天骄之路中学系列

初中课程同步

读想用

DuXiangYong

崔文波　罗惠萍　于虹/主编

中学课程与教材改革研究组　审定

初三数学

知识产权出版社

初中课程同步读想用

（初三数学）

崔文波　罗惠萍　于虹　主编

知识产权出版社

图书在版编目(CIP)数据

初中课程同步读想用．初三数学/崔文波，罗惠萍，于虹编．—北京：知识产权出版社，2001.7

ISBN 7－80011－584－4

Ⅰ．初…　Ⅱ．①崔…②罗…③于…　Ⅲ．数学课－初中－教学参考资料　Ⅳ．G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 043815 号

知识产权出版社出版发行

(北京海淀区蓟门桥西土城路 6 号)

(邮政编码 100088)

各地新华书店经销

北京市通县蓝华印刷厂印刷

850 毫米×1168 毫米　32 开本　10.375 印张　333 千字

2001 年 7 月第 1 版　2001 年 7 月第 1 次印刷

定价：10.80 元

※ 如有印装质量问题，本社负责调换 ※

编写说明

经各家名师的苦心构思和精心编写,各位编辑的层层推敲和点点把关,一套与中学最新现行教材同步配套并紧跟中央关于深化教育改革、全面推进素质教育精神的新型教学辅导丛书与全国广大中学生和教师见面了。

读、想、用(Reading, thinking & using)是当今国际教育领域的最新科研成果,现已受到国内教研名家的高度重视,必然会带来中小学直至大学教学方法的大革命。"读"即让学生变苦读为巧读,融会贯通课本知识;"想"即让学生对所学知识进行规律性的把握和思想能力的培养;"用"即让学生在现行考试制度下具备用综合能力素质应考的本领。教与学是个整体,密不可分的。教学质量的高低不完全取决于教师、教材、教学法。上述三方面只是提高教学质量的外因,而学生的求知欲望、能动性则是内因。有了求知欲望和能动性,还有一个方法问题。现在,很多学生学得十分被动。他们的学习方法简单,落后,并有相当程度的个体性和盲目性。比如说,课前预习是个重要的步骤,它直接影响四十五分钟的教学质量。可是目前由于学生的独立自学能力差,他们把课前预习只理解为教材的通读,至于诸如教材向学生传递了什么重要知识点?教材中的重点难点如何把握?这些重点难点如何才能有效突破?如何才能运用已有的知识点形成独特的解题技巧与思路等等问题,则很少思考。学生既然在课前没有充分思考,上课自然十分被动,必然出现课上被教师牵着鼻子走和"满堂灌"的现象,而学生却失去了宝贵的参与和讨论机会。至于课后复习这一环,很多学生就做得更不好了,他们要么背课本,要么钻题海,要么依老师,要么靠家长,没有目标,漫无边际,缺乏行之有效的总结归纳和精辟灵活的重点检测。《读想用》正是从学的角度出发为学生提供思考、实践的机会,并帮助学生培养良好的学习方法、收集处理信息的能力、获取新知识的能力、分析和解决问题的能力和语言文字表达能力。

推进中学素质教育即是推进中学生"读、想、用"的过程。因此,《读想用》丛书的编写思路与众不同,它博采众长,匠心独运,有的放矢,注重实效,它融入了近几年初、高中教学科研最新成果,体现近年来教学改革和中高考的最新特点,遵循教、学、练、考的整体原则,各科每一分册单元结构均设计成以下几个板块:

①〔**基础要点扫描**〕:对本章节应掌握的基础知识点、考试要求与学习目的进行提炼和延展,并可通过图表、网络的形式进行系统整理。

②〔**重点难点透视**〕:将该章节部分的重点难点突出出来,并进行精辟的分析、引导,同时提供合理的学习方法或建议。

③〔**解题技巧导引**〕:通过对典型例题的精讲,将该题所涉及的知识体系和能力体系加以言简意赅的点明,主要侧重于方法、规律、技巧的把握。

④〔**知能强化训练**〕:通过选编适量的习题,使学生对所学的知识点进行融会贯通并有所巩固和提高。

⑤〔**误点名师批答**〕:将读者在本章学习、应试中容易犯错的题型进行归纳、总结,由名师予以批注,使读者能融会贯通,错误不再重演。

⑥〔**单元知识总结**〕:对每单元的常考知识点及难点进行归纳总结,使读者能巩固学习成果,拓展思维。

⑦〔**单元能力检测**〕:每单元后均附有一些锻炼读者发散思维能力、综合思维能力的单元检测,以增强应试能力。

⑧〔**参考答案提示**〕:对所有训练题给出详细答案,对部分易错、难度大、较新颖的试题均附有解题提示或分析。

另外,语文科目还设有〔**课外阅读赏析**〕、〔**写作专项训练**〕,英语科目还设有〔**参考译文展示**〕等栏目。

这套丛书是由多年工作在教学第一线的全国著名重点中学的特高级教师编写的。他们不但精熟自己所执教的学科内容,善于精析教材中的重点和难点,而且对中考有过深入的研究。

总之,《读想用》丛书是编者多年教学经验的凝炼及“秘而不宣”的教学成果总结,不但能满足广大学生理解课内知识的需要,更能在教材基础上作合理延伸。只要学生同教师配合得好,肯下功夫,上述几种能力的提高势在必得。即使教师也会从中有所收益。因此,读者在使用后将会收到出其不意的效果。

需要说明的是,出版社为照顾到广大学生的实际购买能力,使他们能在相同价位、相同篇幅内能汲取到比其它书籍更多的营养,本书采用了小五号字和紧缩式排版,如有阅读上的不便,请谅解。

虽然我们在成书过程中,本着近乎苛刻的态度,题题推敲,层层把关,力求能够帮助读者更好地把握本书的脉络和精华,但书中也难免有疏忽和纰漏之处。检验本丛书质量的唯一标准是广大师生使用本书的实践,作为教研领域的最新成果,我们期盼它的社会效益,也诚挚地希望广大师生的批评指正。读者对本书如有意见、建议,请来信寄至:(100080)北京大学燕园教育培训中心大厦 1408 室天骄之路丛书编委会收,或点击“天骄之路教育网”(http://www.tjzl.com),在留言板上留言也可发电子邮件。以便我们在再版修订时参考。

本丛书在编写过程中,得到了各参编学校的大力支持,丛书的统稿及审校工作得到了北京大学、清华大学有关专家、教授的协助,在此一并谨致谢忱。

编 者

2001 年 7 月于北京大学燕园

目　录

代数部分

几何部分

注:每节均包含〔基础要点扫描〕、〔重点难点透视〕、〔解题技巧导引〕、〔知能强化训练〕四个板块

注:每节均包含〔基础要点扫描〕、〔重点难点透视〕、〔解题技巧导引〕、〔知能强化训练〕四个板块

代数部分

第十二章　一元二次方程

12.1　一元二次方程

〔基础要点扫描〕

1. **一元二次方程**：只含有一个未知数，并且未知数的最高次数是 2 的整式方程，叫做一元二次方程．

2. **一元二次方程的一般形式为**：$ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$．

ax^2 叫做二次项，a 叫做二次项系数；bx 叫做一次项，b 叫做一次项系数；c 叫做常数项．

〔重点难点透视〕

本节的重点是一元二次方程的有关概念；难点是一元二次方程及其对应系数的确定．学习中应：

1. 了解一元二次方程的概念，即一个方程为一元二次方程，必须同时满足三个条件：①是整式方程；②含有一个未知数；③未知数的最高次数是 2. 三者缺一不可．

2. 在确定一个整式方程是否是一元二次方程及它的对应系数时，一般要化成 $ax^2+bx+c=0$ 的形式．变形时，可以去括号、移项、合并同类项．例如：$x(x+1)=2$ 化为 $x^2+x-2=0$ 是一元二次方程；而 $x^2+2x=x^2-1$ 化为 $2x=-1$ 就不是一元二次方程．

〔解题技巧导引〕

【例 1】 关于 x 的方程 $ax^2+bx+c=0$ 是一元二次方程时，实数 a、b、c 必须

满足的条件是(　　)

(A)$a\neq 0, b\neq 0, c\neq 0$　　(B)$a=1$

(C)$a\neq 0$, b、c 为任意实数　　(D)a、b 中至少有一个不为零

精析　根据一元二次方程的定义，二次项系数 $a\neq 0$, b、c 为任意实数，故应选 C.

【例 2】　下列各方程中，是一元二次方程的是(　　)

(A)$3x^2-2=3(x+1)^2$　　(B)$\frac{5x}{x^2+1}=1$

(C)$\sqrt{2x^2+1}=x^2$　　(D)$\frac{x^2+1}{2}-3x=1$

精析　根据一元二次方程的定义，必须满足"只含一个未知数"，"未知数的最高次数是 2"，"整式方程"这三个条件．是整式方程，应排除 B、C. 而 A 经过整理变形为 $6x=-5$，未知数最高次数为 1，应排除，故应是 D.

【例 3】　把方程$(ax+c)(bx-d)=m(ab\neq 0)$化成一元二次方程的一般形式，并写出它的二次项系数、一次项系数和常数项．

解答　去括号、移项、合并同类项

$abx^2+(bc-ad)x-(cd+m)=0$

$\because ab\neq 0$,　$\therefore$ 二次项系数为：ab

一次项系数为：$bc-ad$,　常数项为：$-(cd+m)$

注　二次项系数、一次项系数、常数项应包括它前面的符号，只有正确地判断，才能用它的有关知识(如一元二次方程根的判别式，根与系数的关系)解决问题．

〔知能强化训练〕

1. 选择：

(1)下列方程是一元二次方程的是(　　)

(A)$x^2+2x-y=3$　　(B)$\frac{3}{x}-\frac{1}{x^2}=\frac{2}{3}$

(C)$(3x^2-1)^2-3=0$　　(D)$\sqrt{5}x^2-8=\sqrt{3}x$

(2)一元二次方程的一般形式是(　　)

(A)$x^2+bx+c=0$　　(B)$ax^2+bx+c=0$

(C)$ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$　　(D)以上答案都不对

(3)下列方程不是整式方程的是(　　)

(A)$\frac{1}{2}x^2-1=\sqrt{3}x$　　(B)$\frac{5}{2+x}=4$

(C)$\frac{1}{\sqrt{3}}x^2-2x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　(D)$0.7x^3-5=0.4x^2$

2. 把下列一元二次方程化为一般式，并指出二次项系数、一次项系数和常数项．

(1)$(x-2)^2-3x=0$　　(2)$3x^2=1$　　(3)$(y+2)(y-2)=y$

(4)$2x^2-5\sqrt{2}x=(2x-1)^2$　　(5)$\frac{x(x-2)}{3}=\frac{3(x-4)}{2}+1$

3. 填空：

方程$(m^2-4)x^2+(m-2)x+3m-1=0$，当 $m=$ ______ 时，为一元一次方程；当 $m=$ ______ 时，为一元二次方程．

〔参考答案提示〕

1.(1)D　(2)C　(3)B

2. (1)展开整理得：$x^2-7x+4=0$，其中 $a=1$，$b=-7$，$c=4$

(2)其中 $a=3$，$b=0$，$c=-1$

(3)展开整理得：$y^2-y-4=0$，其中 $a=1$，$b=-1$，$c=-4$

(4)展开整理得：$2x^2+(5\sqrt{2}-4)x+1=0$，其中 $a=2$，$b=5\sqrt{2}-4$，$c=1$

(5)整理得：$2x^2-13x+30=0$，其中 $a=2$，$b=-13$，$c=30$

3. $m=-2$，$m\neq\pm2$

12.2　一元二次方程的解法

〔基础要点扫描〕

一元二次方程的四种解法：

1. **直接开平方法**：形如最简型 $x^2=a(a\geqslant0)$、$(x+b)^2=c(c\geqslant0)$、$(ax+b)^2=c(a\neq0,c\geqslant0)$的一元二次方程常用此法解．

如：$(x+5)^2=9$，开平方得 $x+5=\pm3$，解为 $x_1=-2$，$x_2=-8$．

2. **配方法**：将一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$配方的一般步骤是：

(1)方程两边同除以二次项系数得 $x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$；

(2)把常数项移到方程右边：$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$；

(3)方程两边同时加上一次项系数一半的平方：

$$x^2+\frac{b}{a}x+(\frac{b}{2a})^2=-\frac{c}{a}+(\frac{b}{2a})^2$$

左边为完全平方式，右边化简，为：$(x+\frac{b}{2a})^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$．

(4)当 $b^2-4ac\geqslant 0$ 时,用直接开平方法求出根:$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$.

3. **公式法**:一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$,当 $b^2-4ac\geqslant 0$ 时,方程的根 $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$,这就是一元二次方程的求根公式.

4. **因式分解法**:对某些一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$,左边若能分解因式变形为:$(a_1x+b_1)(a_2x+b_2)=0$ 的形式,则 $a_1x+b_1=0$ 或 $a_2x+b_2=0$,得 $x_1=-\frac{b_1}{a_1}$,$x_2=-\frac{b_2}{a_2}$.

〔重点难点透视〕

本节知识的重点是一元二次方程的解法,难点是灵活选择适当的方法解一元二次方程.学习中应:

了解四种解法的特点,并掌握四种解法.

直接开平方法、因式分解法是一元二次方程的特殊解法,因而只能解某些特殊形式的方程.

公式法是一般方法,只要确定了二次项系数、一次项系数和常数项,若 $b^2-4ac\geqslant 0$,就可以用公式法求根,但过程比较复杂.

配方法是非常重要的方法,在今后的学习中应用非常广泛,但在解一元二次方程时,使用不多.

只要在四种方法都掌握的基础上,并熟悉各种方法的特点,就能处理好特殊和一般的关系,从而灵活应用.

〔解题技巧导引〕

【例 1】 方程 $x=x(x-3)$的根是(　　)

(A)4　　(B)0　　(C)4 或 0　　(D)无实根

精析 本题可以用检验法解,将 $x=4$ 代入方程 $x=x(x-3)$

左边 $=4$,右边 $=4(4-3)=4$

左边 = 右边,$x=4$ 是原方程的根.

解答 同理可验证 $x=0$ 也是原方程的根,故本题应是 C.

注意 一元二次方程有两个根.

【例 2】 已知 $3+2\sqrt{2}$是关于 x 的方程 $x^2-6x=m$ 的一个根,求 m 的值.

精析 $3+2\sqrt{2}$是方程 $x^2-6x=m$ 的根,代入方程,应适合方程,可得关于 m 的方程,求出 m.

解答 $\because 3+2\sqrt{2}$是方程 $x^2-6x=m$ 的一个根

$\therefore (3+2\sqrt{2})^2-6(3+2\sqrt{2})=m$

即 $m=9+8+12\sqrt{2}-18-12\sqrt{2}=-1$

$\therefore m=-1$

【例 3】 设 a、b 是整数,关于 x 的方程 $x^2+ax+b=0$ 有一个根是$2-\sqrt{3}$,求 $a\cdot b$ 的值.

解答 把 $2-\sqrt{3}$代入 $x^2+ax+b=0$

得$(2-\sqrt{3})^2+a(2-\sqrt{3})+b=0, 4-4\sqrt{3}+3+2a-a\sqrt{3}+b=0$

整理得$(7+2a+b)-(4+a)\sqrt{3}=0$

$\because a$、b 是整数,$\sqrt{3}$是无理数,$\therefore \begin{cases}7+2a+b=0\\4+a=0\end{cases}$

解得$\begin{cases}a=-4\\b=1\end{cases}$, $\therefore a\cdot b=-4$

注 若 $s+r\sqrt{t}=0$, s、r、t 是有理数,$\sqrt{t}$是无理数,则有 $s=r=0$.

【例 4】 用直接开平方法解下列方程.

(1)$\frac{1}{3}x^2=75$　　(2)$32-y^2=0$

(3)$(9x-8.1)^2=3.24$　　(4)$(x+\sqrt{3})^2=27$

(5)$\frac{1}{4}x^2-x+1=0$　　(6)$4(\sqrt{3}x+\sqrt{2})^2-8=0$

(7)$(x+\sqrt{6})(x-\sqrt{6})=30$

解答 (1)原方程可化为 $x^2=225$

$\therefore x=\pm 15, \therefore x_1=15, x_2=-15$

(2)原方程可化为,$y^2=32$

$\therefore y=\pm 4\sqrt{2}, \therefore y_1=4\sqrt{2}, y_2=-4\sqrt{2}$

(3)$\because (9x-8.1)^2=3.24$

$\therefore 9x-8.1=\pm 1.8, \therefore 9x=\pm 1.8+8.1$

$\therefore x_1=\frac{1.8+8.1}{9}=1.1, x_2=\frac{-1.8+8.1}{9}=0.7$

(4)$\because (x+\sqrt{3})^2=27, \therefore x+\sqrt{3}=\pm 3\sqrt{3}$

$\therefore x_1=3\sqrt{3}-\sqrt{3}=2\sqrt{3}, x_2=-3\sqrt{3}-\sqrt{3}=-4\sqrt{3}$

(5)原方程可化为$(\frac{1}{2}x-1)^2=0, \therefore \frac{1}{2}x-1=0$

$x=\frac{1}{\frac{1}{2}}=2, \therefore x_1=x_2=2$

注 一元二次方程的两根若相等,应写成 $x_1=x_2=a$.

(6)原方程可化为$(\sqrt{3}x+\sqrt{2})^2=2$

$\therefore \sqrt{3}x+\sqrt{2}=\pm\sqrt{2},\sqrt{3}x=\pm\sqrt{2}-\sqrt{2}$

$\therefore x_1=\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=0,\quad x_2=\dfrac{-\sqrt{2}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=-\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$

(7)原方程可化为 $x^2-6=30,\quad \therefore x^2=36$

$x=\pm\sqrt{36}=\pm6$

$\therefore x_1=6,x_2=-6$

【例5】 用配方法解下列方程．

(1)$x^2+\dfrac{1}{2}x-1=0$　　　(2)$2x^2+7x-4=0$

(3)$x^2+(\sqrt{3}+1)x+\sqrt{3}=0$

解答:(1)移项得 $x^2+\dfrac{1}{2}x=1$

配方得:

$x^2+\dfrac{1}{2}x+(\dfrac{1}{4})^2=1+(\dfrac{1}{4})^2$

$\therefore (x+\dfrac{1}{4})^2=\dfrac{17}{16},\quad x+\dfrac{1}{4}=\pm\dfrac{\sqrt{17}}{4}$

$\therefore x_1=\dfrac{-1+\sqrt{17}}{4},x_2=-\dfrac{-1-\sqrt{17}}{4}$

(2)移项得 $2x^2+7x=4$，　两边除以2得:$x^2+\dfrac{7}{2}x=2$

配方:两边加一次项系数一半的平方得:

$x^2+\dfrac{7}{2}x+(\dfrac{7}{4})^2=2+(\dfrac{7}{4})^2$

$\therefore (x+\dfrac{7}{4})^2=\dfrac{81}{16},\quad x+\dfrac{7}{4}=\pm\dfrac{9}{4}$

$\therefore x_1=\dfrac{1}{2},x_2=-4$

(3)移项得:$x^2+(\sqrt{3}+1)x=-\sqrt{3}$

配方得:$x^2+(\sqrt{3}+1)x+(\dfrac{\sqrt{3}+1}{2})^2=-\sqrt{3}+(\dfrac{\sqrt{3}+1}{2})^2$

$\therefore (x+\dfrac{\sqrt{3}+1}{2})^2=(\dfrac{\sqrt{3}-1}{2})^2,\quad x+\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}=\pm\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$

$\therefore x_1=-1,x_2=-\sqrt{3}$

注　配方法解方程以开平方为基础,最关键的步骤是:使二次项的系数为1,两边加一次项系数一半的平方．

【例6】 用公式法解下列方程:

(1)$(x+1)(x-1)=2\sqrt{2}x$　(2)$-\dfrac{1}{2}x^2-3x+6=0$

解答 (1)原方程化为：$x^2-2\sqrt{2}x-1=0$

$\because a=1, b=-2\sqrt{2}, c=-1$

$\therefore \Delta=b^2-4ac=(-2\sqrt{2})^2-4\times1\times(-1)=12$

$\because x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$， $\therefore x=\dfrac{-(-2\sqrt{2})\pm\sqrt{12}}{2\times1}$

$\therefore x_1=\sqrt{2}+\sqrt{3}, x_2=\sqrt{2}-\sqrt{3}$

(2)原方程化为：$x^2+6x-12=0$， $\therefore \Delta=6^2-4\times1\times(-12)=84$

$\therefore x=\dfrac{-6\pm\sqrt{84}}{2}$，$\therefore x=-3\pm\sqrt{21}$

$\therefore x_1=-3+\sqrt{21}, x_2=-3-\sqrt{21}$

注 公式法是一种机械算法，要注意方程中 a、b、c 的确定和每一步计算的正确．

【例 7】 用因式分解法解下列方程：

(1)$3x^2-7x+2=0$ (2)$(y-1)^2+2y(y-1)=0$

(3)$14(x-4)^2+9(x-4)-65=0$

解答 (1)把方程左边因式分解得：$(3x-1)(x-2)=0$

$\therefore 3x-1=0$ 或 $x-2=0$， $\therefore x_1=\dfrac{1}{3}, x_2=2$

(2)把方程左边因式分解得：$(y-1)[(y-1)+2y]=0$

$(y-1)(3y-1)=0$

$\therefore y-1=0$ 或 $3y-1=0$， $\therefore y_1=1, y_2=\dfrac{1}{3}$

(3)把方程左边因式分解得：$[2(x-4)+5][7(x-4)-13]=0$

即$(2x-3)(7x-41)=0$， $\therefore 2x-3=0$ 或 $7x-41=0$

$\therefore x_1=\dfrac{3}{2}, x_2=\dfrac{41}{7}$

注 能用因式分解法分解多种形式，如例 7 中(2)、(3)题．

【例 8】 选择适当的方法解下列方程：

(1)$\dfrac{1}{2}(x+3)^2=2$ (2)$12x^2+7x+1=0$

(3)$(x-\sqrt{2})=5x(\sqrt{2}-x)$ (4)$x^2-2\sqrt{5}x-1=0$

解答：(1)用直接开平方法：$\dfrac{1}{2}(x+3)^2=2$

$(x+3)^2=4$， $\therefore x+3=\pm2$

$\therefore x_1=-1, x_2=-5$

(2)用因式分解法：

把方程左边因式分解得：$(4x+1)(3x+1)=0$

$\therefore 4x+1=0$ 或 $3x+1=0$，　$\therefore x_1=-\frac{1}{4},x_2=-\frac{1}{3}$

(3)用因式分解法：

原方程可化为：$(x-\sqrt{2})+5x(x-\sqrt{2})=0$

即 $(x-\sqrt{2})(5x+1)=0$

$\therefore x-\sqrt{2}=0$ 或 $5x+1=0$，　$\therefore x_1=\sqrt{2},x_2=-\frac{1}{5}$

(4)用配方法：

原方程可化为：$x^2-2\sqrt{5}x+5-5-1=0$

即 $(x-\sqrt{5})^2=6$，　$\therefore x-\sqrt{5}=\pm\sqrt{6}$

$\therefore x_1=\sqrt{6}+\sqrt{5},x_2=-\sqrt{6}+\sqrt{5}$

注　此题其他方法都不及配方法简便．

【例9】　解关于 x 的方程：

(1) $mnx^2-(m^4+n^4)x+m^3n^3=0(mn\neq0$ 且 $|m|>|n|)$

(2) $(a-2)x^2+(2a+1)x+(a+3)=0(a\neq2)$

解答　(1) $\because a=mn$，　$b=-(m^4+n^4)$，　$c=m^3n^3$

$$\begin{aligned}\therefore \Delta &= b^2-4ac=[-(m^4+n^4)]^2-4mn\cdot m^3n^3\\ &= m^8+2m^4n^4+n^8-4m^4n^4=(m^4-n^4)^2\end{aligned}$$

$$\therefore x=\frac{m^4+n^4\pm\sqrt{(m^4-n^4)^2}}{2mn}$$

$\because |m|>|n|$，　$\therefore m^4>n^4$

$$\therefore x=\frac{m^4+n^4\pm(m^4-n^4)}{2mn}$$

$$\therefore x_1=\frac{m^3}{n},x_2=\frac{n^3}{m}$$

(2)应用因式分解法得：$[(a-2)x+a+3](x+1)=0$

$\therefore (a-2)x+a+3=0$ 或 $x+1=0$

$$\therefore x_1=-\frac{a+3}{a-2},x_2=-1$$

注　此题如用公式法解，计算量很大，若采用因式分解法则简便易对．

〔知能强化训练〕

1．选择：

(1)方程 $2x^2=1$ 的根是(　　)

(A) $x=\pm\frac{1}{2}$　　(B) $x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$　　(C) $x=\frac{1}{2}$　　(D) $x=\sqrt{2}$

(2)若一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 有一根为 -1，则(　　)

(A) $a+b+c=0$　　　　(B) $a-b+c=0$

(C) $a+b+c=1$　　　　(D) $a-b+c=-1$

(3)若方程 $2x^2-3m-x+m^2+2=0$,有一个根为 0,则 m 为(　　)

(A)1　　(B)2　　(C)1 或 2　　(D)1 或 -2

(4)方程 $(x-5)(x+2)=1$ 的根为(　　)

(A)5　　(B) -2　　(C)5 或 -2　　(D)以上都不对

(5)若方程 $3x^2-4x=1$ 的两根为 x_1、x_2,则 $(x_1+1)(x_2+1)$ 的值为(　　)

(A)2　　(B) -5　　(C)5　　(D)以上都不对

(6)若要使 $2x^2-3x-5$ 的值等于 $4-6x$ 的值,则 x 应为(　　)

(A) $-\frac{3}{2}$ 或 -3　　(B) $\frac{3}{2}$ 或 -3　　(C) $-\frac{3}{2}$ 或 3　　(D) $\frac{3}{2}$ 或 3

2. 用直接开平方法解方程:

(1) $(x+2)^2-3=0$　　　　(2) $0.5x^2-\frac{1}{4}=0$

(3) $(\sqrt{2}x-2)^2=6$　　　　(4) $(x-2)^2=(2x+3)^2$

3. 用配方法解方程:

(1) $x^2-2\sqrt{2}x+1=0$　　　　(2) $3x^2-2x-1=0$

4. 判断下列各方程的解法的对错,如若不对,请改正.

(1)解方程 $2x^2-5x-2=0$

解:这里 $a=2,\quad b=5,\quad c=2$

则: $b^2-4ac=5^2-4\times2\times2=25-16=9$

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{9}}{2\times2}=\frac{-5\pm3}{4}$$

$\therefore x_1=-\frac{1}{2}, x_2=-2$　　　　(　　)

(2)解方程 $\frac{2}{3}x^2+2x=4$

解:整理原方程得: $2x^2+6x-12=0$

这里 $a=2,\quad b=6,\quad c=-12$

$b^2-4ac=6^2-4\times2\times(-12)=36+96=132$

$$x=\frac{-6\pm\sqrt{132}}{2}=\frac{-6\pm2\sqrt{33}}{2}$$

$\therefore x_1=-3+2\sqrt{33}, x_2=-3-2\sqrt{33}$(　　)

(3)解方程 $3y^2+\frac{1}{5}=4y$

解:整理原方程得: $15y^2-20y+1=0$

这里 $a=15,\quad b=-20,\quad c=1$

$b^2-4ac=(-20)^2-4\times15\times1=400-60=340$

$$y=\frac{-20\pm\sqrt{340}}{2\times15}=\frac{-20\pm2\sqrt{85}}{30}$$

$\therefore y_1=\frac{-10+\sqrt{85}}{15}, y_2=\frac{-10-\sqrt{85}}{15}$ (　　)

(4)解方程 $4y^2-(\sqrt{2}+8)y+\sqrt{2}=0$

解:这里 $a=4, b=-(\sqrt{2}+8), c=\sqrt{2}$

$b^2-4ac=[-(\sqrt{2}+8)]^2-4\times4\times\sqrt{2}=66$

$$y=\frac{(\sqrt{2}+8)\pm66}{2\times4}$$

$\therefore y_1=\frac{\sqrt{2}+74}{8}, y_2=\frac{\sqrt{2}-58}{8}$ (　　)

5. 用公式法解方程:

(1) $(x+2)^2-2x=3x^2$

(2) $5(y+6)(y-1)+4y(y-1)=3y(y+6)$

6. 用因式分解法解方程:

(1) $-6x^2-7x-2=0$　　(2) $x(2x+7)=3(2x+7)$

(3) $4(2x+1)^2-4(2x+1)+1=0$

(4) $(x-1)(x+3)-2(x+3)^2+3(x+3)(x-3)=0$

7. 用适当方法解下列方程:

(1) $12x^2-\frac{1}{3}=0$　　(2) $t^2-2\sqrt{2}t+2=0$

(3) $(x+3)(x-3)=7$　　(4) $3y(y-1)=2-2y$

(5) $(x-3)^2-10(x-3)=-16$

(6) $(2x-7)^2-(2x+5)^2=12x^2$

8. 解方程 $x^2-5|x|+4=0$.

9. 已知 $x^2-xy-2y^2=0$,求证 $x=2y$ 或 $x=-y$.

[参考答案提示]

1. (1)B　(2)B　(3)C　(4)D　(5)D　(6)B

2. (1) $-2\pm\sqrt{3}$　(2) $\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$　(3) $\sqrt{2}\pm\sqrt{3}$　(4) $-5, -\frac{1}{3}$

3. (1) $\sqrt{2}\pm1$　(2) $1, -\frac{1}{3}$

4. (1)错在 $b=-5$, $c=-2$,改正略

(2)错在求根公式 $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-6\pm\sqrt{132}}{2\times2}$,以下略