

成功之路



新大纲 新教材 新思路 新版本

数学之窗

第二版

潘永庆 主编

初中代数

(第二册)

知识要点
评析导学
同步训练
能力训练
创新园地
综合测试

山东科学技术出版社
www.lkj.com.cn

D
aishu

第二版



初中代数

(第二册)

潘永庆 主编

山东科学技术出版社

教学之窗

初中代数(第二册)

潘永庆 主编

出版者: 山东科学技术出版社

地址: 济南市玉函路 16 号

邮编: 250002 电话: (0531) 2065109

网址: www.lkj.com.cn

电子邮件: wtkj@jn-publib.sd.cninfo.net

发行者: 山东科学技术出版社

地址: 济南市玉函路 16 号

邮编: 250002 电话: (0531) 2020432

印刷者: 莱芜市圣龙印务书刊有限责任公司

地址: 凤城西大街 149 号

邮编: 271100 电话: (0634) 6113596

开本: 787mm × 1092mm 1/16

印张: 11.25

字数: 255 千

版次: 2001 年 6 月第 2 版第 2 次印刷

印数: 6001 - 12000

ISBN 7-5331-2709-9

0 · 78

定价: 13.00 元

图书在版编目(CIP)数据

初中代数. 第2册/潘永庆主编. 2版. —济南: 山东科学技术出版社, 2001. 6

(数学之窗)

ISBN 7-5331-2709-9

I. 初... II. 潘... III. 代数课-初中-教学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 40163 号

顾问 郭维亮

主编 潘永庆

作者 潘永庆 高志军 刘兰春

宋立国 邱虹 徐桂娥

2001.3 14

前 言

九年义务教育的普及,促使教育改革向纵深发展,以提高素质、发展能力、勇于创新为宗旨的素质教育已成为国家和社会各界的共同要求。为适应由应试教育向素质教育的转变,减轻学生过重的课业负担,切实把学生从题海中解放出来,山东科学技术出版社特邀省内部分工作在教学第一线的具有丰富教学经验的特级、高级教师,共同研究,编写了《数学之窗》丛书,包括初中代数三册、初中几何三册。

本丛书每章节,通过“知识要点”、“评析导学”、“同步训练”、“能力训练”、“创新园地”、“知识拓展”等条目的配置,力求构建起科学的辅助性教学框架,既理顺知识体系,又对重点问题进行理论分析;既提供一流的基础训练题目,又配置不同层次学生选择提高的内容,以促进学生个性的发展,培养学生独立思考的能力和习惯。

本丛书的鲜明特点是,以九年义务教育初中课程计划、学科教学大纲为指南,以九年义务教育三年制初级中学课本为依据,针对课本内容和学生实际,通过《数学之窗》这一窗口,帮助学生梳理知识体系,理解知识点内涵,指导学习方法,掌握解题技巧,并适当作一些拓展,以提高学生观察与发现问题、分析与解决问题、思维与研究问题、推理与判断问题的能力。丛书不仅体现大纲所规定的基本要求和教学内容的系统性,还对学科的新内容、新思想、新观点有所介绍,使学生通过习题的演算巩固知识,掌握方法,形成能力,不致落入题海而



加重负担。本丛书着力于培养学生的思维能力,提高学生的创新精神和实践能力。

本丛书可供随堂教学训练用,也可做学生阅读训练的课外读物,还可供教师备课参考,比较好地体现了现代教育思想,具有一定的可操作性。

由于水平所限,本丛书是否体现了我们的编写思想,尚待实践检验。不当和错漏之处恳请读者批评指正。

编者



《数学之窗》系列

- 构建辅助性教学框架
- 理顺知识体系，拓展知识层面
- 提供一流基础训练题目
- 配置不同层次选择提高内容
- 帮助理解内涵，掌握技巧
- 培养独立思考能力和创新精神

- 初中代数（第一册） 定价 13.50 元
- 初中代数（第二册） 定价 13.00 元
- 初中代数（第三册） 定价 12.00 元
- 初中几何（第一册） 定价 8.00 元
- 初中几何（第二册） 定价 14.00 元
- 初中几何（第三册） 定价 11.50 元

ISBN 7-5331-2709-9



9 787533 127091 >

ISBN 7-5331-2709-9

O-78 定价 13.00 元

目 录

第八章 因式分解	1	同步训练	41
8.1 提公因式法	1	9.4 分式的加减法	44
知识要点	1	知识要点	44
评析导学	1	评析导学	44
同步训练	4	同步训练	47
8.2 运用公式法	5	9.5 含字母系数的一元一次方程	50
知识要点	5	知识要点	50
评析导学	5	评析导学	50
同步训练	7	同步训练	51
8.3 分组分解法	9	9.6 探究性活动:形如 $a = bc$ 型的数量关系的问题	53
知识要点	9	知识要点	53
评析导学	9	评析导学	54
同步训练	13	同步训练	54
综合训练	14	9.7 可化为一元一次方程的分式方程	55
知识拓展	19	知识要点	55
本章测试	28	评析导学	55
第九章 分式	32	同步训练	56
9.1 分式	32	知识拓展	59
知识要点	32	综合训练	61
评析导学	32	本章测试	63
同步训练	33	期末测试	66
9.2 分式的基本性质	35	第十章 数的开方	70
知识要点	35	10.1 平方根	70
评析导学	35	知识要点	70
同步训练	36	评析导学	70
9.3 分式的乘除法	39		
知识要点	39		
评析导学	39		



同步训练	72	同步训练	101
10.2 用计算器进行数的简单		单元测试(一)	103
计算	73	11.3 二次根式的除法	105
知识要点	73	知识要点	105
评析导学	73	评析导学	106
同步训练	75	同步训练	107
创新园地	76	11.4 最简二次根式	111
10.3 立方根	78	知识要点	111
知识要点	78	评析导学	111
评析导学	78	同步训练	113
同步训练	80	单元测试(二)	115
10.4 用计算器求数的立方根	81	单元测试(三)	117
知识要点	81	11.5 二次根式的加减法	120
评析导学	81	知识要点	120
同步训练	81	评析导学	120
知识拓展	83	同步训练	120
10.5 实数	84	知识拓展	125
知识要点	84	11.6 二次根式的混合运算	127
评析导学	84	知识要点	127
同步训练	86	评析导学	127
创新园地	87	同步训练	129
综合训练	88	知识拓展	136
本章测试	91	11.7 二次根式 $\sqrt{a^2}$ 的化简	139
第十一章 二次根式	95	知识要点	139
11.1 二次根式的意义	95	评析导学	139
知识要点	95	同步训练	141
评析导学	95	综合训练	144
同步训练	96	本章测试	148
11.2 二次根式的乘法	99	期末测试	150
知识要点	99	参考答案	155
评析导学	99		

第八章 因式分解

8.1 提公因式法

知识要点

1. 什么叫做因式分解？请举一个简单的例子加以说明。
2. 提公因式法、因式分解的关键是确定多项式中各项的公因式，你知道什么叫做公因式吗？如何确定一个多项式各项的公因式？

评析导学

1. 怎样正确、全面地理解因式分解的意义？

评导 “把一个多项式化为几个整式的积的形式，叫做把这个多项式因式分解，也叫把这个多项式分解因式”。从定义出发，应从以下几方面来理解：

- (1) 因式分解的对象是什么？是多项式。
- (2) 因式分解的结果是什么？分解的结果是整式的乘积的形式。
- (3) 因式分解与整式乘法的关系是怎样的？

因式分解和整式的乘法既有区别，又有联系。整式的乘法包括三种类型：一是单项式乘以单项式，二是单项式乘以多项式，三是多项式乘以多项式。例如：

$$2ab \cdot (-3a^2b) = -6a^3b^2$$

$$a(m+n) = am + an$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

整式乘法的结果是单项式或多项式。如果把以上三式反过来，就可得到：

$$-6a^3b^2 = 2ab \cdot (-3a^2b) \quad \text{①}$$

$$am + an = a(m+n) \quad \text{②}$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) \quad \text{③}$$

由于因式分解的对象是多项式，所以上面三式中，只有②和③是因式分解。由上可知，因式分解与整式的乘法正好相反，其关系如下：

$$\text{多项式} \xrightarrow{\text{因式分解}} \text{整式的积}$$
$$\text{整式乘法}$$



(4) 因式分解是多项式的恒等变形,它区别于方程的同解变形.例如:分解因式 $\frac{1}{2}a^2 + a = a^2 + 2a = a(a+2)$,第一步中的每项都乘以2是错误的.

2. 公约数与公因式有何区别与联系?

评导 如果一个整数 c ,同时是整数 a 和 b 的约数,那么 c 就叫做 a 、 b 的公约数(或公因数).例如:1、2、3、6都是24和42的公约数.一个数的约数的个数是有限的,因此,几个数的公约数也是有限的,其中必有一个最大公约数,如24与42的最大公约数为6.任何两个整数一定存在公约数.而公因式指的是多项式中各项都含有的公共的因式.例如: m 是多项式 $ma + mb + mc$ 各项的公因式,若多项式中各项含有公因式,则此多项式一定能被公因式整除.一般地,确定一个多项式的公因式应按以下步骤进行:第一步,确定公因式的数字因数,即各项系数的最大公约数;第二步,确定公因式中的字母因式,即各项中都含有的字母的最低次幂的积.

3. 公因式一定是单项式吗?

评导 公因式可以是单项式,如① $3x + 6y$ 中各项含公因式3;② $2x + 3xy$ 中各项含公因式 x ;③ $8a^3b^2 - 12ab^3c$ 中,含公因式 $4ab^2$.公因式也可以是多项式,如 $a(x+y) + b(x+y)$ 中,有公因式 $(x+y)$.

4. 提公因式法分解因式易出现的错误有哪些?

评导 提公因式法分解因式易出现以下几方面的错误:①漏项,如 $x^3 - x^2 + x = x(x^2 - x)$,括号中漏掉“1”;②公因式提不尽;③符号错误,如分解因式 $-a^2 + a = -a(a+1)$;④分解不彻底,半途而废;⑤走回头路,前功尽弃.

【例1】下列各式从左到右的变形是因式分解吗?若不是,请说明理由.

- (1) $x - \frac{x}{y} = x(1 - \frac{1}{y})$.
- (2) $a^2 - ab = a^2(1 - \frac{b}{a})$.
- (3) $x^2 - 2x - 8 = x(x-2) - 8$.
- (4) $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$.
- (5) $\frac{1}{4}x^2 - x = x^2 - 4x = x(x-4)$.

答:都不是因式分解.因为(1)中 $(x - \frac{x}{y})$ 不是多项式;(2)中 $(1 - \frac{b}{a})$ 不是整式;(3)的右边不是整式的积;(4)是整式的乘法运算;(5)从左到右不是恒等变形.

【例2】把多项式 $24a^3b - 18a^2b^2 + 6a^2b$ 分解因式,应提出的公因式是_____,另一个因式是_____.

分析 系数24、-18、6的最大公约数为6,相同字母 a 与 b 的最低次幂分别是 a^2 、 b ,所以公因式为 $6a^2b$,另一因式为 $(4a - 3b + 1)$,注意因式 $(4a - 3b + 1)$ 中的“1”不要漏掉.

解 $6a^2b; 4a - 3b + 1$

【例3】把下列多项式分解因式:

- (1) $x^2y - xy^2 + x$



$$(2) (2a+b)(2a-3b) + (2a+b)(a+b)$$

$$(3) x(x+y)(x-y) - x(x+y)^2$$

$$(4) 6x(x-y)^2 + 3(y-x)^3$$

分析 (1) 公因式是单独的一个字母 x ;

(2) 公因式是一个多项式 $(2a+b)$;

(3) 公因式是单项式与多项式的积 $x(x+y)$;

(4) 因为 $(y-x)^3 = -(x-y)^3$, 所以公因式为 $3(x-y)^2$.

或者因为 $(x-y)^2 = (y-x)^2$, 公因式为 $3(y-x)^2$.

解 (1) 原式 $= x(xy - y^2 + 1)$

$$(2) \text{原式} = (2a+b)[(2a-3b) + (a+b)] \\ = (2a+b)(3a-2b)$$

$$(3) \text{原式} = x(x+y)[(x-y) - (x+y)] \\ = x(x+y)(x-y-x-y) \\ = -2xy(x+y).$$

$$(4) \text{原式} = 6x(x-y)^2 - 3(x-y)^3 \\ = 3(x-y)^2[2x - (x-y)] \\ = 3(x-y)^2(2x - x + y) \\ = 3(x-y)^2(x+y)$$

$$\text{或者, 原式} = 6x(y-x)^2 + 3(y-x)^3 \\ = 3(y-x)^2[2x + (y-x)] \\ = 3(y-x)^2(x+y)$$

注意: 由例 3(4) 可以看出: $(x-y)^2 = (y-x)^2$, $(x-y)^3 = -(y-x)^3$, 由此可以推广到 $(x-y)^n$ 与 $(y-x)^n$ 之间的关系: 当 n 为偶数时 $(x-y)^n = (y-x)^n$; 当 n 为奇数时, $(x-y)^n = -(y-x)^n$.

【例 4】分解因式 $3x^2 - 6xy + 3x$

错解: $3x^2 - 6xy + 3x = 3x(x-2y)$

正确答案: $3x^2 - 6xy + 3x =$ _____

【例 5】分解因式 $-a^2b - 2a^2bc$

错解: $-a^2b - 2a^2bc = a^2(-b - 2bc)$

正确答案: $-a^2b - 2a^2bc = -a^2b(\text{_____})$

【例 6】分解因式 $5(x-y)^3 + 10(y-x)^2$

错解: $5(x-y)^3 + 10(y-x)^2$

$$= 5(x-y)^3 - 10(x-y)^2$$

$$= 5(x-y)^2(x-y-2)$$

正确答案: $5(x-y)^3 + 10(y-x)^2 =$ _____

【例 7】分解因式 $3a(a+2b) - (a+2b)(a-4b)$

错解: $3a(a+2b) - (a+2b)(a-4b)$



$$= (a+2b)[3a - (a-4b)]$$

$$= (a+2b)(2a+4b)$$

正确解答: $3a(a+2b) - (a+2b)(a-4b) = \underline{\hspace{2cm}}$

【例8】分解因式 $(x-2)^3 - (x-2)(x^2-4x+1)$

错解: $(x-2)^3 - (x-2)(x^2-4x+1)$

$$= (x-2)[(x-2)^2 - (x^2-4x+1)]$$

$$= (x-2)(x^2-4x+4-x^2+4x-1)$$

$$= 3(x-2) = 3x-6$$

正确解答: $(x-2)^3 - (x-2)(x^2-4x+1) = \underline{\hspace{2cm}}$

同步训练

1. 填空题

(1) 下列各等式: ① $3xy-6xy^2=3xy(1-2y)$; ② $(x+2)(x-2)=x^2-4$; ③ $2x-2y+1=2(x-y)+1$; ④ $a^2b+ab^2-b=ab(a+b-\frac{1}{a})$; ⑤ $\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}xy=x(x-y)$. 其中, 从左到右的变形不是因式分解的有 (填序号).

(2) 多项式 $-25xy^2z-10x^2y^2z^2+60xy^3z$ 的各项的公因式是 , 提公因式后, 它的另一个因式是 .

2. 下列各因式分解错误的是().

(A) $8a^2b-24ab^2=8ab(a-3b)$

(B) $ma+na-mb-nb=a(m+n)-b(m+n)$

(C) $m^2(a-2)+m(2-a)=m(a-2)(m-1)$

(D) $a^m-a^{m+1}=a^m(1-a)$

3. 把下列多项式分解因式

(1) $15xy-20x$

(2) $a^2b-5ab+b$

(3) $a(a-b)+(a-b)^2$

(4) $(3x+y)(3x-y)-(x+2y)(y-3x)$

(5) $5x(a-2b+c)+25x^2(2b-a-c)$

(6) $x(a-x)(a-y)^m-y(x-a)(y-a)^m-(y-a)^m$ (m 为奇数)

4. 计算

(1) $71 \times 2.817 + 68 \times 2.817 - 39 \times 2.817$

(2) 1999 的 20% 减去 999 的 20% 差是多少?



(3) 已知 $a + b = 6$, $ab = -7$, 求 $2a^2b + 2ab^2$ 的值.

(4) $3x^2 + 2x = 5$, 求 $-21x^2 - 14x + 5$ 的值.

5. 公式 $V = IR_1 + IR_2 + IR_3$ 是物理学科中电学的一个重要公式, 其中 R_1, R_2, R_3 表示电阻, I 表示电路中的电流, V 表示总电压, 若已知 $R_1 = 28.7, R_2 = 37.8, R_3 = 43.5, I = 2.5$, 求 V 的值.

6. 已知 a, b, c 为 $\triangle ABC$ 的三边长, 且满足 $(b-a)^2 - (c-b)(a-b) = 0$, 试判断 $\triangle ABC$ 的形状, 并加以证明.

8.2 运用公式法



知识要点

- 运用公式法分解因式, 主要运用哪几个公式? 请你分别写出来, 并各举一例, 简要说明每个公式的结构特点.
- 公式中的字母 a 与 b 可表示什么? 请举例说明.



评析导学

1. 如何选择相应的因式分解公式进行分解因式?

评导 一般来说, 应从多项式的项数、项的次数以及系数是否符合公式的结构特点选择. 对于二项式, 应考虑平方差公式; 对于三项式, 可考虑完全平方公式. 值得注意的是, 若多项式各项有公因式, 应该先提公因式, 再用公式分解.

2. 在因式分解的公式中, a 与 b 只是单独表示一个“数”或“字母”吗?

评导 在公式(1) $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

$$(2) a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$$

中, 字母 a, b 具有广泛的含义, a 与 b 表示一个数或一个字母, 是它们的最简单的形式; 实际上, 它们可以表示任何一个整式(单项式或多项式). 例如, 把 $(m+n)^2 - (p+q)^2$ 分解因式, 其结构特点符合平方差公式, 其中把 $(m+n)$ 看做公式中的 a , 把 $(p+q)$ 看做公



式中的 b , 那么

$$\begin{aligned} & (m+n)^2 - (p+q)^2 \\ &= [(m+n) + (p+q)][(m+n) - (p+q)] \\ &= (m+n+p+q)(m+n-p-q) \end{aligned}$$

在这里 a, b 分别表示多项式.

3. 运用公式法分解因式的关键是什么?

评导 运用公式法分解因式的关键是熟记各个公式的结构特点:

(1) 平方差公式: $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

其左边为两项, 且异号, 每项不看符号都能写成一个数(或式)的平方, 右边是这两个数(或式)的和与它们的差的积.

(2) 完全平方公式: $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$

其左边为三项式, 其中两项可分别分为两数(或式)的平方, 且这两项的符号相同, 第三项是这两数(或式)的乘积的 2 倍.

【例 1】 分解因式

$$(1) 2x^2y - 50y^3 \qquad (2) y^2 + y + \frac{1}{4}$$

$$(3) x^3z - 4x^2yz + 4xy^2z$$

分析 (1)、(3)需提公因式后再运用公式;(2)可直接运用完全平方公式.

解 (1) 原式 $= 2y(x^2 - 25y^2) = 2y(x+5y)(x-5y)$

$$(2) \text{原式} = \left(y + \frac{1}{2}\right)^2$$

另解, 原式 $= \frac{1}{4}(4y^2 + 4y + 1) = \frac{1}{4}(2y+1)^2$

$$\begin{aligned} (3) \text{原式} &= xx(x^2 - 4xy + 4y^2) \\ &= xx(x-2y)^2 \end{aligned}$$

【例 2】 把下列各式分解因式

$$(1) 4(m+2)^2 - 9(n-2)^2$$

$$(2) (m-2n)^2 + 6(m-2n)(m+n) + 9(m+n)^2$$

$$(3) (x^2-2x)^2 + 2(x^2-2x) + 1$$

$$(4) (x^2+4)^2 - 16x^2$$

解 (1) 原式 $= [2(m+2)]^2 - [3(n-2)]^2$
 $= [2(m+2) + 3(n-2)][2(m+2) - 3(n-2)]$
 $= (2m+3n-2)(2m-3n+10)$

(2) 原式 $= [(m-2n) + 3(m+n)]^2$
 $= (m-2n+3m+3n)^2$
 $= (4m+n)^2$

(3) 原式 $= [(x^2-2x) + 1]^2$
 $= [x^2-2x+1]^2$



$$= [(x-1)^2]^2 = (x-1)^4$$

$$(4) \text{ 原式} = [(x^2+4)+4x][(x^2+4)-4x]$$

$$= (x+2)^2(x-2)^2$$

说明 以上各题主要反映了公式中的字母 a 与 b 表示多项式的情形. 应该注意的是在解题过程中不可忽视括号的作用, 以防止出现符号错误.

【例 3】 运用公式法分解因式时, 容易出现各种错误. 以下各题均为错解, 你能从中找出错误并改正吗? 试试看.

- (1) $4a^2 - 9b^2 = (4a + 9b)(4a - 9b)$
- (2) $4x^2 - 8xy + 4y^2 = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 2y + (2y)^2 = (2x - 2y)^2$
- (3) $x^4 - 16 = (x^2)^2 - 4^2 = (x^2 + 4)(x^2 - 4)$
- (4) $\frac{25}{4}a^2 - x^2y^2 = 25a^2 - 4x^2y^2 = (5a + 2xy)(5a - 2xy)$
- (5) $a^{2n} - b^{2n} = (a^2 - b^2)^n$
 $= [(a+b)(a-b)]^n$
 $= (a+b)^n(a-b)^n$

解 (请同学们完成)



同步训练

1. 填空题

- (1) 分解因式 $-x^2 + 4y^2 =$ _____.
- (2) 若 $x^2 + mx + 9$ 是一个完全平方式, 则 m 的值是 _____.
- (3) 分解因式 $-1 + x^4 =$ _____.

2. 选择题

(1) 在多项式 $x^2 + y^2$, $x^2 - y^2$, $-x^2 + y^2$, $-x^2 - y^2$ 中, 可以进行因式分解的有 ().

- (A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个

(2) 如图 8-1 所示, 在一块边长为 a 厘米的正方形板的四个角各剪去一个边长为 b ($b < \frac{a}{2}$) 厘米的正方形, 当 $a = 13.2$, $b = 3.4$ 时, 剩余部分的面积是 ().

- (A) 128 厘米² (B) 139.56 厘米²
- (C) 162.68 厘米² (D) 174.24 厘米²
- (3) 将多项式 $2ab - a^2 - b^2$ 分解因式的结果是 ().
- (A) $a(b-a) + b(a-b)$ (B) $-(a+b)^2$
- (C) $(-a-b)^2$ (D) $-(a-b)^2$
- (4) 多项式 $9x^4 - (y+z)^2$ 的一个因式是 ().

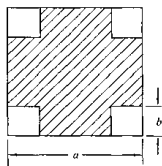


图 8-1



(A) $3x^2 - y - z$

(B) $3x + y + z$

(C) $3x - y - z$

(D) $3x^2 - y + z$

(5) 下列因式分解中, 正确的是().

(A) $-4x^2 - 9y^2 = (-2x + 3y)(-2x - 3y)$

(B) $a^2 - 2a(b - c) + (c - b)^2 = (a + b - c)^2$

(C) $a^2 - (b + c)^2 = (a + b + c)(a - b - c)$

(D) $a^{2m} - 4a^m + 4 = (a^m - 2)^2$

3. 把下列多项式分解因式

(1) $0.81p^2 - 169q^2$

(2) $-16 + x^4$

(3) $4(a + 2b)^2 - 25(a - b)^2$

(4) $-ax^2 + 38ax - 361a$

(5) $x^4 - 2x^2 + 1$

(6) $4(a - b)^2 - 12(b - a)c + 9c^2$

(7) $16(a - b)^4 + 2(b - a)$

(8) $(2a - 1)^2 - 18(2a - 1) + 81$

4. 运用公式计算

(1) $2000^2 - 1999^2$

(2) $429^2 \times 13 - 171^2 \times 13$