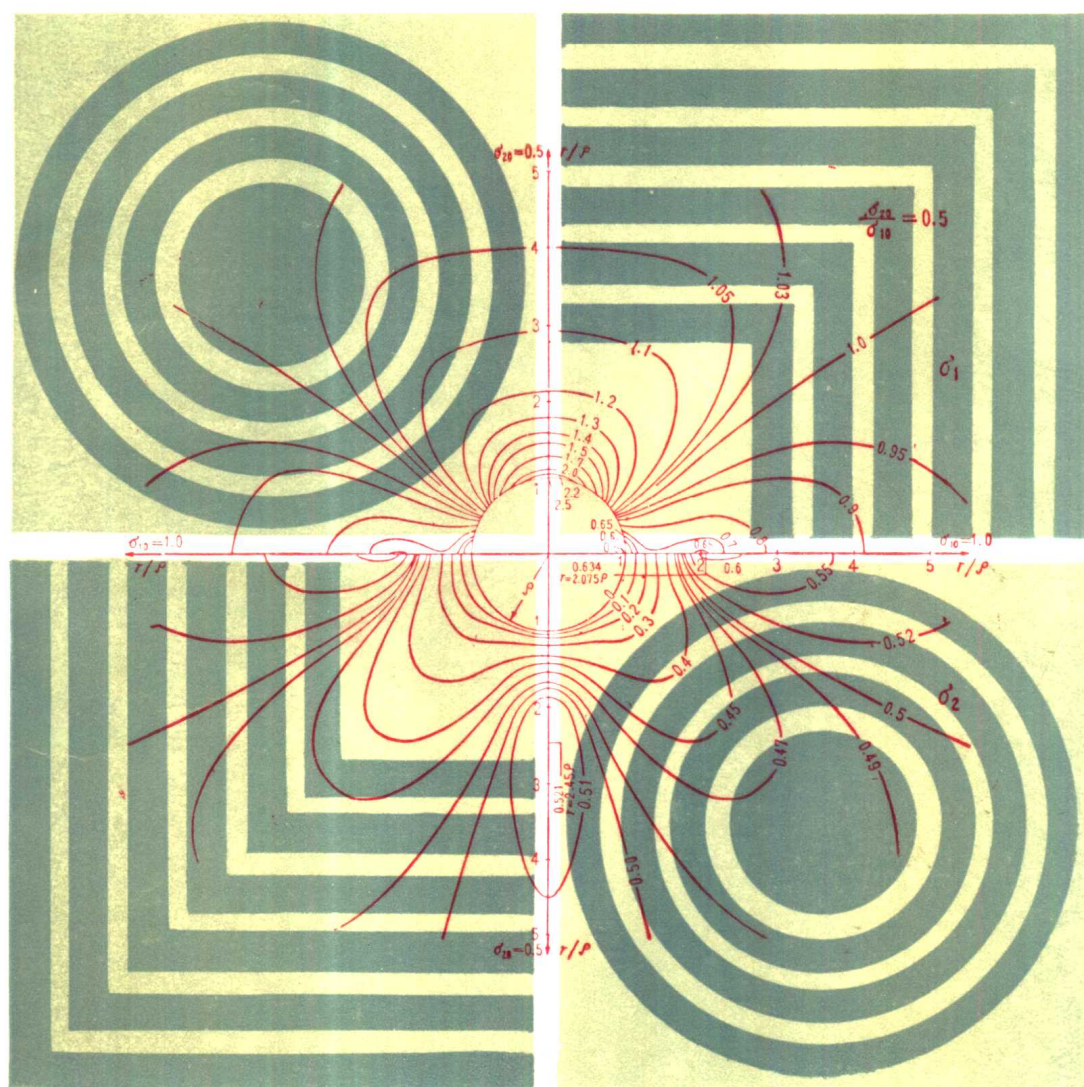


局部应力及其应用

黄炎 编著

机械工业出版社



局 部 应 力 及 其 应 用

黄 炎 编著



机 械 工 业 出 版 社

本书较系统地介绍了局部应力（包括接触应力与应力集中等问题）及其在机械工程中广泛的应用。对机械强度设计与教学工作是很有用的。本书共分十四章：第一章介绍局部应力的重要性；第二、三、四章系统地介绍了弹性力学基础及其在局部应力中的应用，特别是利用边界上应力函数及其导数的力学意义解题，可以减少选择应力函数的盲目性。第五、六章介绍圆球及普遍情况下的接触问题、接触疲劳及刚性压头等问题。第七、八、九章介绍用复变函数方法解决各种局部应力问题。第十章系统地介绍了诺埃伯方法与重复应力集中问题。第十一、十二章介绍了一些复杂情况下的应力集中结果。第十三章介绍了降低应力集中系数的方法。第十四章介绍壳体开孔的应力集中与补强设计。在附录中介绍了接触问题的公式、接触应力的工程计算与应用及应力集中系数图，以便于查阅使用。

前七章后均附有习题与答案并在附录四中给出部分习题解答，以便读者使用。

本书可以作为机械类有关专业的教材，亦可作为工程专业研究生及科技人员的参考书。

局部应力及其应用

黄炎 编著

机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南街一号）

（北京市书刊出版业营业许可证出字第117号）

机械工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

开本 $787 \times 1092 \frac{1}{16}$ · 印张 $41 \frac{3}{4}$ · 插页 2 · 字数 1028 千字

1986年10月北京第一版·1986年10月北京第一次印刷

印数 10,001—3,340 · 定价 10.00 元

统一书号：15033·5918

前 言

局部应力（包括接触应力与应力集中等问题）在机械工程中有着广泛的应用。如滚柱轴承中滚柱与座圈的接触、滚珠轴承中滚珠与座圈的接触、两互相啮合的齿轮的接触、凸轮机构中凸轮与传动件的接触、链传动及滚动螺旋等通用零件的接触、轧钢机轧滚的接触、车轮与钢轨的接触、嵌入型硬度计、刃型支承、桥梁滚座、以及计算机器基础、刚性压头等问题均与接触问题密切有关。而由应力集中引起的疲劳破坏已成为转轴、曲轴、连杆、齿轮、汽轮机的叶片、轧钢机的机架等设计的关键问题。因此局部应力对机械设计与这方面的教学工作均很重要。作者深感其重要性，结合多年教学与工程实践而编写本书，其基本内容已经清华大学有关工程专业使用过，效果良好。

在编写过程中，吸取了国内外有关资料的优点，比较全面地介绍了局部应力的基本理论、基本概念和基本方法。并努力使难点分散，通俗易懂，对较难的问题重点介绍其结果。

本书共分十四章，第一章介绍局部应力的重要性等；第二、三、四章系统地介绍了弹性力学基础及其在局部应力中的应用，特别是利用边界上应力函数及其导数的力学意义解题，可以减少选择应力函数的盲目性，这亦是本书的特点之一。第五、六章介绍圆球及普遍情况下的接触问题，接触疲劳及刚性压头等问题。第七、八、九章介绍用复变函数方法解决的各种局部应力问题。第十章系统地介绍了诺埃伯方法与重复应力集中问题。第十一、十二章介绍了一些复杂情况下的应力集中结果。第十三章介绍了降低应力集中系数的方法。第十四章介绍壳体开口的应力集中与补强设计。在附录一、二中介绍了接触问题的公式、接触应力的工程计算与应用。在附录三中的应力集中系数图可以便于读者查阅使用。

为了便于学习，基本部分都配有一定数量的例题与习题（其中习题有100多道），并附有答案，并在附录四中给出部分习题解答以便读者使用。

张诚文同志认真地审阅了全书，并提出了宝贵的修改意见。本书在编写过程中学习了有关中外作者的宝贵资料。杨玉琴等同志在本书编写过程中作了大量工作。作者对张诚文等同志及各方面的支持表示衷心的感谢！

由于作者水平有限，书中一定会有不少错误和不妥之处，诚恳地欢迎读者批评指正。

黄炎 于清华大学

主要符号表

D	板的抗弯刚度、常数、直径
E	杨氏弹性模量
F	面积, 力
G	剪切弹性模量
K	体积弹性模量
M	弯矩
M_t	扭矩 (有时用 T 表示扭矩)
P	集中外力
Q	剪力 (有时用 V 表示剪力)
R	杆的半径
V	体积
X, Y, Z	体积力直角坐标分量
$\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$	表面力直角坐标分量
a, b	椭圆的长短半轴
d	直径
p	单位长度的载荷或压强
r, θ, z	柱坐标
u, v, w	直角坐标中的位移分量
u, w	空间轴对称问题的位移分量
x, y, z	直角坐标
Φ	应力函数
α	应力集中系数
γ	剪应变
$\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$	直角坐标剪应变分量
$\gamma_{r\theta}, \gamma_{\theta z}, \gamma_{zr}$	柱坐标中剪应变分量
ε	正应变
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$	直角坐标中的正应变分量
$\varepsilon_r, \varepsilon_\theta, \varepsilon_z$	柱坐标中的正应变分量
λ	拉梅 (Lamé) 常数
μ	波桑比 (有时用 ν 表示波桑比)
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	直角坐标中的正应力分量
$\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$	柱坐标中的正应力分量
σ_n	外法线为 n 截面上的正应力
$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$	直角坐标中的剪应力分量
$\tau_{r\theta}, \tau_{\theta z}, \tau_{zr}$	柱坐标中剪应力分量
σ_8	八面体正应力
τ_8	八面体剪应力

目 录

主要符号表

第一章 绪论	1
§ 1-1 局部应力在机械工程中的重要性	1
§ 1-2 弹性力学（包括局部应力）的基本假设与研究方法	6
习题	9
第二章 弹性力学的基本理论	10
§ 2-1 应力的概念、应力状态、应力标号、剪应力互等定理、任意斜截面上的应力	10
§ 2-2 主应力、最大剪应力、八面体应力	13
§ 2-3 平衡微分方程式、力的边界条件	16
§ 2-4 位移、应变分量、应变分量与位移分量间的关系	21
§ 2-5 应变分析	24
§ 2-6 变形连续条件、已知应变求位移	28
§ 2-7 应力与应变间的关系	34
§ 2-8 弹性力学的基本方程及解法与一般原理	38
习题	51
第三章 平面问题及平面中的局部应力问题	55
§ 3-1 平面问题基本方程与边界条件	55
§ 3-2 应力函数 ϕ 、边界上 ϕ 及其导数的力学意义与解法	58
§ 3-3 平面问题的极坐标方程及应力函数方法	70
§ 3-4 楔形体与半无限平面的局部应力	77
§ 3-5 两平行圆柱体的接触问题	83
§ 3-6 带小圆孔板的拉伸时的局部应力（应力集中）	89
习题	99
第四章 空间轴对称问题	107
§ 4-1 空间轴对称问题的基本方程	107
§ 4-2 用位移法解空间轴对称问题	110
§ 4-3 用应力法解空间轴对称问题	115
§ 4-4 弹性半空间体受几种特殊载荷的作用	123
习题	131
第五章 两圆球及普遍情况下的接触问题	134
§ 5-1 两圆球的接触问题	134
§ 5-2 普遍情况下的接触问题	139
§ 5-3 接触物体的应力状态	159
§ 5-4 接触应力的强度校核	168
习题	173
第六章 接触疲劳及刚性压头问题	176
§ 6-1 接触疲劳	176
§ 6-2 刚性压头的接触问题	190

习题	202
第七章 用复变函数方法解局部应力问题	203
§ 7-1 基本方程	203
§ 7-2 孔口附近的应力集中问题	216
§ 7-3 裂缝附近的应力集中问题	245
习题	248
第八章 弯曲梁、进入塑性及具有加强环等孔边局部应力问题	250
§ 8-1 纯弯梁的孔边局部应力	250
§ 8-2 在常剪力 Q 作用下的梁弯曲时的孔边局部应力	253
§ 8-3 圆孔附近进入塑性时的局部应力	257
§ 8-4 被弹性圆环加强的孔附近的局部应力	273
第九章 带孔薄板受弯时的局部应力	296
§ 9-1 薄板弯曲的基本方程	296
§ 9-2 纯柱面(筒形板)的弯曲	304
§ 9-3 纯弯	309
§ 9-4 板的扭转	311
§ 9-5 三角形薄板的弯曲	315
§ 9-6 焊有弹性环的圆孔所削弱的薄板的弯曲	318
§ 9-7 具有轴对称薄板的弯曲接触问题的近似解法	324
第十章 诺埃伯方法及重复应力集中	331
§ 10-1 诺埃伯(Neuber)方法	331
§ 10-2 重复应力集中	353
第十一章 较复杂的平面应力状态下的应力集中	363
§ 11-1 一些平面应力状态下的应力集中问题	363
§ 11-2 板上开二个或二个以上圆孔时的应力集中	399
第十二章 圆轴、具有空穴物体及机械零件等的应力集中	439
§ 12-1 直径方向有圆孔的圆轴的应力集中	439
§ 12-2 圆轴开有环形缺口时的应力集中	445
§ 12-3 具有球形与旋转椭圆体空穴的应力集中	454
§ 12-4 机械零件等的应力集中	477
第十三章 降低应力集中系数的方法	510
第十四章 壳体开孔的应力集中与补强设计	541
§ 14-1 壳体开孔的应力集中	541
§ 14-2 关于壳体开孔补强设计的若干问题	549
§ 14-3 作用在接管上的外部载荷所引起的应力集中系数	563
附录一 接触问题公式	567
附录二 接触应力的工程计算与应用	591
附录三 应力集中系数图	616
附录四 部分习题解答	631
主要参考资料	657

第一章 绪 论

§ 1-1 局部应力在机械工程中的重要性

本书所介绍的局部应力以接触应力与应力集中为主，以下分别介绍其在机械工程中的应用及其重要性。

一、接触应力在机械工程中的重要性

接触问题包括由于两个接触物体受压力后而产生的局部应力和变形亦即接触应力与接触变形两部分。其中接触应力更为重要些，所以在习惯上以接触应力来统称接触问题。

材料在接触处的变形受到各方向的限制，因而处于三向应力状态，所以接触应力的许用应力是相当高的。接触应力具有明显的局部性质，而且总是随着离开接触处距离的增大而迅速衰减。一般在接触表面中心处的压应力为最大。

接触问题在机械工程中是很重要的。在机械工程中可以碰到大量的两物体之间接触的情况。如滚柱轴承中滚柱与座圈的接触、滚珠轴承中滚珠与座圈的接触、两互相啮合的齿轮的接触、凸轮机构中凸轮与传动件的接触、链传动及滚动螺旋等通用零件的接触、轧钢机轧辊的接触、车轮与钢轨的接触、嵌入型硬度测试机测量材料的塑性变形、刃型支承、桥梁滚座、以及计算机器的基础、刚性压头等各种模压器的计算均须要解决各种接触问题。

在机械工程中广泛应用齿轮传动，而齿轮的主要失效形式之一的点蚀，就是由于两齿面的接触疲劳而导致的，因而在设计齿轮（特别是闭式齿轮）时，必须以齿面接触疲劳为设计准则，如机械零件中就是用赫兹公式（两圆柱体互相接触）来设计齿轮，以使齿轮不发生点蚀破坏。在机械产品的设计制造以及在科研中，常常需要比较准确地求出接触处的应力分布及变形情况，以保证设计出来的机械零件安全、可靠、经济。因此接触问题在工程实际中特别是在机械工程中具有很大的重要性。

各种接触问题，有的加载前是点接触（如滚珠与座圈，硬度计的钢球与平面、车轮与钢轨等的接触）。有的加载前是线接触（如两圆柱齿轮的齿面的接触）。而某些机器底坐在加载前就已经有相当的接触面。前两者若不计及接触变形，则传递力的面积为零，而应力将为无穷大，那么结论将无法传递力。这显然荒谬的，这说明必须考虑接触变形，亦即在加载后由于材料的变形，接触点或线就发展成接触面。

以载荷情况来分类，例如硬度计、刃型支承、桥梁滚座和钢轨上低速运行或静止的车轮都可能主要以静力形式传递载荷。而涉及到接触应力的大多数在机械工程中有重要应用的往往与动载荷有关，例如齿轮、凸轮与滚珠轴承等。

在机械产品的设计制造与科研中，常常需要比较准确的求出接触应力的分布情况，以便进行机械强度计算与校核。机械产品都是由许多零部件组装而成的，零件之间的接触面一般都较小，因此在接触面上及其附近的应力往往很大，以半径为1mm的钢球静置于同样半径的钢球上为例，仅由自重引起的最大压应力竟达 150N/mm^2 。接触应力的分析有的属于复杂的三维问题，这也是应用数学力学家面临的一大难题，对这类接触问题的经典理论中的理想

化处理方法被普遍认为是经典弹性力学中的一个最精采,也是最引人注目的一个方面。在近百年来,由于它而产生了一大批很有效的数学方法,其中应用复变函数方法与另一种很有效的数学工具是积分变换,这种方法通过在弹性力学接触问题中的应用有了很大的改进。通过复杂的计算得出接触应力具有明显的局部性质,亦即接触应力是局部应力的一个很重要的方面。接触点附近的材料往往处于三向受压的应力状态,为此即使接触应力很大,材料往往仍处于弹性阶段。又由于接触应力存在于非常小的局部区域,所以即使载荷很大使其危险点的按第三或第四强度理论的折算应力值已达到材料的屈服极限,也只不过在这局部区域内发生塑性变形,而附近仍为弹性区域。又由于在接触点中心处没有拉应力,也不会在该点处产生断裂破坏。因此,接触物体在工作条件下其接触面发生局部的塑性变形往往是允许的,有时并不妨碍接触物体的正常工作。

机械零件的接触应力与摩擦、磨损与润滑等密切相关。所以接触问题的知识亦是这些新兴学科中很重要的一个方面。

对接触问题除了采用理论计算(包括用有限单元法)亦可以通过试验研究接触面的强度与塑性变形,以便在机械工程中进行合理的设计与提高机械的可靠性。

在各种机械设备中,轴承是量大面广,到处可见的重要的机械零件。例如在计算飞机桨毂高强度轴承更是直升飞机的关键部件。在飞机检修中,常发现轴承滚针和内外环表面有剥落,有时甚至发生卡死,这将会导致严重飞行事故。因此,对轴承进行接触应力分析是一个很迫切的课题。轴承的滚柱(滚针、滚珠)和内、外环表面在机加工时均经磨光处理,运行时又用油脂润滑,接触表面存在油膜,因此可忽略接触面间的摩擦力,看作无摩擦接触的可逆过程,即接触内力与加载路径无关,只取决于稳态的外载状况。由于近年来有限单元法的迅速发展,已用来计算接触问题。为此用有限单元法解此轴承接触问题可以不用常规的增量法,而采用一次加载求解非线性接触问题。经降阶处理后,刚度矩阵仍保持对称正定。计算实践表明,仅迭代几次即可收敛。这对计算结构复杂、载荷量级高的课题,将可大量节省运算时间。对某轴承的有限单元法的计算结果与光弹性的实验结果是相当一致的。

又如机械结构中,经常遇到面与面的接触问题。例如,螺母与螺栓的联结受力分析,连杆头与销子的接触力分布规律的分析,以及带有过盈配合的机械运转时,过盈的不均匀释放计算等,都属于接触问题,应用有限单元法均可以比较有效地处理。

如汽轮机叶轮与叶根的接触,接触区为已知,如不考虑摩擦力,即属光滑接触。一些过盈配合,原则上也可以并入这种情况。对这类问题,两接触物体在接触处允许发生相对切向位移(滑动),但要求法向位移相等。且因为接触面上的接触力只能是压力,因此,如计算过程中发生法向拉力的情况,则应解除该点的位移约束,重新计算。

在一般情况下,接触应考虑摩擦,而且接触状态与力有关,将形成一个不可逆的非线性问题。这时用有限单元法计算时要注意,当计算所得的接触面上的切向节点力小于该点的极限摩擦力时,则摩擦力将阻止接触点的相对切向位移,这与粘结状态相同,所以对应两接触点的位移应完全相等,又当计算所得的切向节点力大于该点的极限摩擦力,这时接触点的法向位移相同,切向产生滑动。接触点的法向节点力不能大于零(只能受压),因此,应使两点脱开,法向与切向节点力都为零。运算时,为要把上述各条件引入有限元方程,并反映问题的非线性性质,例如可用刚度增量方程进行迭代计算。在迭代过程中,逐次修改方程,最后达到力和变形完全协调。

某单位对组合转子弹性接触问题进行了有限元分析, 结合产品设计, 对螺纹联接结构进行了计算, 得到了螺纹牙载荷分布曲线并与光弹性试验结果进行了比较, 有限元计算结果与光弹性试验的结果进行比较, 两者的结果亦是一致的。

某单位应用有限单元——线性规划法解弹性接触问题, 提出了一个求解一般弹性接触问题的计算方法和计算机程序, 计算了两圆柱的接触, 其原始数据为: 两圆柱体半径 $R_1 = R_2 = 1\text{mm}$; 载荷 $P = 100\text{N/mm}$, 弹性模量 $E = 2.04 \times 10^5 \text{N/mm}^2$, 波桑比 $\mu = 0.3$, 按平面应变计算。拟定接触点数 $n = 9$, 划分60个单元, 205个节点 (计算详细应力时局部加密划分 54 个单元195个节点) 边界有 9 点固定, 则计算得表面中心最大接触压应力 $q_0 = -2690\text{N/mm}^2$, 而利用赫兹公式得 $q'_0 = -2660\text{N/mm}^2$ 。

计算得表层下的最大剪切应力

$$\tau_{\max} = 778.7\text{N/mm}^2 \text{ (赫兹解 } \tau_{\max}' = 810\text{N/mm}^2 \text{)}。$$

计算得的最大剪切应力所在的深度为 0.0194mm (赫兹解为 0.0187mm)。

作为在机械工程中的应用, 计算了一对圆柱齿轮啮合传动时的接触应力。计算所用的原始数据为:

齿轮参数为: 齿数 $Z_1 = Z_2 = 20$, 模数 $m = 1$, 压力角 $\alpha = 20^\circ$, 标准齿轮传动。载荷沿啮合点法向加载 100N/mm 。共计算三种情况。

1. 节点啮合时的接触力。
2. 单齿啮合的起始点啮合时的接触应力。
3. 考虑摩擦力后的接触应力。

其计算结果与光弹性试验结果一致。

某单位采用了增量理论处理弹性接触问题, 运用有限单元法对某型内燃机车的钢顶铝裙组合活塞进行了系统计算, 其计算结果和电测结果基本上一致。

又如起重机的车轮与轨道的形状及大小可以在接触面间垫上薄的白纸及复写纸, 加载后可以实测得相当满意的接触面的形状及大小, 并进一步可以利用所假设按椭球形分布的规律算出接触面应力, 其精度往往是相当高的, 这是一种简单易行的实验方法。例如某厂利用此法将起重机的车轮与轨道承载能力得到提高, 取得了满意的结果。

二、应力集中在机械工程中的重要性

应力的局部增高称为应力集中, 它产生在物体形状突然变化的地方, 如缺口、孔洞、沟槽、螺纹、截面骤变或刚性约束等。在这些地方可能发生疲劳裂纹, 也可能使脆性材料的零件发生静载断裂。在这些产生应力集中的地方, 应力的最大值与几何形状, 加载荷的方式及其它影响应力分布的条件有关。

应力集中是局部应力很重要的一个方面。

在机器制造发展的初期, 当确定机器各部分的尺寸时, 只要给出各部分尺寸的简单关系就够了。例如, 蒸汽机的活塞轴的直径可按汽缸直径的某分数来决定。当运用与制造的条件很简单时, 这种原始的计算方法在开始时是足够了, 但随着生产技术的进一步的发展, 显然这种方法是不行的。后来发展了材料力学等初等方法, 但对计算应力集中等问题还是不行的。

但由于生产技术的巨大进步, 尤其是高速机器生产的巨大进步, 要求机器的重量要轻, 强度要好, 使用寿命又要长, 促进对机器强度的深入研究, 发现机器中各部分在颇大程度上,

非均匀应力分布的存在系由物体表面情况的剧烈变化而引起的,此种形状剧烈变化对应力分布特性所产生的影响的研究,构成应力集中学说的内容。亦即比邻近各点的应力大得多的局部表面应力是由于机械零件的形状剧烈变化而引起的大量的不幸后果。绝大多数的机械零件,都是在变载荷下工作的,这些零部件,由应力集中引起的疲劳破坏是主要的破坏形式。例如,转轴有50%以上,其它如机架、曲轴、齿轮、螺栓和焊接构件等的破坏均与应力集中有关。因此应力集中在航天、航空、原子能、汽车和拖拉机等动力机械、化工机械与重型机械等中均很重要。

自1898年克尔希解出圆孔附近的应力集中结果,1910年柯洛索夫解出了椭圆孔附近的应力集中,到本世纪20年末,应力集中问题的求解有了重大突破,Мусхелишвили等人先后把复变函数引用到弹性力学范围,采用保角变换把一个不规则分段光滑曲线映射到单位圆上,推出了复变函数的应力表达式及其边界条件,并获得了一批应力集中的精确解。而各种实验手段发展也很快,电测、光弹、激光、云纹等均可测出机械零件的应力集中情况。近年来计算机和有限单元法及边界元法的迅速发展为寻找应力集中的数值解提供了有效的途径。由于机械工程上的实际需要,以及日益发展的工艺对应力集中提出越来越多的要求,特别是由应力集中引起的机械零件的破坏极其严重,早已引起人们普遍的注意和广泛的兴趣。因此了解和掌握应力集中问题,将有助于机械零件的合理设计,减少机械的破损事故。由于应力集中中现有的成果是大量的,在机械工程中具有很大的重要性。

疲劳破坏既然是在局部应力最高的部位发生,所以有些机械,由于设计、制造、装配和使用中的不合理,例如某水压机的疲劳断裂,大都发生在下横梁上螺母(或锥台)与立柱光滑区的过渡圆角处,因为该处的应力集中最大。而对于梯形的上横梁,最高的局部应力不在中央截面上,而在上横梁与柱套交界的圆弧处。因此疲劳破坏在交界圆弧处发生。

轧机的闭式机架的强度是主要矛盾,由于在压螺母孔的过渡圆弧 r 处的局部应力最高,所以在该处先开裂。但有些轧机(如1200薄板轧机)工作十年后,发现在上横梁与立柱过渡圆角处有30mm长的裂纹。

又如某运锭车,在一次操作后,发现机架的圆角处有300mm长的裂纹,可以看出发现裂纹时,裂纹已经经历了一段扩展时期。后来,在裂纹尖端钻 $\phi 16\text{mm}$ 的止裂孔,从此裂纹没有发展,设备一直在使用中。

曲轴的强度,在很大程度上决定了发动机的可靠性与寿命。对于汽车、拖拉机及多缸内燃机,曲轴结构相当复杂。曲轴在长期工作中,往往在内圆角及油眼处由于应力集中而引起疲劳裂纹。

汽车的半轴,其一端与车轮的凸缘部联接,另一端与差速器半轴齿轮以花键相联接。在运行过程中,经常在半轴的凸缘盘根部,半轴杆部和花键尾部附近断裂,最常见的断裂部位是在杆部的轴承圆角的应力集中处。

有一台新投产的120吨顶吹氧转炉,炼了几十炉钢后,倾动装置的减速机主轴发生断轴事故,从断口看出,主要由于有内部缺陷的应力集中引起的疲劳断裂。

又如我国研制的某水轮机,该水轮机叶片面积大,负荷重,叶片强度问题是需要解决的技术关键之一。叶片根部是叶片受力最大的区域,根部两侧与法兰过渡处的尖锐拐角更是容易出现裂缝的应力集中区,国内外均在该处出现裂纹的事例,因此,研究和改进这个部位的结构和应力状态,对保证叶片的强度具有很大意义,采用环氧树脂模型和光弹性贴片测试技

术摸清了在静水压力下叶片根部的应力分布,并改进了结构,减小了应力集中,提高了叶片强度,取得了初步成果。通过试验,提出增大叶片根部侧面拐角的圆角半径,使应力峰值可降低24~35%,此建议已被采用。

又如我国生产某型压缩机投产后,六段缸(高压缸)发生由应力集中引起的开裂现象,此后其它厂生产的该压缩机在很多化肥厂使用后也相继发现此问题(运转时间3、4个月至一年),对此各制造厂及使用厂都采取了一些措施。燃化部、一机部也将由应力集中引起的六段缸开裂问题列为攻关项目之一。

先对各化肥厂压缩机六段缸由应力集中开裂情况及结构改进情况进行调查研究,大量事实表明由应力集中损坏的部位均在高压缸的某部(由于图形复杂,本书从略),为此对高压缸的危险部位进行应力测试,经研究并提出改进措施。

根据测试结果,其危险点处由第四强度理论所得的折算应力为 239N/mm^2 。

为了尽量减少孔边应力集中,将圆孔边的圆角变大,并经喷丸强化处理后,再进行应力测试。应力集中现象已减少很多,按第四强度理论所得的折算应力为 169.5N/mm^2 ,趋于安全。研究结果表明压缩机的应力集中危险区,一方面由于孔边应力集中较大,另一方面由于加工较粗糙,引起附加的应力集中,而引起的疲劳裂纹,所以在各厂使用中发现了这个严重问题。对以上应力集中情况采取措施后,经测试结果来看是有效的。

又如某研制柴油机,耐久试验中发现有50%活塞在活塞销坐处发生裂纹,严重影响产品质量,按照过去的常规,必须设计制造几种不同改进结构的活塞,再在样机上进行耐久对比试验,然后选择较好结果的一种方案,而这样的方案还不一定是最佳方案,并且要耗费巨大的人力物力和时间。在研制过程中采用了三维光弹性模型试验,找出了活塞销坐处应力集中是产生裂纹的主要原因,并经过三个典型的改进方案的光弹性试验比较,迅速找到了弹性活塞销坐的较佳方案,使活塞最大应力值比原结构降低了40%;这种新结构活塞采用到该柴油机上后,经过多年生产实践的考验,未再发生过活塞裂纹等结构强度问题。目前,这种活塞已被推广应用(包括增压强化柴油机)效果也很满意。

在机械中广泛使用的曲轴的应力是相当复杂的,尤其是油孔、轴颈与曲柄相连接的圆角部分,存在着严重的应力集中,它会导致曲轴运行的疲劳破坏。影响这种应力集中的因素很多,无法对所有问题进行很精确的理论计算。因此近年来国内外对这一问题开展了许多研究和实验工作。西德和日本曾作了一系列的实验研究,取得了确定应力集中系数的经验公式,这对曲轴的合理设计有实际意义,并对探讨曲轴圆角的合理形态(降低应力集中系数)作了很多工作。近年来我国对特定曲轴的应力集中和应力分布规律以及圆角的合理形状都作过一定的试验和探讨。由曲轴弯曲时中央断面及圆角部分的实验结果可以明显地看到圆角部分应力集中的情况和最大应力点的位置,并得到了各型曲轴弯曲和扭转试验时的圆角应力集中的曲线。

又如某柴油机曲轴疲劳强度的研究。研究的一部分是采用光弹和电测方法,对多种柴油机曲轴结构方案进行应力分析,结果找到了二种比较合理的曲轴结构,分别使应力集中程度下降17%和20%,研究的第二部分是自行设计的机械谐振式曲轴疲劳试验机进行各种曲轴强化工艺效果对降低应力集中危险性的试验。疲劳机上的几个星期的试验,“再现”了实际运转几年或十几年的工况。结果证明,采用圆角、高频淬火、减轻了应力集中的危害,提高了该柴油机曲轴弯曲疲劳强度17%以上,采用圆角切线滚压由于降低了应力集中的程度,可提高

该柴油机曲轴弯曲强度80%以上，从而解决了两种柴油机断轴率较高的质量问题。

又如某为1.4吨级60马力轮式拖拉机配套而设计的柴油机。为了保证该柴油机具有足够的疲劳强度，关键在于合理地设计发动机的主要受力零件——曲轴，使之具有足够的疲劳强度，这是设计工作中的重要问题。为此进行了一系列的测试和研究工作，由于曲轴形状复杂及其断面沿轴线方向的急剧变化，引起了曲轴应力分布的极不均匀。经测试结果得出在曲柄与连杆轴颈过渡圆角处有严重的应力集中。圆角最大应力是轴颈中央截面应力的2~3.3倍，造成这种应力集中现象的原因是由于曲轴沿轴线截面的急剧变化和形状复杂所引起的。为此，曲轴的结构设计是很重要的。在可能的条件下，采用较大的曲轴主轴颈与曲柄销直径重叠及较大过渡圆角半径，采用轴颈的空心结构及卸载槽等结构来减少曲轴过渡圆角处的应力集中，从而达到提高曲轴疲劳强度的目的。

在对曲轴进行静态测量，了解应力集中情况后，设法改进结构，例如采用不等厚的曲柄臂，其弯曲疲劳强度比原结构曲轴的弯曲疲劳强度有了显著的提高，二、三拐提高了9.5%，一、四拐提高了21%。为了进一步降低应力集中提高曲轴的疲劳强度，对该机曲轴进行了圆角滚压强化。

为了降低应力集中非常有效的圆角滚压强化方法具有工艺简单，工艺周期短及经济等特点，并运用于各种金属材料。滚压后其表面光洁无裂纹，且对疲劳强度的提高降低应力集中现象比较明显，因此，目前在国内外获得了越来越广泛的应用。

曲轴圆角滚压其实质是在机械力的作用下，使其金属表面冷作硬化，从而产生残余应力的一种预应力强化法，为此可以降低危险区的应力集中。由于材料的疲劳破坏，通常是由于在拉应力的反复作用下，在表面产生疲劳裂纹，而后又在这一拉应力作用下裂纹逐渐发展，以致最后呈脆性断裂。由此可知应力集中是产生疲劳裂纹与扩展的真正原因。经圆角滚压后材料表面产生一个预压力，反复作用的拉应力受到抵消，亦即应力集中程度减少了，从而使材料的疲劳强度得到了提高。同时，即使材料在拉应力的反复作用下出现了疲劳裂纹，由于预应力的存在，也会使裂纹发展得到减缓。例如某柴油机发动机曲轴采用圆角滚压强化后其疲劳强度有显著提高。球墨铸铁曲轴在滚压强化后，其疲劳强度提高了44%；45号锻钢曲轴经滚压后其疲劳强度提高了20%，由这些数据充分说明应力集中在机械工程中是多么重要。

为此应力集中的知识对认识机械零件破坏规律是很重要的，我们认识客观世界规律的目的是为了改造客观世界，以上所介绍的几个实例说明了这个问题。

§ 1-2 弹性力学（包括局部应力）的基本假设与研究方法

以上介绍了局部应力在机械工程中的重要性，但局部应力问题往往比较复杂，以最简单的具有小圆孔的受拉平板的应力集中问题，用材料力学方法是无法解决的，只能用弹性力学方法加以解决。接触应力的计算亦相当复杂，也只能用弹性力学方法来求解。为此本书的基础是弹性力学而不是材料力学与结构力学。而且弹性力学的基本理论、基本概念和解决问题的方法又是很重要的。所以必须加以介绍。

一、弹性力学的基本假设

1. 假设物体是连续的

假设物体是由一种连续性的介质充满了该物体的所占空间而没有任何空隙。因此，物体

中的应力、应变、位移等量都是连续的，可以用坐标的连续函数表示。而且只有在这一假设的基础上才存在应力，因为应力的概念是在一个面积趋近于无穷小时取极限的基础上建立起来的。

事实上，物体是由无数不连续的微小颗粒（分子）所组成的，在不受外载荷时颗粒之间也存在着相互作用的内力（吸力与斥力）保持它们之间的距离不变。在外力作用下就使颗粒之间的距离发生变化，从而物体有了变形，同时颗粒之间的内力也产生了变化。由于组成物体的颗粒数目是很多很多的，如考虑每个颗粒和它周围粒子之间的相互作用力来建立弹性力学，这在实际上是不可能的。所以不从物体颗粒构造出发，而采用介质为连续的假设。从物体在变形前后都保持连续出发，亦即把物体内的应力、应变和位移都可用所占空间坐标的连续函数来表达。对物体从宏观来分析，可以认为物体是连续的。而且实际上由事实证明了根据连续的假设所得的弹性力学的结果是基本上正确的，不会引起显著的误差。

2. 假设物体是完全弹性的

物体受力后产生变形，当外力卸除后完全恢复原状，而且应力与应变之间有单值对应的关系，材料的这种性质称为完全弹性的。

大量实验表明，工程上用的大部分材料，在一般应力不大的情况下都可以足够精确地认为是完全弹性的。材料的弹性变形与所受应力之间的关系称为材料的弹性性质，它是弹性力学中重要的物理性质。

3. 假设物体是均匀的

认为整个物体由同一材料做成的。这样，整个物体的所有各部分都具有相同的物理性质，因而物体的弹性模量、波桑比等都是常数，而不是位置坐标的函数。实际上材料不可能是到处均匀的，这一部分与那一部分总会有些差别，但差别不大，所以对于现有一般工程材料可以认为是均匀的。

4. 假设物体是各向同性的

所谓各向同性的物体也就是认为在物体内部每一点的所有方向上的物理性质是相同的。均匀性与各向同性这二个概念是有区别的，前者是指物体内部各点的物理性质相同，而后者是指某一点上在不同方向的物理性质（弹性性质）相同。

固体一般分为晶体与非晶体两种。非晶体是各向同性的。晶体是各向异性的，机械工程中所用的金属和合金材料是由晶体所组成的，因为物体内部包含着大量晶粒，而且各个晶粒的方向是杂乱无章的，因此从统计学观点可以认为多晶体金属是各向同性的。

凡是符合以上四个假设的物体，称为理想弹性体。

5. 假设物体的变形是微小的

假设物体在载荷或温度变化等作用下，物体变形而产生位移，与物体的尺寸相比，是很微小的。在研究物体受力后的平衡状态时，可以不考虑物体尺寸的改变。在研究物体的应变时，可以略去应变中的非线性项，因此在微小应变的情况下弹性力学中的微分方程将是线性的，从而使问题大大简化。

6. 假设物体内部无初应力

假设物体处于自然状态，即在载荷或温度变化等作用之前，物体内部没有应力。也就是说，由弹性力学所求得的应力仅仅是由于载荷或温度变化等产生的。物体中初应力的性质及数值与物体形成的历史有关。若物体中有初应力的存在，则由弹性力学所求得的应力加上初应力

才是物体中的实际应力。

在研究物体内的局部应力时除了以上这些假设外，有时还要针对具体问题再作些假设，这在以后的有关章节中分别加以介绍。

二、弹性力学的研究方法

以前在材料力学中除了用到以上基本假设外，为了简化问题而添加了一些“附加假设”例如采用了平面截面的假设，这个假设纯粹是关于变形几何方面的假设。此外在物理方面往往假设应力状态比较简单而使用单向拉伸或压缩的虎克定律等。由于这些假设，简化了对细长杆的变形与应力分布的分析，例梁的弯曲问题中由此得到应力和应变的线性分布规律，从而使整个问题的解决变得很简单。

现在我们研究的局部应力问题是无法用以上所介绍的材料力学方法所解决的，为此必须放弃以上所提到的附加假设。

弹性力学的分析方法中是不考虑平面截面的假设，而是直接从变形连续性的前提出发列出几何方程，变形连续性是指在变形前的连续物体在变形后仍保持连续（不发生裂缝及重叠现象），物体内任一部分及单元体均保持连续，且在保持变形连续的情况下，平面截面变形后可以不再保持平面，因此物体的各点位移及应变将是坐标的连续函数。

而且在应力与应变的物理关系上，材料力学与弹性力学也有区别，在材料力学中将表达这种关系的广义虎克定律作了简化，例在梁的弯曲中假定纵向纤维间互不挤压而应用了虎克定律的最简单的形式。这对形状较复杂的物体，将会带来较大甚至严重的误差。在弹性力学中写物理条件时不作简化，即应用广义虎克定律，这样将使其结果较材料力学更为精确，例如以后要介绍的局部应力就可以应用弹性力学得到精确解及各种近似解。

为此弹性力学中，假想物体内部为无数个单元四面体和表面为无数个单元的四面体所组成。考虑这些单元体的平衡，可写出一组平衡微分方程，但未知应力分量数总是超出微分方程数，因此弹性力学问题总是超静定的，必须考虑变形条件。由于物体在变形之后仍保持连续，所以单元体之间的变形必须互相协调的，因此可以得出一组表示应变连续性的微分方程。还要用广义虎克定律表示应力与应变之间的关系。另外，在物体表面上还须考虑物体内部应力与外载荷之间的平衡，称为边界条件。可以找到足够的微分方程以求解未知的应力、应变和位移。所以我们解决弹性力学问题时，必须考虑静力平衡条件、变形连续条件与广义虎克定律，即是关于静力平衡、变形几何、物理等三个方面以及边界条件。目前弹性力学已建立了一套比较严密的完整的理论，但由于机械零件的复杂、多样，且由于数学上的困难，要获得精确解是有困难的。多年来由于大批应用数学力学家们的努力已解决了一批问题，均可供查阅应用。

尽管以广泛的实际工程问题为背景的机械结构强度的数学和力学模型早已建立，但在快速电子计算机得到有效应用以前，实际求解非常有限。直到五十年代中期，这方面的近似计算方法才有了较大进展，特别是从六十年代有限单元法兴起以来，随着电子工业的发展，形成了近代高速计算技术，这对机械结构强度的分析与研究工作起了极大的促进作用，使局部应力的计算范围及速度大大的扩展了。

除了解析法和数值计算等近似法外，还可以应用电测、光弹性等实验技术，通过模型实验或实测以进行应力分析。这对局部应力的分析研究亦是很有用的，近年来这方面的理论与实验技术发展也是很快的。

习 题

1-1 结合自己的体会说明局部应力的重要性。

1-2 弹性力学的基本假设在材料力学推导纯弯曲公式时用了没有？并说明如何应用这些基本假设的？

1-3 弹性力学研究方法与材料力学研究方法有什么不同之处？

1-4 用哪些实验方法可以测出机械零件中的应力集中？

1-5 用材料力学能否解决接触应力与应力集中问题？

1-6 用什么方法可以测出两接触物体的接触面形状与大小？

1-7 用什么方法计算机械零件中的应力集中？

1-8 用电阻应变片测接触应力有没有困难？用电阻应变片测机械零件的应力集中时要注意些什么？

为了以下各章各种单位换算的方便，特附以下表以供查阅使用。

表1-1 各种单位制的换算表

力学量	单位制	量纲	常用单位	换算单位
力	国际 (SI)	ML/T^2	牛顿N, $1N = 1kg \cdot m/s^2$	$1N = 0.102kgf = 0.2248lb$
	工 程	F	公斤力kgf或简写成kg	$1kgf = 9.80665N = 2.20461lb$
	英 制		磅lb	$1lb = 4.448N = 0.4536kgf$
应力、面力 (压强)	国际 (SI)	M/LT^2	$Pa = 1N/m^2$, $MPa = 1N/mm^2$	$1Pa = 1.02 \times 10^{-5}kgf/cm^2 = 14.5 \times 10^{-6}psi$
	工 程	F/L^2	工程大气压kgf/cm ²	$1kgf/cm^2 = 98066.5Pa = 14.22psi$
	英 制		磅/时 ² $1psi = 1lb/in^2$	$1psi = 6894.8Pa = 0.0703kgf/in^2$

注：1) 工程单位制中的kgf，通常也简写成kg

2) 英制中的应力有时用Ksi作单位， $1Ksi = 1000psi$ 。

3) $1MPa = 10^6Pa = 10^6N/m^2 = 1N/mm^2$

表1-2 国际制 (SI) 词冠 (摘录)

倍数与分数	词冠名称	中文代号	国际代号	备 注
10^9	吉咖	吉	G	法文名称: giga
10^6	兆	兆	M	法文名称: méga
10^3	千	千	k	法文名称: kilo
10^2	百	百	h	法文名称: hecto
10^1	十	十	dé	法文名称: déca
10^{-1}	分	分	d	法文名称: déci
10^{-2}	厘	厘	c	法文名称: centi
10^{-3}	毫	毫	m	法文名称: milli

第二章 弹性力学的基本理论

§ 2-1 应力的概念、应力状态、应力标号、剪应力互等定理、任意斜截面上的应力

为了解决机器或结构的强度问题，应先根据机器的工作情况测出或算出所受的外力。进一步利用材料力学所熟知的截面法，平衡来求出物体中的内力。我们可设想以任意截面 F 将所研究的物体截成 A 和 B 两部分，如图 2-1 所示可以求出截面内的内力。

但仅有内力分量仍是不够的，而需要研究截面内内力分布的情况。一般讲来截面上的内力分布是不均匀的。所以需要引进应力的概念来表示截面上各点受力的大小。如图 2-1 b) 中所示的单元面积 dF 上作用着力 dP ，则可定义此微面积 dF 的外法线方向为 n 时的该面上这点的总应力为

$$p_n = \frac{dP}{dF} \quad (2-1)$$

在工程上，通常将总应力 p_n 分解为法向应力 σ_n 及剪切应力 τ_n 两个应力分量。 p_n 、 σ_n 、 τ_n 之间的关系为

$$p_n^2 = \sigma_n^2 + \tau_n^2 \quad (2-2)$$

亦可将总应力 p_n 分解为 x 、 y 、 z 坐标轴三个方向的投影 p_{nx} 、 p_{ny} 、 p_{nz} (如图 2-2 所示)。

总应力 p_n 及其分量与截面方向有关，要弄清楚一点处的应力情况，必须知道通过物体该点处的各个截面上的应力情况，并建立通过该点的无数个不同方向的截面上应力表达式并建立它们之间的联系，如在图 2-3 中某点 $A(x, y, z)$ 截取一个包围 A 点的微单元体，当用直角坐标时可以取成各平行平面与坐标面平行的正六面体。当此微单元体六个面上的所有应力分量已知时，则称 A 点的应力状态是已知的。我们在每个微面上的总应力分别向三个坐标轴 x 、 y 、 z 投影得到三个应力分量，图 2-4 表示各个微面上的应力分量。在微单元的六个面上共有九个应力分量，即

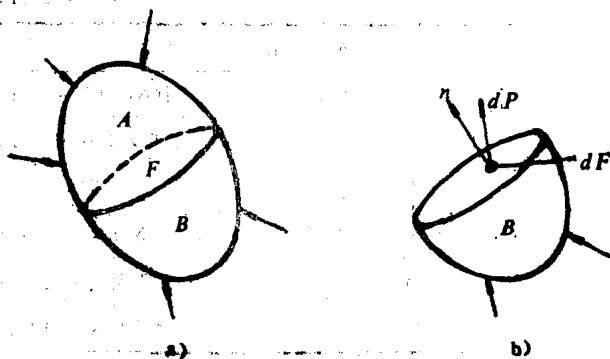


图 2-1

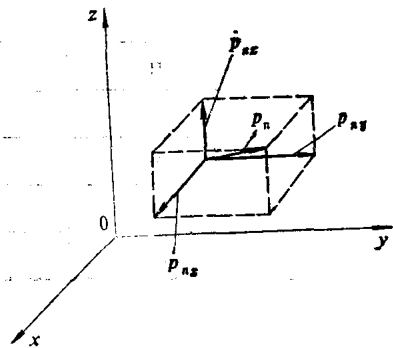


图 2-2