

机械公式应用手册

岡野修一著
赵平译



正文书局

科技叢書 11

機械公式應用手冊

岡野修一編

趙平譯

臺隆書店出版

執筆 者 一 覽 (50音順)

阿 部 和 男 (東京都立羽田工業高等學校教諭)

岡 野 修 一 (東工學園工業教育研究所)

小 町 弘 (東京都立墨田工業高等學校教諭)

高 橋 豐 次 (元東京都立小石川工業高等學校長)

直 井 清 (東京都立工藝高等學校教諭)

仲 嶋 正 之 (日 本 工 業 大 學)

機械公式應用手冊

中華民國七十一年十月二十日初版發行

編 者 岡野修一 譯 者 趙 平

發行所 臺隆書店 發行人 張宗河 臺北市衡陽路75號

郵 購 郵政劃撥12935號臺隆書店帳戶

電 話 三三一四八〇七・三一—三九一四・三三一〇七二三號

登記證 行政院新聞局局版臺業字第〇九八三號

版權所有・翻印必究 定價新臺幣180元

● 譯 註

1. 本書爲工專及高工機械工程科學生必備之重要參考書，同時亦爲準備參加高普考及特種考試人員必讀之書。
2. 本書由於編排上着重於公式之應用，且所舉之例題均有高度之啓發性，頗能培養學生之計算能力。唯譯者學識疏淺，繆誤之處在所難免，尚祈海內外諸先進不吝教正，至所企盼。
3. 本書辱承臺隆書店簡明仁先生之推獎與鞭策，以及至友蕭寬杭之激勵，併致最深之謝意。

趙 平 謹識

民國七十年十一月六日於中興新村

● 目 錄

二力之合成	1
力矩	2
多數力之合成	3
平行力之合成	4
重心與圖心	5
作用於一點之力的平衡	6
着力點不同之力的平衡	7
架構之解法	8
滑動摩擦	9
速度與相對速度	10
等加速度運動	11
落體運動	12
拋物運動	13
角運動	14
力與運動之關係	15
向心力與離心力	16
動量與衝量	17
動量不減之原理與碰撞	18
功	19
功率	20
能	21
能與功之關係	22
功之原理	23
斜面	24
螺旋	25
輪軸	26
滑輪	27
慣性力矩	28
扭矩與旋轉運動	29
旋轉運動之功·功率·能	30
滾動摩擦	31
簡諧運動(單絃運動)	32
單擺	33
彈簧擺	34
扭轉擺	35

垂直應力	36
剪應力	37
應變	38
彈性係數	39
卜桑比	40
應力集中	41
熱應力	42
容許應力與安全因數	43
承受內壓之薄壁圓筒	44
承受內壓之厚壁圓筒	45
彈性數	46
衝擊負荷	47
梁之支點反力	48
梁之剪力與彎曲力矩	49
承受集中負荷之懸臂梁	50
承受等分佈負荷之懸臂梁	51
承受集中負荷之兩端支持梁	52
承受等分佈負荷之兩端支持梁	53
承受數個負荷之梁	54
斷面二次力矩與斷面係數	55
抗彎應力	56
梁之偏轉(撓度)	57
等強度之梁	58
歐拉公式	59
郎金公式	60
扭轉(1)	61
扭轉(2)	62
合成應力(1)	63
合成應力(2)	64
合成應力(3)	65
螺旋配合部之長度與面壓力	66
螺旋之直徑	67
壓力容器與管	68
承受彎曲之軸徑	69
承受扭轉之軸徑	70
同時承受彎曲與扭轉之軸徑	71
傳動軸徑與跨距	72
摩擦離合器	73
徑向端軸頸之設計	74
徑向中間軸頸之設計	75
根據摩擦熱來決定軸承之大小	76
止推軸頸之軸承壓力與摩擦阻力矩	77
白形軸頸之設計	78
套環軸頸之設計	79

四節曲柄回轉機構·····	80
往復滑件曲柄·····	81
皮帶之速率比·長度·接觸角·····	82
皮帶輪各部之尺寸·····	83
皮帶之張力·····	84
皮帶速度較小時之張力·····	85
皮帶之傳達動力與速度·····	86
平帶形皮帶傳動裝置之設計·····	87
三角(V形)膠帶之傳達動力·····	88
鏈輪之尺寸·····	89
鏈條之鏈節數與傳達動力·····	90
滾子鏈條傳動裝置之設計·····	91
摩擦傳動裝置·····	92
模數與徑節·····	93
法節·····	94
標準正齒輪之尺寸·····	95
防止齒根切陷之極限齒數·····	96
移位係數與移位置·····	97
移位齒輪之尺寸·····	98
移位齒輪之尺寸(續)·····	99
跨齒厚·····	100
魯易士公式·····	101
面壓強度與轉動力·····	102
螺旋齒輪之尺寸·····	103
螺旋齒輪之相當齒數與強度·····	104
斜齒輪之圓錐角·····	105
直齒斜齒輪之尺寸·····	106
螺輪之速率比·····	107
蝸齒輪之尺寸(1)·····	108
蝸齒輪之尺寸(2)·····	109
齒輪系之速率比·····	110
行星齒輪裝置·····	111
差速齒輪裝置·····	112
棘輪·····	113
單塊狀制動器·····	114
帶制動器(1)·····	115
帶制動器(2)·····	116
螺旋彈簧(線圈彈簧)·····	117
三角板彈簧·····	118
疊板彈簧·····	119
鑄模砂之透氣度·····	120
影響鑄模之熔液壓力·····	121
毛胚之大小·····	122
鋼珠量規之內徑測定·····	123

推拔圓塞及推拔孔之測定	124
三線法之有效直徑的測定	125
壓力之強度	126
液體壓力計	127
水壓機之原理(巴斯加原理)	128
作用於壁面之壓力	129
水流之連續性原理	130
伯努利定理	131
托里西利定理	132
雷諾數	133
摩擦所導致的損耗	134
管內之各種損耗	135
流量之測定(1)	136
流量之測定(2)	137
射流作用於物體之力(1)	138
射流作用於物體之力(2)	139
水輪機之特性	140
帕爾登水輪機	141
法式水輪機	142
泵之輸出與效率	143
離心泵	144
熱力學之第一定律	145
P—U線圖與焓	146
理想氣體之狀態式	147
理想氣體之狀態變化(1)	148
理想氣體之狀態變化(2)	149
多變變化	150
理想氣體之混合	151
熱力學之第二定律	152
蒸氣之狀態量	153
郎金循環	154
蒸氣流動之基本式	155
熱交換器	156
燃燒	157
燃燒裝置	158
鍋爐之性能	159
汽輪機之作用	160
汽輪機之性能	161
內燃機之基準循環	162
內燃機之輸出與效率	163

附 錄

.....	164
-------	-----

1. 二力之合成

(1) 二力在角 α 相交時 (參閱圖 1)

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha} \quad [\text{kg}] \quad (1)$$

$$\tan \phi = \frac{F_2 \sin \alpha}{F_1 + F_2 \cos \alpha} \quad (2)$$

ϕ : 合力 R 與力 F_1 所形成的角

(2) 二力相交於直角時 (參閱圖 2)

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \quad [\text{kg}] \quad (3)$$

$$\tan \phi = \frac{F_2}{F_1} \quad (4)$$

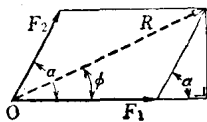


圖 1

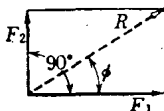


圖 2

例題 設 30kg 與 40kg 之二力成 60° 之角度而作用於一點時，試求其合力。

解答 在公式 (1), (2) 中代入 $F_1 = 30\text{kg}$, $F_2 = 40\text{kg}$ $\alpha = 60^\circ$ 則

$$R = \sqrt{30^2 + 40^2 + 2 \times 30 \times 40 \times \cos 60^\circ}$$

$$= \sqrt{3700} = 60.8\text{kg}$$

$$\tan \phi = \frac{40 \times \sin 60^\circ}{30 + 40 \times \cos 60^\circ} = \frac{40 \times 0.866}{30 + 40 \times 0.5} = 0.693$$

$\therefore \phi = 34^\circ 45'$ (30kg 之力所構成的角)

例題 設對水平面上的某一重 100kg 之物體，水平的加以 50kg 之力時，試問面自物體承受什麼樣的力的作用？

解答 面所承受之力如圖 3 所示，係 100kg 與 50kg 之合力 R 。在公式 (4), (5) 中代入 $F_1 = 100\text{kg}$, $F_2 = 50\text{kg}$ 則

$$R = \sqrt{100^2 + 50^2} = 112\text{kg}$$

$$\tan \phi = \frac{50}{100} = 0.5$$

$\therefore \phi = 26^\circ 34'$

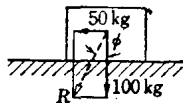


圖 3

例題 如圖 4 所示，設在一艘船上繫兩根繩纜，互相以 120° 之角度用 15kg 之力牽引，則船朝什麼方向，以多大的力被牽引？

解答 把船牽引向進行方向的係二合力。在公式 (1) 中代入 $F_1 = F_2 = 15\text{kg}$, $\cos \alpha = \cos 120^\circ = \cos(180^\circ - 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -0.5$, 則

$$R = \sqrt{15^2 + 15^2 - 2 \times 15 \times 15 \times 0.5}$$

$$= 15\text{kg}$$

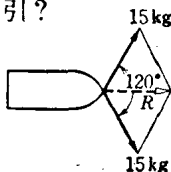


圖 4

合力之方向由於二力相等，故在其夾角 120° 的二等分線上。

註：倘二力不作用於 1 點而作用於 2 點時，可將二力移動至各作用線之交點，再用公式 (1), (2) 計算即可。

2. 力 矩

[1] 力矩(參閱圖 1 (a))

$$M = Fl = Fl' \cos \theta \\ = F \cos \theta l' \quad [\text{kg cm}] \quad (1)$$

[2] 力偶矩(參閱圖 1 (b))

$$M = Fd \quad [\text{kg cm}] \quad (2)$$

[3] 力矩之合成

$$M = \sum M_i = \sum F_i l_i (= \sum F_i d_i) \quad (3)$$

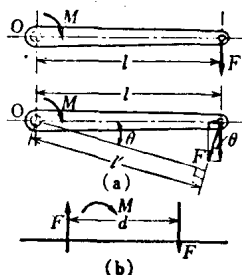


圖 1

例題 就圖 2，試求軸周圍之力矩。

解答 在公式(1)中代入 $F = 15\text{kg}$, $l = 20 \times \cos 30^\circ + 10 = 27.32\text{cm}$ 則

$$M = 15 \times 27.32 = 409.8 \text{ kg cm}$$

(左轉)

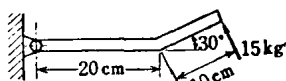


圖 2

例題 就圖 3，試求軸周圍之力矩。

解答 設將右轉之力矩作為(+)則由公式(1), (3)得

$$M = 10 \times 50 \times \cos 60^\circ - 30 \times 30 - 20 \times 20 + 10 \times 40 = -650 \text{ kg cm} \quad (\text{左轉})$$

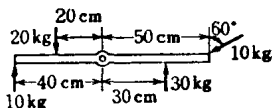


圖 3

例題 如圖 4 所示，在正方形之組件有 4 力在作用，問此時軸 O 是承受何種力的作用？

解答 以 4 力構成 100kg 與 50kg 之 2 力偶。由公式(2), (3)得

$$M = 100 \times 10 - 50 \times 20 \times \cos 45^\circ \\ = 293 \text{ kg cm} \quad (\text{右轉力偶})$$

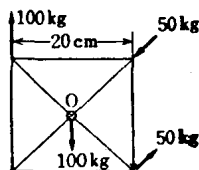


圖 4

例題 如圖 5 所示，從軸只離開 l 的位置有力 F 在作用時，問軸承受何種力的作用？

解答 即使讓大小相同而方向相反的 2 力作用於 1 點，但就力學上而言，其與 2 力不作用時的効果相同，如圖 5 所示可當作與 F 相等的 2 力 F' , F'' 已作用於軸。軸由 F 與 F'' 承受 $M = Fl$ 的力偶矩，並且在與 F 相同的方向承受力 $F' (= F)$ 。

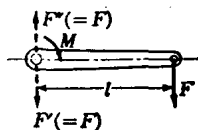


圖 5

註：① $\sum$ 係表示總和的符號。若將公式(3)詳細列出則如下列所示：

$$\sum M_i = M_1 + M_2 + M_3 + \dots \quad \sum F_i l_i = F_{i1} l_1 + F_{i2} l_2 + F_{i3} l_3 + \dots$$

② 力偶純粹只是旋轉的原動力。物體承受力偶作用時，不論該物體之何處安裝軸，在該軸之周圍使物體旋轉之能力是相同的。因此，力偶矩與力矩同樣是沒有中心的。

3. 多數力之合成

〔1〕 力作用於 1 點時(參閱圖 1)

該點之周圍的合成力矩 $M=0$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(\sum F_i \cos \alpha_i)^2 + (\sum F_i \sin \alpha_i)^2} \quad [\text{kg}] \quad (1)$$

$$\tan \phi = \frac{R_y}{R_x} = \frac{\sum F_i \sin \alpha_i}{\sum F_i \cos \alpha_i} \quad (2)$$

〔2〕 着力點不同時(參閱圖 2)

作用於某點 O 之合力 R 可由公式(1)·(2)求得

$$M = \sum M_i \quad (3)$$

參閱 2. 力矩圖 5 例

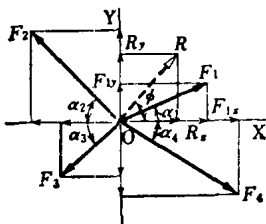


圖 1

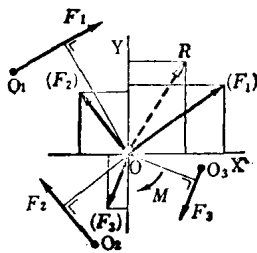


圖 2

〔例題〕 試求作用於 1 點的下列 4 力之合力

$F_1=7\text{kg}$, $F_2=6\text{kg}$, $F_3=5\text{kg}$, $F_4=4\text{kg}$, $\angle F_1 F_2$ (F_1 與 F_2 所成的角) $=90^\circ$, $\angle F_2 F_3=60^\circ$, $\angle F_3 F_4=60^\circ$

〔解答〕 如圖 3 所示的那樣使 F_1 重疊於 X 軸而拉 XY 直交軸，分別圖示其力。

$$\begin{cases} F_{3x} = -F_3 \cos 30^\circ = -5 \times 0.866 \\ \quad = -4.33 \text{ kg} \\ F_{3y} = F_3 \sin 30^\circ = 5 \times 0.5 \\ \quad = 2.5 \text{ kg} \\ F_{4x} = -F_4 \cos 30^\circ = -4 \times 0.866 \\ \quad = -3.46 \text{ kg} \\ F_{4y} = -F_4 \sin 30^\circ = -4 \times 0.5 \\ \quad = -2 \text{ kg} \end{cases}$$

由公式(1)得

$$\begin{cases} R_x = 7 + 0 - 4.33 - 3.46 = -0.79 \text{ kg} \\ R_y = 0 + 6 + 2.5 - 2 = 6.5 \text{ kg} \end{cases}$$

$$\therefore R = \sqrt{0.79^2 + 6.5^2} = \sqrt{42.87} = 6.55 \text{ kg}$$

$$\tan \phi = -\frac{6.5}{0.79} = -8.23$$

$$\therefore \phi \approx 83^\circ \text{ (由 } \tan \phi \text{ 之結果爲負，所以由一 X 軸向 Y 軸)}$$

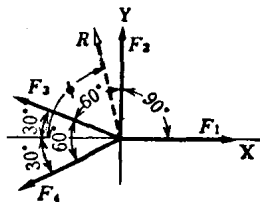


圖 3

註：只有重疊 XY 軸的力可不必作力之分解。

4. 平行力之合成

[1] 相同方向之2平行力之合成(參閱圖1)

$$R = F_1 + F_2 \quad (1)$$

$$l_1 = l \frac{F_2}{F_1 + F_2} \quad l_2 = l \frac{F_1}{F_1 + F_2} \quad (2)$$

l_1 : 合力 R 與力 F_1 之作用線間的距離[cm]

l_2 : 合力 R 與力 F_2 之作用線間的距離[cm]

l : 力 F_1 與 F_2 之作用線間的距離[cm]

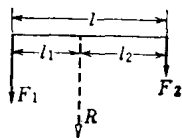


圖 1

[2] 相反方向之2平行力之合成(參閱圖2)

$$R = F_1 - F_2 \quad (3)$$

$$l_1 = l \frac{F_2}{F_1 - F_2} \quad l_2 = l \frac{F_1}{F_1 - F_2} \quad (4)$$

合力 R 係在較大之力的外側，且為同一方向。

[3] 多數之平行力的合成(參閱圖3)

$$R = F_1 + F_2 + F_3 + \dots = \sum F_i \quad (5)$$

$$l = \frac{F_1 l_1 + F_2 l_2 + F_3 l_3 + \dots}{R} = \frac{\sum F_i l_i}{\sum F_i} \quad (6)$$

F_i : 各力平行[kg]

l_i : 從任意點 O 至力距 F_i 之距離[cm]

l : 從點 O 至合力 R 之距離[cm]

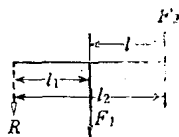


圖 2

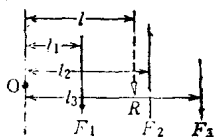


圖 3

例題 設以 5 cm 之距離有平行之 2 力 40kg 與 10kg 在作用，求 2 力相同方向時與相反方向時之合力各為若干？

解答 2 力相同方向時，可在公式(1)，(2)中代入 $F_1 = 40\text{kg}$ ， $F_2 = 10\text{kg}$ 。相反方向時可在公式(2)，(3)中亦代入 $F_1 = 40\text{kg}$ ， $F_2 = 10\text{kg}$ 則相同方向為 $R = 40 + 10 = 50\text{kg}$

$$l_1 = 5 \times \frac{10}{40 + 10} = 1\text{cm}$$

相反方向為 $R = 40 - 10 = 30\text{kg}$

$$l_2 = 5 \times \frac{10}{40 - 10} = 1.67\text{cm}$$

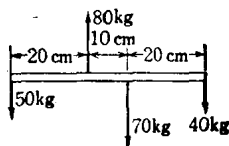


圖 4

例題 如圖 4 所示試求作用之 4 平行力的合力。

解答 設力向下者為正，力矩右轉者為正。在公式(5)，(6)中代入(6)に $F_1 = 50\text{kg}$ ， $F_2 = -80\text{kg}$ ， $F_3 = 70\text{kg}$ ， $F_4 = 40\text{kg}$ ， $l_1 = 0$ ， $l_2 = 20\text{cm}$ ， $l_3 = 30\text{cm}$ ， $l_4 = 50\text{cm}$ 則

$$R = 50 - 80 + 70 + 40 = 80\text{kg} \quad (\text{向下})$$

$$l = \frac{-80 \times 20 + 70 \times 30 + 40 \times 50}{80} = \frac{2500}{80} = 31.3\text{cm}$$

合力之力矩 2500kg cm 因係向右轉，故合力 R 自 F_1 向右在 31.3cm 處作用。

5. 重心與圖心

〔1〕 重心之位置 (參閱圖 1)

$$\bar{x} = \frac{\sum w_i x_i}{W} \quad \bar{y} = \frac{\sum w_i y_i}{W} \quad (1)$$

$\bar{x}, \bar{y}$: 重心之座標 [cm], x_i, y_i : 各部分之座標 [cm] w_i : 各部分之重量 [kg]
 W : 物體之重量 [kg]

〔2〕 圖心之位置

$$\bar{x} = \frac{\sum a_i x_i}{A} \quad \bar{y} = \frac{\sum a_i y_i}{A} \quad (2)$$

$\bar{x}, \bar{y}$: 圖心之座標 [cm] x_i, y_i : 各部分之座標 [cm] a_i : 各部分之面積 [cm²] A : 總面積 [cm²] $a_i x_i, a_i y_i$: 各部分之面積矩 [cm³]

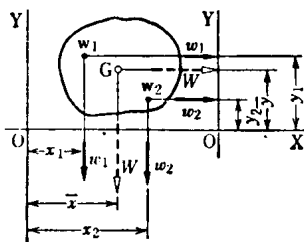


圖 1

例題 設有用圖 2 (a) 那樣形狀的均質材料所製成的零組件。如果厚度相同，則其重心之位置在何處？

解答 可當作將圖 2 (a) 之零組件像 (b) 那樣分成 I、II、III 的 3 部分。由於材質均一，厚度相同，故重心是與將厚度對半切開之面的圖心一致。因形狀左右對稱，所以圖心在中心線上。

自圖 2 (b) 在公式 (2) 中代入 $a_1 = 10 \times 20 = 200 \text{ cm}^2$, $a_2 = 20 \times 10 = 200 \text{ cm}^2$, $a_3 = 10 \times 30 = 300 \text{ cm}^2$, $A = 200 + 200 + 300 = 700 \text{ cm}^2$, $y_1 = 10 + 20 + 5 = 35 \text{ cm}$, $y_2 = 10 + 10 = 20 \text{ cm}$, $y_3 = 5 \text{ cm}$ 則

$$\bar{y} = \frac{200 \times 35 + 200 \times 20 + 300 \times 5}{700} = \frac{12500}{700} = 17.9 \text{ cm}$$

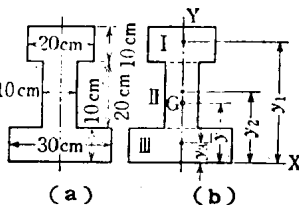


圖 2

例題 如圖 3 所示，有一開圓孔之正方形薄板。試求此圖心之位置。

解答 如圖 3 所示，取 XY 軸。圖心在 X 軸上。圓形缺口部分之面積矩作為負來計算。設在公式 (2) 中代入 $a_1 = 10 \times 20 \times 100 \times 50 = 500000 \text{ cm}^3$, $a_2 x_2 = -\pi \times 20^2 \times (50 - 20) = -37700 \text{ cm}^3$, $A = 100 \times 100 - \pi \times 20^2 = 8744 \text{ cm}^2$ 則

$$\bar{x} = \frac{500000 - 37700}{8744} = \frac{462300}{8744} = 52.8 \text{ cm}$$

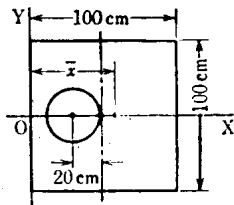


圖 3

註：① 公式 (1)·(2) 中之 $\bar{x}, \bar{y}$ 讀作 x bar, y bar。

② 若將物體視為是簡單形狀的部分的和或差，則首先應分別求各部分的重心 (圖心)，然後將加諸各該點的各部分之重量 (面積) 作為正或負，以作為其合力的位置而決定全體之重心 (圖心) 的位置。

6. 作用於一點之力的平衡

[1] 作用於一點之力的平衡條件

$$\left. \begin{aligned} R_x &= F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \cdots = \sum F_{ix} = 0 \\ R_y &= F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \cdots = \sum F_{iy} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

F_{ix}, F_{iy} : 將着力點作為原點的XY直交軸上之各力的分力[kg]。

R_x, R_y : 各力之XY分力的總和

[2] 3力之平衡(Rami定律)(參閱圖1)

$$\frac{F_1}{\sin \alpha_1} = \frac{F_2}{\sin \alpha_2} = \frac{F_3}{\sin \alpha_3} \quad (2)$$

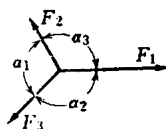


圖 1

例題 如圖2所示，在重50kg之物體之一點繫上兩根繩索，以分別與水平線成 60° 和 45° 的角度將物體懸吊起來。試求此時兩繩之拉力。

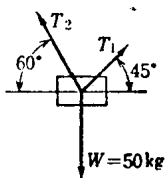


圖 2

解答 設兩繩之拉力為 T_1, T_2 。物體之重量為 W ，則 T_1, T_2, W 之3力維持着平衡狀態，因此可由公式(1)獲得下列的平衡式。

$$R_x = T_{1x} + T_{2x} + W_x = 0 \cdots \cdots (1) \quad R_y = T_{1y} + T_{2y} + W_y = 0 \cdots \cdots (2)$$

在此， $T_{1x} = T_1 \cos 45^\circ = 0.707 T_1$ ， $T_{1y} = T_1 \sin 45^\circ = 0.707 T_1$ ， $T_{2x} = -T_2 \cos 60^\circ = -0.5 T_2$ ， $T_{2y} = T_2 \sin 60^\circ = 0.866 T_2$ ， $W_x = 0$ ， $W_y = -50 \text{ kg}$

$$\therefore 0.707 T_1 - 0.5 T_2 = 0 \cdots \cdots (3) \quad 0.707 T_1 + 0.866 T_2 - 50 = 0 \cdots \cdots (4)$$

$$(4) - (3) \quad 1.366 T_2 = 50 \quad \therefore T_2 = 36.6 \text{ kg}$$

$$\text{代入 (3)} \quad \text{則 } T_1 = 25.9 \text{ kg}$$

例題 試將前記之例題以Rami定律解之。

解答 在公式(2)中代入 $F_1 = W = 50 \text{ kg}$ ， $F_2 = T_1$ ， $F_3 = T_2$ ， $\sin \alpha_1 = \sin (180^\circ - (60^\circ + 45^\circ)) = \sin 75^\circ = 0.966$ ， $\sin \alpha_2 = \sin (60^\circ + 90^\circ) = \cos 60^\circ = 0.5$ ， $\sin \alpha_3 = \sin (45^\circ + 90^\circ) = \cos 45^\circ = 0.707$ 則

$$\frac{50}{0.966} = \frac{T_1}{0.5} = \frac{T_2}{0.707}$$

由此 $T_1 = 25.9 \text{ kg}$ ， $T_2 = 36.6 \text{ kg}$

例題 圖3之各力維持着平衡的狀態。試求繩索之拉力 T 與水平所構成的角 θ 。

解答 由公式(1)可獲得下列的平衡式。

$$R_x = 4 \cos 30^\circ - T \cos \theta = 0 \cdots \cdots (1)$$

$$R_y = 4 \sin 30^\circ + T \sin \theta - 20 = 0 \cdots \cdots (2)$$

由(1)，(2)得 $T \cos \theta = 3.46$ ， $T \sin \theta = 18$

$$T = \sqrt{(T \cos \theta)^2 + (T \sin \theta)^2}$$

$$= \sqrt{3.46^2 + 18^2} = 18.3 \text{ kg}$$

$$\tan \theta = \frac{T \sin \theta}{T \cos \theta} = \frac{18}{3.46} = 5.2$$

$$\therefore \theta = 79^\circ 10'$$

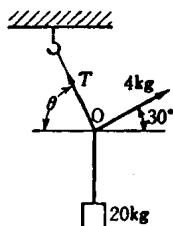


圖 3

註：同一平面上之3力在3力平行或是在合於一點時，可以維持平衡之狀態。

7. 着力點不同之力的平衡

(1) 着力點不同之力的平衡條件

$$\left. \begin{aligned} R_x &= F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \cdots = \sum F_{ix} = 0 \\ R_y &= F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \cdots = \sum F_{iy} = 0 \\ M &= M_1 + M_2 + M_3 + \cdots = \sum M_i = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

F_{ix}, F_{iy} : 任意之 XY 直交軸方向之各力的分力 [kg], R_x, R_y : 各力之 XY 分力的總和, M_i : 任意點周圍之各力的力矩 [kg m], M : 任意點周圍之各力的力矩的總和。

例題 如圖 1 所示, 設若在銷與繩索支持成水平的棒端加以 40kg 之負荷時, 試求該繩索之拉力。

解答 作用於棒之力係負荷 40kg 與繩索之拉力 T 以及銷之反力, 此 3 力維持着平衡狀態。在此問題中因為只是求拉力 T , 故只須從銷周圍 2 力之力矩的平衡即就求得。

在公式(1)中代入 $M_1 = 40 \times 3 = 120 \text{ kg m}$, $M_2 = -T \times \sin 45^\circ \times 2 = -1.4 T \text{ kg m}$ 則

$$M = 120 - 1.4 T = 0$$

$$\therefore T = 85.7 \text{ kg}$$

例題 如圖 2 所示, 其長 2 m 之水平梁, 承受着 200kg 及 150kg 之負荷。若左端之支點之反力為 50kg 時, 則另一支點應設於何處? 並求該支點的反力應為若干?

解答 設所求之反力為 R , 並在偏於左端的 l 之位置。若由垂直力與 O 點周圍之力矩的平衡加以檢討, 則由公式(1)得

$$R_y = 50 - 200 - 150 + R = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$M = -Rl + 150 \times 1.5 + 200 \times 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\text{由 } \textcircled{1} \text{ 得 } R = 300 \text{ kg} \quad \text{由 } \textcircled{2} \text{ 得 } l = 1.42 \text{ m}$$

例題 試在圖 3 求銷之反力 P 與繩索之拉力 T 各應為若干?

解答 在圖 3 中 P, W, T 之 3 力維持着平衡狀態。

$$\text{由公式(1)得 } R_x = P_x - T \cos 30^\circ = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$R_y = P_y - 20 + T \sin 30^\circ = 0 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$M = -T \sin 30^\circ \times 2.5 + 20 \times 1.5 = 0 \cdots \cdots \textcircled{3}$$

$$\text{由 } \textcircled{3} \text{ 得 } 2.5 T \sin 30^\circ = 30 \quad \therefore T = 24 \text{ kg}$$

$$\text{由 } \textcircled{1} \text{ 得 } P_x = T \cos 30^\circ = 24 \times 0.866 = 20.8 \text{ kg}$$

$$\text{由 } \textcircled{2} \text{ 得 } P_y = 20 - T \sin 30^\circ = 20 - 24 \times 0.5 = 8 \text{ kg}$$

$$\therefore P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2} = \sqrt{20.8^2 + 8^2} = \sqrt{496} = 22.3 \text{ kg}$$

$$\tan \theta = \frac{P_y}{P_x} = \frac{8}{20.8} = 0.384 \quad \therefore \theta \approx 21^\circ$$

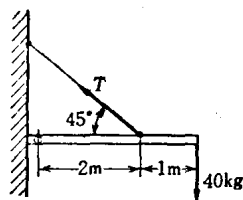


圖 1

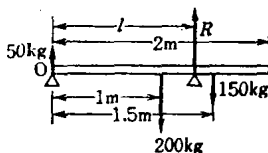


圖 2

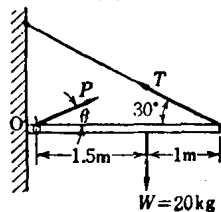


圖 3

8. 架構之解法

〔1〕 節點法 (求作用於全部構件之力時)

由每一節點，作用於構件之力能適用於力的平衡條件，即可算出作用於構件之力。☞ (參閱 6. 作用於一點之力的平衡)

$$R_x = \sum F_{ix} = 0 \quad R_y = \sum F_{iy} = 0 \quad (1)$$

〔2〕 切斷法 (求作用於一部分構件之力時)

將構架作假想的切斷，作用於該部分之外力及作用於構件之力能適用於力的平衡條件，即可算出作用於構件之力。

☞ (參閱 7. 着力點不同之力的平衡)

$$R_x = \sum F_{ix} = 0 \quad R_y = \sum F_{iy} = 0 \quad M = \sum M_i = 0 \quad (2)$$

【例題】 試求圖 1 那樣作用於各構件之力。

【解答】 將作用於各構件之力，例如作用於 AC 構件之力設以 F_{AC} 來表示之。

由 A 點周圍之力矩的平衡得

$$-R_B \times 4 + 2000 \times 3 + 2000 \times 2 + 1000 \times 1 = 0$$

$$4R_B = 11000 \quad \therefore R_B = 2750 \text{ kg}$$

$$R_A = 2000 + 2000 + 1000 - R_B = 2250 \text{ kg}$$

節點 A, $F_{AD} \sin 60^\circ = R_A \quad \therefore F_{AD} = 2600 \text{ kg}$ (壓縮)

$$F_{AC} = F_{AD} \cos 60^\circ = 1300 \text{ kg} \text{ (拉伸)}$$

節點 B, $F_{BE} \sin 60^\circ = R_B \quad \therefore F_{BE} = 3180 \text{ kg}$ (壓縮)

$$F_{BC} = F_{BE} \cos 60^\circ = 1590 \text{ kg} \text{ (拉伸)}$$

節點 D, F_{DC} , F_{DE} 因以觀察無法知道方向，所以如圖所示，都將其假定為拉伸力而進行計算。

$$F_{DE} + F_{DC} \cos 60^\circ + 2600 \cos 60^\circ = 0 \quad \text{①}$$

$$1000 + F_{DC} \sin 60^\circ - 2600 \sin 60^\circ = 0 \quad \text{②}$$

由 ② 得 $F_{DC} = 1440 \text{ kg}$ (拉伸)

由 ① 得 $F_{DE} = -2020 \text{ kg}$ (壓縮)

節點 E, $2000 + F_{EC} \sin 60^\circ - 3180 \sin 60^\circ = 0$

$$F_{EC} = 870 \text{ kg} \text{ (拉伸)}$$

【例題】 以前項例題試求作用於構件 DE, DC, AC 之力。

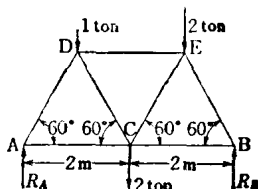
【解答】 在圖 2 之鏈線將構架切斷，考慮 5 力之平衡，取 C 點周圍之力矩。

$$1000 \times 1 - 2250 \times 2 - F_{DE} \times 2 \sin 60^\circ = 0$$

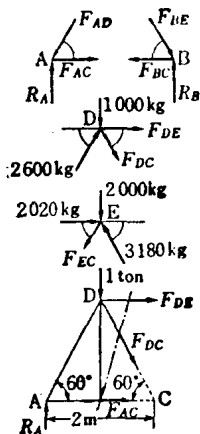
$$\therefore F_{DE} = -2023 \text{ kg} \text{ (壓縮)}$$

在 D 點的周圍, $F_{AC} \times 2 \sin 60^\circ - 2250 \times 1 = 0$ 由 $F_{AC} = 1300 \text{ kg}$ (拉伸) 或垂直方向的平衡得

$$F_{DC} \sin 60^\circ + 1000 - 2250 = 0 \quad \therefore F_{DC} = 1443 \text{ kg} \text{ (拉伸)}$$



■ 1



■ 2

9. 滑動摩擦

[1] 靜摩擦 (參閱圖 1)

$$F_0 = \mu_0 N \quad (1)$$

$$\tan \phi_0 = \mu_0 \quad (2)$$

F_0 : 最大摩擦力 [kg]

ϕ_0 : 靜摩擦角

N : 接觸面之垂直壓力 [kg]

μ_0 : 靜摩擦係數



圖 1

[2] 動摩擦

$$F = \mu N \quad (3)$$

$$\tan \phi = \mu \quad (4)$$

F : 動摩擦力 [kg], μ : 動摩擦係數

ϕ : 動摩擦角 N : 接觸面之垂直壓力 [kg]

例 21 某靜止於水平面上重 80kg 之物體，讓 20kg 之水平力對其作用時，即開始移動。試求其靜摩擦係數與摩擦角。

解答 在公式(1)中代入 $F_0 = 20\text{kg}$, $N = 80\text{kg}$ 則

$$20 = \mu_0 \times 80 \quad \mu_0 = \frac{20}{80} = 0.25$$

在公式(2)中代入 $\mu = 0.25$ 則

$$\tan \phi_0 = 0.25 \quad \phi_0 = 14^\circ$$

例 22 將重 100kg 之物體放置於板上，若將板與水平傾斜至 30° 之角度時，物體即開始滑動。若使恢復水平使物體移動至水平方向須要加諸若干之拉動力方可？

解答 在圖 2 的情況，物體之所以開始滑動係沿着使物體傾斜之板向下滑動的力已達到最大摩擦力之故。

$$W \sin \theta = \mu_0 W \cos \theta$$

$$\mu_0 = \frac{W \sin \theta}{W \cos \theta} = \tan \theta$$

將上式與公式(2)比較則 $\theta = \phi_0$

物體僅以本身的重量從傾斜面滑落時的傾斜角 (稱「靜止角」) 與摩擦角相等。

$$\mu_0 = \tan \theta = \tan 30^\circ = 0.577$$

若在公式(1)中代入 $\mu_0 = 0.577$, $N = W = 100\text{kg}$ 則

$$F_0 = 0.577 \times 100 = 57.7 \text{ kg}$$

例 23 有關摩擦之應用問題的斜面問題請參閱 24. 斜面。

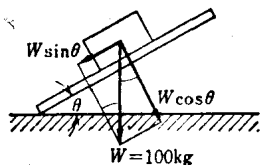


圖 2

註：靜摩擦產生於與外力相反之方向，並隨外力之增加而增加可到達最大摩擦力，但無法超過最大摩擦力。摩擦力係一種阻力，倘無屬於原因的外力則不存在。