\frac{9}{7}$
B. $\frac{9}{49}$

C. $\frac{49}{3}$

D. $\frac{49}{9}$

5. 已知 $a > 3$, 化简 $\left| a - \frac{1}{3} \right| - |3 - a|$ 的结果是()

A. $2\frac{2}{3}$

B. $2a - 3\frac{1}{3}$

C. $2\frac{1}{3}$

D. $-3\frac{1}{3}$

6. 下列说法中, 不正确的是()

A. 如果 $a \neq 0$, 那么 $a > -a$

B. 如果 $|a| = |b|$, 那么 $a = \pm b$

C. 如果实数 a 的倒数是 3, 那么 $a^2 = \frac{1}{9}$

D. $a^2 + 1 > 0$

7. 已知实数 a, b 在数轴上的对应点的位置如图所示, 且 $|a| > |b|$, 则 $|a| - |a + b| - |b - a|$ 化简后的结果是()



A. $2b + a$

B. $2b - a$

C. a

D. b

8. 绝对值小于 126 而大于 26 的整数的个数共有()

A. 100 个

B. 99 个

C. 200 个

D. 198 个

9. 若 $\frac{x}{2|x|} = -\frac{1}{2}$, 则 x 是()

A. $x > 0$

B. $x < 0$

C. $x \leq 0$

D. $x \geq 0$

10. 已知 a, b 非零且互为相反数, 则()

A. a^n, b^n 一定互为相反数

B. a^{2n}, b^{2n} 一定互为相反数

C. a^{2n+1}, b^{2n+1} 一定互为相反数

D. 以上三种情况均不成立

二、填空题

1. 绝对值小于 5 的偶数是_____.

2. $\left| -2\frac{1}{5} \right|$ 的相反数是_____, 倒数是_____.

3. 近似数 0.0030 精确到_____, 它的有效数字有_____个.

4. 若 $a + b$ 与 $c + d$ 互为相反数, 且 $a + b + d = 2$, 则 $c =$ _____.

5. 已知 $a < 0$, 则式子 $\sqrt{a^2} + a, \sqrt{a^2} - a, \sqrt[3]{a^3} + a, \sqrt[3]{a^3} + \sqrt{a^2}$ 中, 其值大于零是_____.

6. 已知 $-3 \leq a \leq 5$, 化简 $|a + 3| - |a - 5| =$ _____.

7. 已知 $|a| = 3, |b| = 7$, 且 $a \cdot b < 0$, 那么 $a - b =$ _____.

8. 已知 $|a + 4| + \sqrt{b - 2} = 0$, 则 $\frac{1}{a + b^3} =$ _____.

三、解答题

1. 已知 a, b 互为相反数, c, d 互为倒数, m 的绝对值为 2, 求 $\frac{|a + b|}{4m} - 2m^2 - 3cd$ 的值.

2. 若 $a < b < 0, c > 0$, 化简 $|a + b| - |a + c| - |c - b|$ 的值.

3. 设四位数 $\overline{abcd}$ 的各位数字之和 $a + b + c + d$ 是 9 的倍数, 求证: $\overline{abcd}$ 也是 9 的倍数.

4. 当 $xy < 0$, 求代数式 $\frac{|x|}{x} + \frac{|y|}{y} + \frac{|xy|}{xy}$ 的值.

5. 已知 $a > 0, b < 0$, 化下列各式:

$$\textcircled{1} 15 - b + |b - 2a| + \left| 1 + \frac{1}{2}a \right|;$$

$$\textcircled{2} 16 - 5b - |3a - 2b| - |8b - 1|.$$

6. 求满足 $|ab| + |a + b| = 1$ 的整数对 (a, b) .

单元测试(一)参考答案

一、1. C; 2. C; 3. D; 4. B; 5. A; 6. A; 7. C; 8. D; 9. B; 10. C.

二、1. $\pm 4, \pm 2, 0$; 2. $-2\frac{1}{5}, \frac{5}{11}$; 3. 万分位, 两; 4. -2 ; 5. $\sqrt{a^2} - a$; 6. $2a - 2$; 7. 10 或 -10 ; 8. $\frac{1}{4}$.

三、1. 5; 2. 0; 3. 略; 4. -1 ; 5. $\textcircled{1} \frac{5}{2}a - 2b + 6, \textcircled{2} -3a + 5b + 5$;
6. $(0, 1), (0, -1), (1, 0), (-1, 0), (1, -1), (-1, 1)$.

第二单元 实数的运算

【重点、难点提示】

实数的运算,重点是要求掌握运算法则,运算顺序;难点是要求灵活掌握实数的四则运算.

【重要概念、定理、性质阐释】

运算法则 加法法则、减法法则、乘法法则、除法法则、乘方、开方.

运算律 加法交换律、加法结合律,乘法交换律、乘法结合律、分配律.

运算顺序 先乘方、开方,后乘除,最后加减,有括号先算括号内的.

【典型例题解析】

例1 计算

$$|1-\sqrt{3}| - \frac{2}{\sqrt{3}-1} - \tan 60^\circ + (\sqrt{3})^0$$

$$\begin{aligned}\text{解 } & |1-\sqrt{3}| - \frac{2}{\sqrt{3}-1} - \tan 60^\circ + (\sqrt{3})^0 \\ &= \sqrt{3}-1 - \frac{2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} - \sqrt{3}+1 \\ &= -(\sqrt{3}+1) \\ &= -\sqrt{3}-1.\end{aligned}$$

解析 这类综合计算题,主要考查学生对知识的综合应用能力;本题关键仍是去绝对值符号,特殊角的三角函数值,分母有理化等知识的综合应用.

例2 计算:

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{-2} \times (-3)^0 + (2+\sqrt{3})^{-1} + |1-\sqrt{3}|$$

$$\begin{aligned}\text{解 } & \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{-2} \times (-3)^0 + (2+\sqrt{3})^{-1} + |1-\sqrt{3}| \\ &= 3 \times 1 + 2 - \sqrt{3} + \sqrt{3} - 1\end{aligned}$$

$$= 4$$

解析 实数的加、减、乘、除混合运算,仍然按照先乘方,后算乘除,最后算加减的运算顺序;如果有括号先算括号内的.本题关键是负指数幂、零指数幂的运算,以及去绝对值符号.

例3 计算:

$$(\sqrt{2}+1)^{2000}(\sqrt{2}-1)^{2001}$$

$$\begin{aligned}\text{解 } & (\sqrt{2}+1)^{2000}(\sqrt{2}-1)^{2001} \\ &= (\sqrt{2}+1)^{2000}(\sqrt{2}-1)^{2000}(\sqrt{2}-1) \\ &= [(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)]^{2000}(\sqrt{2}-1) \\ &= \sqrt{2}-1.\end{aligned}$$

解析 这种类型的问题,解答的关键是巧妙地运用“同底数幂相乘”,“积的乘方”的运算法则的“逆”过程.

【单元测试(二)】

一、选择题

1. 两数相加,和比其中任何一个加数都小,那么这两个数是()

- A. 都是正数 B. 都是负数
C. 互为相反数 D. 异号

2. 若 $|a|=3$, $\sqrt{b^2}=2$, 则 $a-b$ 的值是()

- A. 1 B. 5
C. -5 D. ± 1 或 ± 5

3. 已知 $a=\sqrt{2}-1$, $b=\frac{1}{\sqrt{2}+1}$, 则 a 与 b 之间的关系是()

- A. $a-b=0$ B. $a+b=0$
C. $a \cdot b=1$ D. $a \cdot b=-1$

4. 计算 $(-2)^{2001} + (-2)^{2002}$ 所得结果是()

- A. 2^{2001} B. $(-2)^{2001}$

C. -2^{2001} D. -2

5. 化简 $|a+2|+|a|$ 的结果是()

A. $3a$ B. $-a$

C. $3a$ 或 $-a$ D. a

6. 下列说法错误的是()

A. 绝对值大于1而小于4的整数只有2和

3

B. 倒数和本身相等的数,只有1和-1

C. 相反数与本身相等的数,只有0

D. 只有相反数而无倒数的只有0

7. 若 $a < -6$, 化简 $|3-|3+a||$ 的结果是

()

A. $-a-6$

B. $6+a$

C. $-a$

D. a

8. 底面直径为20cm,高为1cm的圆柱体体积(结果保留三个有效数字)()

A. 314cm^3

B. $1.26 \times 10^3\text{cm}^3$

C. $3.14 \times 10^2\text{cm}^3$

D. $3.14 \times 10^3\text{cm}^3$

9. 四个各不相同的整数 a, b, c, d , 它们的积 $a \cdot b \cdot c \cdot d = 9$, 那么 $a + b + c + d$ 的值为()

A. 0

B. 4

C. 8

D. 不确定

10. 含酒精60%的酒精溶液3千克与含酒精95%的酒精溶液2千克混合,则混合后的溶液中含酒精的百分数为()

A. 37%

B. 77.5%

C. 60%

D. 74%

二、填空题

1. 小于4而大于-5的所有整数和_____

2. $\sqrt{2}-1$ 的相反数是_____; $1-\sqrt{3}$ 的绝对值是_____; $2-\sqrt{3}$ 的倒数是_____3. 如果 $|a-5| + \sqrt{b+3} = 0$, 那么 $\frac{8}{a-b} =$ _____

4. $\left(-\frac{5}{6}\right) \div (-3) \times \left(-1\frac{4}{5}\right) \times$

$(\quad) = 1.$

5. 在公式 $C = 0.003x + 0.05$ 中, $x = 350$, 则 $C =$ _____6. 如果 $a^2 = 1$, 那么 $\sqrt{a} =$ _____7. 代数式 $a^2 + 1$ 的最小值是_____8. $\frac{1}{a^2+1}$ 的最大值是_____9. 已知 $\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} = 0$, 则 $\frac{|ab|}{ab} =$ _____

三、解答题

1. 计算:

① $12 \times \left(\frac{4}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \div | -2 | - (-5)^0 \times (-1)^{2001}$

② $(\sqrt{3} - \pi)^0 + (-2\sqrt{2})^2 - |(-3)^3| - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$

③ $\sqrt{4} + \sqrt[3]{27} + \sqrt{50} \times \sqrt{2}$

2. 已知 $|x-3|$ 与 $|y+2|$ 互为相反数, 求 y^x 的值.3. 已知 $a > 0$, $\frac{a}{b} < 0$, 计算 $\sqrt{(b-a-4)^2} - |a-b+1|$ 的值.4. 已知 $\frac{3(2a-b)^2 + |a-a^2|}{\sqrt{3-a}} = 0$, 求实数 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 的相反数的倒数.

5. 计算:

$$\frac{(-2)^5 \times (-1)^4 - \sqrt{(-12)^2} \div \left[-\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]}{0.25 \times 4 + [1 - 3^2 \times (-2)]}$$

单元测试(二)参考答案

一、1. B; 2. D; 3. A; 4. A; 5. C; 6.

A; 7. A; 8. C; 9. A; 10. D.

二、1. -4 ; 2. $1-\sqrt{2}, \sqrt{3}-1, 2+\sqrt{3}$; 3. 1;4. -2 ; 5. 1.1; 6. ± 1 ; 7. 1.1; 8. -1 .三、1. ① 16; ② -20 ; ③ 15; 2. -8 ; 3. 3;4. $-\frac{2}{3}$; 5. 2.

第三单元 整 式

【重点、难点提示】

1. 本单元的重点是整式的有关概念,合并同类项的方法,去括号、添括号法则,以及整式的加、减、乘、除和乘方的混合运算,并灵活地运用运算律与乘法公式使运算简便.

2. 难点:是理解同类项的概念,整式加、减、乘、除、乘方的混合运算,灵活地运用运算律与乘法公式化简运算.

【重要概念、定理、性质阐释】

代数式 用基本运算符号把数或者表示数的字母连接起来的式子,叫做代数式.

整式 单项式与多项式统称整式;单项式指只有数字因数与字母因数的积的代数式;多项式指由几个单项式的和.

同类项 所含字母相同,并且相同字母的指数也相同的项叫做同类项.

整式的乘法 包括同底数幂的乘法、幂的乘方与积的乘方、单项式乘法、单项式与多项式相乘、多项式乘法.

乘法公式 主要是指平方差公式、完全平方公式、立方和与立方差公式.

整式的除法 包括同底数幂的除法、单项式除以单项式,多项式除以单项式.

【典型例题解析】

例 1 已知矩形绿地的长为 $\left(\frac{3}{2}a - \frac{1}{2}b\right)$,宽为 $\left(\frac{4}{9}a^2 + \frac{1}{3}ab + \frac{1}{4}b^2\right)$,求这块绿地的面积.

$$\begin{aligned}\text{解} \quad & \left(\frac{3}{2}a - \frac{1}{2}b\right)\left(\frac{4}{9}a^2 + \frac{1}{3}ab + \frac{1}{4}b^2\right) \\ &= \left(\frac{3}{2}a - \frac{1}{2}b\right)\left[\left(\frac{2}{3}a\right)^2 + \frac{2}{3}a \cdot \frac{1}{2}b +\right.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}& \left.\left(\frac{1}{2}b\right)^2\right] \\ &= \left(\frac{2}{3}a\right)^3 - \left(\frac{1}{2}b\right)^3 \\ &= \frac{8}{27}a^3 - \frac{1}{8}b^3.\end{aligned}$$

解析 本题虽然是一个实际应用的问题,但是在计算过程中又是一个多项式的乘法问题,运用乘法公式可简化运算过程.

例 2 已知 $a(a-2) - (a^2-2b) = -4$, 则 $\frac{a^2+b^2}{2} - ab$ 的值.

$$\begin{aligned}\text{解} \quad & \because a(a-2) - (a^2-2b) \\ &= a^2 - 2a - a^2 + 2b \\ &= -2a + 2b = -4 \\ \therefore & a - b = 2 \\ \therefore & \frac{a^2+b^2}{2} - ab = \frac{a^2+b^2-2ab}{2} \\ &= \frac{(a-b)^2}{2} = 2.\end{aligned}$$

解析 在给定条件下,求代数式的值,这类题目大体上可分为三种题型:(1) 给出代数式中所含字母的值,求代数式的值.这种题型,一般采用化简代数式、代入字母的值、计算代数式的值等步骤.(2) 给出代数式中所含几个字母之间的关系,不直接给出字母的取值,求代数式的值.这种题型,需要把待求值的代数式进行恒等变形,转化成用已知关系表示的形式,再代入计算.(3) 在给出的条件中,字母之间的关系不明显,需先把条件化简,再采用(2)类似的方法求值.

例 3 化简 $x - (1 - 2x + x^2) + (-1 + 3x - x^2)$

$$\begin{aligned}\text{解} \quad & x - (1 - 2x + x^2) + (-1 + 3x - x^2) \\ &= x - 1 + 2x - x^2 - 1 + 3x - x^2 \\ &= (x + 2x + 3x) + (-x^2 - x^2) - 2\end{aligned}$$

$$= -2x^2 + 6x - 2$$

解析 整式的加减运算,解题的过程主要是去括号与合并同类项,应注意两点:(1) 括号前是负号时,把括号连同它前面的负号一同去掉,括号内的各项都要改变符号;(2) 合并同类项时,系数相加减,字母及字母的指数不变.

例 4 先化简,再求值:

$$(x-y)(x+y) + (x-y)^2 - (6x^2y + 2xy^2) \div 2y, \text{ 其中 } x = -2, y = \frac{1}{3}.$$

$$\begin{aligned} \text{解 } & (x-y)(x+y) + (x-y)^2 - (6x^2y + 2xy^2) \div 2y \\ & = x^2 - y^2 + x^2 - 2xy + y^2 - 3x^2 - xy \\ & = -x^2 - 3xy. \end{aligned}$$

$$\text{当 } x = -2, y = \frac{1}{3} \text{ 时,}$$

$$\begin{aligned} \text{原式} & = -(-2)^2 - 3 \times (-2) \times \frac{1}{3} \\ & = -4 + 2 = -2. \end{aligned}$$

解析 本题主要考查两个方面,其一是化简代数式,实质上是整式的加、减、乘、除和乘方的混合运算问题;其二是把所给字母的值代入化简后的代数式,从而转化为有理数的加、减、乘、除和乘方的混合运算的问题,这方面的计算应注意准确性.

【单元测试(三)】

一、选择题

1. 下列说法正确的是()

A. 多项式 $-2x^2 + y - 1$ 的系数是 -2

B. $\left(\frac{1}{x}\right)^2 + \frac{3}{x} + 1$ 是关于 x 的二次三项式

C. 单项式 xy^2 的系数是零

D. 单项式 $\frac{x^2}{5}$ 的系数是 $\frac{1}{5}$

2. 下列各式中,与 x^{3n+1} 相等的是()

A. $(x^3)^{n+1}$

B. $(x^{n+1})^3$

C. xx^3x^n

D. $x(x^3)^n$

3. 若 $3a^3b^{6x}$ 与 $\frac{1}{3}a^3b^{3(3x-\frac{1}{3})}$ 是同类项,则 x 的值是()

A. 3

B. 2

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{1}{2}$

4. 计算 $(8a^2b - 4ab^2) \div 4ab$ 的结果是()

A. $4a - b$

B. $2a - b$

C. $2a^2 - b^2$

D. $2ab - ab$

5. 若 $M = 3m^2 - 5m + 2$, $N = 3m^2 - 4m + 2$, 则 M 与 N 之间的大小关系是()

A. $M < N$

B. $M > N$

C. $M = N$

D. 都不对

6. 下列各式正确的是()

A. $(-2a^2)^2 \div (-4a^4) = -1$

B. $(x^2 + y^2) \div (x + y) = x - y$

C. $x^3 - y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$

D. $a^0 = 1$ (a 为任意实数)

7. 两个 10 次多项式的和是()多项式

A. 20 次

B. 10 次

C. 100 次

D. 不高于 10 次

8. 矩形的一边增加 10%, 与它相邻的一边减少 10%, 那么矩形面积是()

A. 增加 10%

B. 减少 10%

C. 不变

D. 减少 1%

9. x 表示一个两位数, y 表示一个三位数, 如果把 x 放在 y 的左边组成一个五位数, 可以表示成()

A. $x + y$

B. $10x + y$

C. $100x + y$

D. $1000x + y$

10. 如果 x 台拖拉机每天工作 x 小时, x 天可耕地 x 亩, 则 y 台拖拉机每天工作 y 小时, y 天可耕地()亩.

A. $\frac{x^3}{y^3}$

B. $\frac{y^3}{x^2}$

C. $\frac{x^2}{y^3}$

D. $\frac{y^2}{x^3}$

二、填空题

1. 计算 $(-a^{n+2})(3a^nb^2) =$ _____.

2. 当 $x = \sqrt{3} - 1$ 时, $x^2 - 1 =$ _____.

3. 已知 $(x^{n+1})^2(y^2)^m \div x^ny = x^3y^3$, 则 $m =$ _____, $n =$ _____.

4. 若 $mx^2 + nx + 1$ 与 $(x-1)^2$ 的乘积不含 x^2 项与 x 项, 则 $m =$ _____, $n =$ _____.

5. 将 a 元按活期储蓄存入银行, 月利率为

2.4%, 3个月的利息是_____元.

6. 当 $x =$ _____ 时, 代数式 $\frac{(4-x)(x-2)}{2-x}$ 无意义; 当 $x =$ _____ 时, 其值为零.

7. 已知 $\frac{a-b}{a+b} = 2$, 代数式 $\frac{2(a+b)}{a-b} - \frac{a-b}{3(a+b)}$ 的值为_____.

8. 甲种糖果每千克价 m 元, 乙种糖果每千克价 n 元, 现取甲种 a 千克, 乙种 b 千克, 混合后的糖果每千克价是_____元.

三、解答题

1. 计算题:

① $(3x^2y^3)^2 \div (\frac{1}{3}xy^2)^2 - 7x^2y^2$

② $4a^{2n} - a^n + (a^{n+1} - 2a^{n+1}) - (8a^n + 3a^{2n})$

③ $\left[(-3xy)^2 \cdot x^3 - 2x^2(3xy^2)^3 \cdot \frac{1}{2}y \right] \div (-3x^2y)^2$

④ $(m^2 + mn + n^2)(m^2 - mn + n^2)(m + n)(m - n)$

2. 已知 $25x^m y^{n-1} z^{2p}$ 与 $\frac{1}{8}x^3 y^5 z^4$ 是同类项, 求多项式 $m^2 np^2 - mn^2 p$ 的值.

3. 已知 $a^3 + a^2 + 1 = 0$, 求① a^4 , ② $a^{15} + a^2 + a$ 的值.

4. 先化简, 再求值.

$\left(\frac{2}{3}x^3y\right)(-0.5x^2) - \frac{1}{3}x^4\left(\frac{3}{5}xy\right)$, 其中, x

$=\sqrt{2}, y = \frac{1}{64}$.

5. 已知 $abc = 1$, 求 $\frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ca+c+1}$ 的值.

6. A、B 两位采购员去一家饲料公司购买两次饲料, 两次饲料的价格有变化, 但两位采购员的购货方式不同, 其中, 采购员 A 每次购买 1000 千克, 购货员 B 每次用去 800 元, 而不管购买饲料多少, 问选用谁的购货方式合算?

单元测试(三)参考答案

一、1. D; 2. D; 3. C; 4. B; 5. D; 6. A; 7. D; 8. D; 9. D; 10. B.

二、1. $-3a^{2n+2}b^2$; 2. $3-2\sqrt{3}$; 3. 2, 1; 4. 3, 2; 5. $0.0072a$; 6. 2, 4; 7. $\frac{1}{3}$; 8. $\frac{am+bn}{a+b}$.

三、1. ① $74x^2y^2$; ② $a^{2n} - 9a^n - a^{n+1}$; ③ $x - 3xy^5$; ④ $m^6 - n^6$; 2. 0; 3. 1, -1; 4. $-\frac{8}{15}x^5y - \frac{1}{30}\sqrt{2}$; 5. 1; 6. 设两次购买的饲料

单价分别为 m 元/千克和 n 元/千克 ($m > 0, n > 0, m \neq n$) 购货员 A 两次购买饲料的平均单价为 $\frac{1000m+1000n}{1000+1000} = \frac{m+n}{2}$ (元/千克), 购货员 B 两次购买饲料的平均单价为 $\frac{\frac{800}{m} + \frac{800}{n}}{\frac{800}{m} + \frac{800}{n}} = \frac{2mn}{m+n}$ (元/千克), 而

$\frac{m+n}{2} - \frac{2mn}{m+n} = \frac{(m-n)^2}{2(m+n)} > 0$. 因此, 应选用购货员 B 的购买方式合算.

第四单元 因式分解

【重点、难点提示】

1. 重点是掌握提公因式法、公式法、分组分解法、十字相乘法等分解因式的方法.

2. 难点是准确地把握所给多项式的特点, 采用恰当的方法进行因式分解.

【重要概念、定理、性质阐释】

因式分解 把一个多项式化为 n 个整式的积的形式, 叫做把这个多项式因式分解.

乘法公式

① 平方差公式: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

② 完全平方公式: $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$

③ 立方公式: $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$

因式分解主要方法

① 提公因式法; ② 公式法; ③ 分组分解法; ④ 十字相乘法.

【典型例题解析】

例 1 分解因式 $a^3 - 2a^2 + a$

解 $a^3 - 2a^2 + a$
 $= a(a^2 - 2a + 1)$
 $= a(a - 1)^2$

解析 提公因式法是分解因式的常用方法之一, 本题提公因式 a 后, 原来多项式变形为 $a(a^2 - 2a + 1)$, 这一步虽然是因式分解, 但其中一个因式 $a^2 - 2a + 1$ 仍能再分解, 即 $a^2 - 2a + 1 = (a - 1)^2$, 注意, 因式分解必须分解至不能再分解为止.

例 2 分解因式 $x^2 - 2x - 4$

解 $x^2 - 2x - 4$
 $= (x - 4)(x + 2)$

解析 在有理数范围分解二次三项式时, 如不能运用完全平方公式分解, 就考虑十字相乘法. 十字相乘法分解因式的关键在于分解多项式的二次项系数与常数项, 即使交叉相乘的积的和, 等于一次项系数, 本题也可用分组分解法, 读者可自己完成.

例 3 分解因式 $(x + y)^2 - 4(x + y - 1)$

解 $(x + y)^2 - 4(x + y - 1)$
 $= (x + y)^2 - 4(x + y) + 4$
 $= (x + y - 2)^2$

解析 观察分析能力是解决数学问题的必备能力. 本题是把 $x + y$ 看作一个整体, 既把原多项式看作关于 $(x + y)$ 的二次三项式, 再运用公式法进行因式分解, 从而简化了解析因式的过程. 运用公式法分解因式, 可以把所给多项式转化成公式的形式, 再运用公式进行分解. 注意开始的判断转化要准确, 不要由于误判, 使分解的结果产生错误.

例 4 分解因式 $(x^2 - 5x)(x^2 - 5x - 2) - 24$

解 $(x^2 - 5x)(x^2 - 5x - 2) - 24$
 $= (x^2 - 5x)^2 - 2(x^2 - 5x) - 24$
 $= (x^2 - 5x - 6)(x^2 - 5x + 4)$
 $= (x + 1)(x - 6)(x - 1)(x - 4).$

解析 本例的解法是先把 $x^2 - 5x$ 看作一个整体, 相乘以后再按照关于 $x^2 - 5x$ 的二次三项式进行分解, 直至每一个因式都不能再分解, 此法是解决这类问题的最简便的方法.

例 5 分解因式 $ab + a - b - 1$

解 $ab + a - b - 1$
 $= (ab + a) - (b + 1)$
 $= a(b + 1) - (b + 1)$
 $= (b + 1)(a - 1).$

解析 本题使用的方法是分组分解法. 分组分解法的本质就是通过分组, 使每一组分解因式后, 整体能再分解. 因此, 要求分组要恰当. 运用分组分解法分解因式, 常常要经过一个“试验—失败—试验—失败—再试验直至成功”的复杂过程.

例 6 已知 $a + b = -2$, $ab = -2$, 试求 $(a - b)a^3 + (b - a)b^3$ 的值.

解 $(a - b)a^3 + (b - a)b^3$
 $= (a - b)a^3 - (a - b)b^3$
 $= (a - b)(a^3 - b^3)$
 $= (a - b)(a - b)(a^2 + ab + b^2)$
 $= (a - b)^2(a^2 + ab + b^2)$
 $= [(a + b)^2 - 4ab][(a + b)^2 - ab]$
 $\therefore$ 当 $a + b = -2$, $ab = -2$ 时
 原式 $= [(-2)^2 - 4 \times (-2)][(-2)^2 - (-2)]$
 $= 12 \times 6$
 $= 72$

解析 本题是代数式的求值与因式分解的综合题, 把所给多项式进行适当的因式分解是计算这类问题的常用方法.

【单元测试(四)】

一、选择题

1. 下列各式从左边到右边的变形, 是因式分解的是()

- A. $(x - 2)(x + 2) = x^2 - 4$
 B. $x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$
 C. $x^2 - 4 + 3x = (x - 2)(x + 2) + 3x$
 D. $2ab + 2ac - 3b - 3 = 2a(b + c) - 3(b + c)$

2. 下列多项式, 在有理数范围内不能因式分解的是()

- A. $x^2 - 8$ B. $a^2 - a + \frac{1}{4}$
 C. $a^2 - 4ab + 4b^2$ D. $x^2 - 9y^2$

3. 计算 $(a + b)^2 - (a - b)^2$ 的结果是()

- A. $4a^2$ B. a^2b^2
 C. 0 D. $4ab$

4. $9x^4 - 6x^2y^2 + y^4$ 的一个因式是()

- A. $3x^2 + y^2$ B. $3x^2 - y^2$
 C. $(3x)^2 + y^2$ D. $(3x)^2 - y^2$

5. 把 $a^4 - ab^3$ 分解因式的最后结果是()

- A. $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$
 B. $a(a - b)(a^2 + ab + b^2)$
 C. $a(a - b)(a^2 - ab + b^2)$
 D. $a(a + b)(a^2 - ab + b^2)$

6. 在四个代数式① m^2n^2 , ② $m + 1$, ③ $3m + 2$, ④ $3m - 2$ 中, 可以作为代数式 $3m^4n^2 - 2m^2n^2 - m^3n^2$ 的因式是()

- A. ①和② B. ①和③
 C. ①和④ D. ②和④

7. 已知实数 k, l , 使得 $x^2 + kx + l$ 是一个完全平方式, 则必有 l 等于()

- A. $\frac{k^2}{2}$ B. k^2
 C. $2k^2$ D. $\frac{k^2}{4}$

8. 如果多项式 $2x^3 - x^2 - 13x + k$ 有一个因式是 $2x + 1$, 那么 k 的值是()

- A. 6 B. -6
 C. 1 D. -1

9. 如果多项式 $2x^3 - ax + b$ 有两个因式 $x + 2$ 及 $x - 1$, 那么 $|2a - 3b|$ 的值是()

- A. 0 B. -1
 C. 2 D. 3

10. 数 $2^{48} - 1$ 可被 60 与 70 之间的两个整数即下述()所整除.

- A. 61 和 63 B. 61 和 65
 C. 63 和 65 D. 65 和 67

二、填空题

1. 多项式 $x^4 - 16, x^3 - 8, x^2 - 7x + 10$ 的公因式是_____.

2. $-c^2 + (a - b)^2 =$ _____.

3. $2(x^2 + y^2z^2) - 4xyz =$ _____.

4. $x^3 + 2x^2 - 4x - 8 =$ _____.

5. $6(x + 1)(x - 1) + 5x =$ _____.

6. $x^2 - y^2 + 2y - 1 =$ _____.

7. $a^2 - 10ab + 25b^2 - 8a + 40b + 16 =$ _____.

8. $m^2 + 5m + 5$ (实数范围) = _____.

三、解答题

1. 因式分解:

① $ab(c^2 + d^2) + cd(a^2 + b^2)$

② $(x^2 + 2)(x^2 - 1) - 18$

③ $3x^2 - x^4 - 1$

④ $12x^2 + 14xy - 20y^2 + 20x - 11y + 3$

2. 已知 $(x^2 + y^2)(x^2 + y^2 - 2) - 8 = 0$, 求 $x^2 + y^2 + 1$ 的值.

3. 已知 $a + b = 2$, 求 $a^3 + 6ab + b^3$ 的值.

4. 已知 $\triangle ABC$ 三边为 a, b, c , 且 $a^4 + b^4 + c^4 = 2(a^2c^2 + b^2c^2 - a^2b^2)$, 试判断 $\triangle ABC$ 的形状.

单元测试(四)参考答案

一、1. B; 2. A; 3. D; 4. B; 5. B; 6. B; 7. D; 8. B; 9. A; 10. C.

二、1. $x - 2$; 2. $(a - b - c)(a - b + c)$; 3. $2(x - yz)^2$; 4. $(x + 2)^2(x - 2)$; 5. $(2x + 3)(3x - 2)$; 6. $(x + y - 1)(x - y + 1)$; 7. $(a - 5b - 4)^2$;

8. $\left(m + \frac{5 - \sqrt{5}}{2}\right)\left(m + \frac{5 + \sqrt{5}}{2}\right)$.

三、1. ① $(ac + bd)(bc + ad)$; ② $(x - 2)(x + 2)(x^2 + 5)$; ③ $(x + x^2 - 1)(x - x^2 + 1)$; ④ $(6x - 5y + 1)(2x + 4y + 3)$; 2. 5; 3. 8; 4. 直角三角形.

第五单元 分式

【重点、难点提示】

1. 重点是分式的基本概念及分式的运算性质. 分式的基本性质是分式通分与约分的理论依据. 分式运算的结果, 如果仍是分式, 要把它化成最简分式.

2. 难点是在分式运算过程中, 要注意符号的处理. 特别地, 在作分式的混合运算时, 必须注意运算的顺序.

【重要概念、定理、性质阐释】

分式 一般地, 用 A, B 表示两个整式, $A \div B$ 就可以表示成 $\frac{A}{B}$ 的形式. 如果 B 中含有字母, 式子 $\frac{A}{B}$ 就叫做分式.

分式的基本性质

分式的分子与分母都乘以(或除以)同一个不等于零的整式, 分式的值不变.

最简分式 一个分式的分子与分母没有公因式时, 叫做最简分式.

分式的加、减、乘、除、乘方的运算顺序

先乘方, 后乘除, 最后加减, 有括号先算括号内的.

【典型例题解析】

例 1 当 x 取何值时, 分式 $\frac{x^2-4}{x^2-x-2}$ 的值为零, 无意义?

解 由 $x^2-4=0$, 得

$$x = \pm 2,$$

由 $x^2-x-2=0$, 得

$$x = 2 \text{ 或 } -1.$$

$\therefore$ 当 $x = -2$ 时, 分式 $\frac{x^2-4}{x^2-x-2}$ 的值为零;

当 $x = 2$ 或 -1 时, 分式 $\frac{x^2-4}{x^2-x-2}$ 无意义.

解析 根据分式的值及分式的意义的性质, 确定分式中字母的取值, 这类题目大致分为三种情况: 设 $\frac{A}{B}$ 是一个分式, 则 $\frac{A}{B}$ 有意义必须有 $B \neq 0$; $\frac{A}{B}$ 无意义必须有 $B = 0$; $\frac{A}{B}$ 的值为零, 则有 $A = 0$ 且 $B \neq 0$.

例 2 计算:

$$\left(\frac{a+2}{a^2-2a} - \frac{a-1}{a^2-4a+4} \right) \div \frac{4-a}{a^2-2a}$$

$$\begin{aligned} \text{解} \quad & \left(\frac{a+2}{a^2-2a} - \frac{a-1}{a^2-4a+4} \right) \div \frac{4-a}{a^2-2a} \\ &= \left[\frac{a+2}{a(a-2)} - \frac{a-1}{(a-2)^2} \right] \div \frac{4-a}{a(a-2)} \\ &= \left[\frac{(a+2)(a-2)}{a(a-2)^2} - \frac{a(a-1)}{a(a-2)^2} \right] \div \frac{4-a}{a(a-2)} \\ &= \frac{a^2-4-a^2+a}{a(a-2)^2} \cdot \frac{a(a-2)}{4-a} \\ &= -\frac{1}{a-2}. \end{aligned}$$

解析 分式的运算关键在通分和约分, 通分或约分时, 首先要将各分式的分子、分母分别分解因式, 再确定最简公分母或最大公因式, 本题在计算过程中, 还可利用分配律作出解答.

例 3 先化简, 再求值:

$$\left(1 - \frac{2x}{x+y} \right) \div \frac{x^2-2xy+y^2}{3x+3y} + \frac{x^2+xy}{x^2-y^2}, \text{ 其中 } x = \sqrt{2} + 1, y = 2\sqrt{2}.$$

$$\begin{aligned} \text{解} \quad & \left(1 - \frac{2x}{x+y} \right) \div \frac{x^2-2xy+y^2}{3x+3y} + \frac{x^2+xy}{x^2-y^2} \\ &= \frac{x+y-2x}{x+y} \cdot \frac{3(x+y)}{(x-y)^2} + \frac{x(x+y)}{(x-y)(x+y)} \\ &= \frac{y-x}{x+y} \cdot \frac{3(x+y)}{(x-y)^2} + \frac{x}{x-y} \\ &= \frac{3(y-x)}{(x-y)^2} + \frac{x}{x-y} \\ &= \frac{3(y-x) + x(x-y)}{(x-y)^2} \\ &= \frac{3y-3x+ax-ay}{(x-y)^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{x+y-2x}{x+y} \cdot \frac{3(x+y)}{(x-y)^2} + \\
 &\quad \frac{x(x+y)}{(x+y)(x-y)} \\
 &= \frac{-x+y}{x+y} \cdot \frac{3(x+y)}{(x-y)^2} + \frac{x}{x-y} \\
 &= \frac{3}{y-x} + \frac{x}{x-y} \\
 &= \frac{x-3}{x-y}.
 \end{aligned}$$

当 $x=\sqrt{2}+1, y=2\sqrt{2}$ 时,

$$\begin{aligned}
 \text{原式} &= \frac{\sqrt{2}+1-3}{\sqrt{2}+1-2\sqrt{2}} \\
 &= \frac{\sqrt{2}-2}{1-\sqrt{2}} \\
 &= \frac{(\sqrt{2}-2)(1+\sqrt{2})}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})} \\
 &= -(\sqrt{2}+2-2-2\sqrt{2}) \\
 &= \sqrt{2}.
 \end{aligned}$$

解析 先化简再求值,其化简过程就是代数式的运算过程,本题主要是分式的运算和代入字母的值以后的实数的运算.当结果中分母含有根式时,一定要化成最简根式.

例4 已知 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, 求 $\frac{a^7+b^7}{c^7+d^7} - \frac{(a+b)^7}{(c+d)^7}$ 的值.

解 设 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$, 则 $a = bk, c = dk$,

$$\begin{aligned}
 &\frac{a^7+b^7}{c^7+d^7} - \frac{(a+b)^7}{(c+d)^7} \\
 &= \frac{(bk)^7+b^7}{(dk)^7+d^7} - \frac{(bk+b)^7}{(dk+d)^7} \\
 &= \frac{b^7k^7+b^7}{d^7k^7+d^7} - \frac{[b(k+1)]^7}{[d(k+1)]^7} \\
 &= \frac{(1+k^7)b^7}{(1+k^7)d^7} - \frac{(1+k)^7b^7}{(1+k)^7d^7} \\
 &= \frac{b^7}{d^7} - \frac{b^7}{d^7} \\
 &= 0.
 \end{aligned}$$

解析 在条件中遇到比例式或连等式时,可考虑设辅助参数代换,从而使问题简化,本题就是设比值为 k , 然后进行运算而求出结果的.

【单元测试(五)】

一、选择题

1. 分式 $\frac{x^2-x-2}{x^2-x-3}$ 的值为零时, x 的值是 ()

- A. $x=2$ B. $x=-1$
C. $x=2, x=-1$ D. $x=1, x=2$

2. 计算 $\left(\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1}\right) \div \frac{2x}{1-x}$ 的值是 ()

- A. $\frac{1}{x+1}$ B. $-\frac{1}{x+1}$
C. $-\frac{1}{x-1}$ D. $\frac{1}{x-1}$

3. $\frac{1}{m+n}, \frac{1}{m^2-n^2}, \frac{1}{m-n}$ 的最简公分母是 ()

- A. $(m+n)(m^2-n)$ B. $(m^2-n^2)^2$
C. $(m+n)^2(m-n)$ D. m^2-n^2

4. 分式 $\frac{a^2-b^2}{ab} - \frac{ab-b^2}{ab-a^2}$ 可化简为 ()

- A. $\frac{a}{b}$ B. $\frac{a^2+2b^2}{ab}$
C. a^2 D. $a-2b$

5. 下列分式中, 计算正确的是 ()

- A. $\frac{2(b+c)}{(a+3)(b+c)} = \frac{2}{a+3}$
B. $\frac{a+b}{a^2+b^2} = \frac{2}{a+b}$
C. $\frac{(a-b)^2}{(b-a)^2} = -1$
D. $\frac{-x-y}{2xy-x^2-y^2} = \frac{1}{y-x}$

6. 已知 $x \neq 0$, 则计算 $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x}$ 的结果是 ()

- A. $\frac{1}{2x}$ B. $\frac{1}{6x}$
C. $\frac{5}{6x}$ D. $\frac{11}{6x}$

7. 已知 $x+y=5, xy=3$, 则 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 的值等于 ()

- A. $\frac{5}{3}$ B. $\frac{3}{5}$
C. $-\frac{5}{3}$ D. $-\frac{3}{5}$