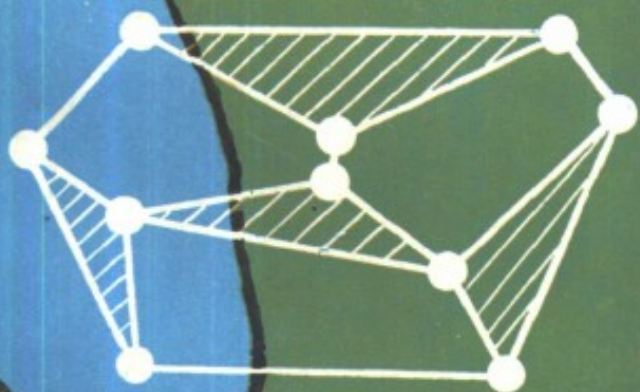


高等机构学

白师贤 等编著

上海科学技术出版社



高等机构学

白师贤等编著

上海科学技术出版社

内 容 提 要

本书系统地阐述了机构学中所研究的一些主要问题,内容包括:机构的结构理论、平面与空间机构的运动分析、平面与空间的运动几何学、连杆曲线、机构的受力分析、平衡和动力响应等。重点介绍平面与空间运动几何学和机构的运动、动力分析方法,部分内容反映了机构学的新发展。

本书共分十二章及二个附录,以适应教学及自学等方面的需要。

本书可供从事机械专业的设计和研究人员参考,也可供高等院校有关教师及研究生在教学中使用。

高 等 机 构 学

白师贤 等编著

上海科学技术出版社出版

(上海瑞金二路450号)

高等书局上海发行所发行 上海新华印刷厂印刷

开本 787×1092 1/16 印张 15 字数 354,000

1988年10月第1版 1988年10月第1次印刷

印数 1—2,000

ISBN 7-5322-0175-3/TH·6

定价: 8.45元

前 言

机构学是随着蒸气机的使用而形成和逐步发展起来的一门学科，已有一百多年的发展历史。在当前世界性新技术革命的形势下，这一学科焕发了青春活力，发展极为迅速。主要体现在以下一些方面：

(1) 由于新技术领域(如机器人、仿生机械等)的发展，促使机构学迅速发展，并使机构学与其它学科溶合而形成了一些新的分支。

(2) 由于机械、仪器不断向高速、高精度、小型化发展，对其动力性能提出了愈来愈高的要求，因而研究机构的动力性能时，需要考虑机构中构件的变形、制造误差、运动副间隙等的影响，促使机构的弹性动力学、振动、噪声和平衡理论，机构的动力分析和综合等方面有了很大的发展。

(3) 由于工业生产不断向机械化和自动化方向发展以及人们在日常生活中机械的应用也日渐广泛，要求提供适当的机构，以实现某些复杂、精巧的运动，因而推动了机构综合方法的发展。

(4) 由于电子计算机和一些新的数学工具的应用，使机构学的分析与设计方法大为改观。当前机构的分析与综合方法其考虑问题的深度、复杂性、全面性和方法的有效性，在六十年代以前是难以想象的。

(5) 由于机构学在生产和科学技术上的重要性，许多国家都很重视这一学科的发展，已经形成了较强的科研力量和一些研究中心。迄今，已建立起世界性的机构学学术机构并创办了学术刊物。在十年动乱之后，我国机构学的研究恢复和发展较快。当前每年有一次全国性的机构学学术会议，交流这一领域的研究成果。此外，近年来我国不少从事机构学研究的同志在国内外发表了不少引人注目的研究成果。

在这样的形势下，机构学每年都有大量的论文、报告、专著发表。从事机械设计、机械制造工作的工程技术人员以及从事教学和科研工作的广大科技工作者，为了能创造性地进行工作，都应该善于利用这些科研成果，使之转化为生产力，或者启迪自己的思维，在生产、教学和科研工作中进一步发展和创新。但是，对于仅掌握大学本科“机械原理”课程中所包含的机构学知识的同志来说，直接去阅读上述这些机构学的文献是较为困难的。这是因为他们还缺少机构学的基本理论基础，本书就是为了满足这一需要而编写的。

本书主要的读者对象是：从事机械设计与制造的设计和研究人员，高等学校从事“机械原理”课程教学的教师，以及机械学、机械制造等有关专业的研究生。本书系统地阐述了机构学的基本理论和主要的分析与综合方法，如机构的结构理论，运动、动力分析与综合方法，平面与空间的运动几何学等，反映了近年来机构学的新发展。通过对本书内容的掌握可为读者进一步学习机构学和进行专题研究时提供必要的理论基础，也为实际的机构分析与设计工作提供有效的方法。

本书承上海交通大学楼鸿棣教授和许有恒副教授审阅，提出了许多宝贵的意见。在本

书的第一、第三、第十章中,介绍并引用了北京航空学院张启先教授的有关研究成果,谨向他们致以衷心的感谢。

本书的第七、第十二章和附录二由陆震编写,其余均由白师贤编写。由于时间和水平的限制,本书必然存在有不少的缺点和错误,衷心期望读者和有关专家的指正。

编 著 者

一九八五年八月于北京工业大学

目 录

| | |
|--------------------------------|----|
| 第一章 机构结构理论 | 1 |
| 1.1 基本概念..... | 1 |
| 1.2 机构自由度分析..... | 3 |
| 1.3 Accyp 机构结构原理与结构分析方法..... | 9 |
| 1.4 平面运动链的结构综合..... | 12 |
| 1.5 空间运动链的结构综合简介..... | 17 |
| 参考文献..... | 20 |
| 第二章 平面机构的运动分析 | 21 |
| 2.1 概述..... | 21 |
| 2.2 运动方程式的建立和求解..... | 21 |
| 2.3 调用基本杆组子程序直接求解..... | 27 |
| 参考文献..... | 29 |
| 第三章 空间机构的运动分析 | 31 |
| 3.1 概述..... | 31 |
| 3.2 用矩阵环方程作机构的位移分析..... | 31 |
| 3.3 用机构的某些几何约束条件作位移分析..... | 41 |
| 3.4 空间机构的速度和加速度分析..... | 46 |
| 3.5 用对偶螺旋矩阵作空间机构的运动分析..... | 50 |
| 参考文献..... | 59 |
| 第四章 连杆曲线 | 60 |
| 4.1 概述..... | 60 |
| 4.2 铰链四杆机构的连杆曲线方程及其性质..... | 61 |
| 4.3 同源机构与对称连杆曲线..... | 65 |
| 4.4 其他四杆机构的连杆曲线..... | 67 |
| 参考文献..... | 70 |
| 第五章 平面有限分离位置运动几何学 | 71 |
| 5.1 概述..... | 71 |
| 5.2 两位置问题..... | 71 |
| 5.3 三位置问题..... | 73 |
| 5.4 四位置问题..... | 78 |
| 5.5 五位置问题..... | 84 |
| 参考文献..... | 86 |
| 第六章 平面无限接近位置运动几何学 | 87 |
| 6.1 概述..... | 87 |
| 6.2 轨迹曲率问题..... | 88 |

| | |
|-----------------------------|------------|
| 6.3 曲率驻点曲线 | 94 |
| 6.4 无限接近位置的 Burmester 点 | 101 |
| 6.5 瞬心线曲率 | 102 |
| 6.6 瞬心线曲率与传动比及其导数的关系 | 105 |
| 参考文献 | 107 |
| 第七章 空间运动几何学 | 109 |
| 7.1 三维空间中刚体的位移与相关元素 | 109 |
| 7.2 位移螺旋和 Chasles 定理 | 109 |
| 7.3 Rodrigues 方程和螺旋位移矩阵 | 110 |
| 7.4 用螺旋量计算运动刚体的位移、角速度和螺旋轴位置 | 114 |
| 7.5 相关点 | 115 |
| 7.6 反射、螺旋轴三角形 | 120 |
| 7.7 对螺旋四边形 | 124 |
| 7.8 螺旋锥面 | 125 |
| 7.9 镜螺旋和镜螺旋三角形 | 127 |
| 参考文献 | 128 |
| 第八章 连杆机构的运动综合 | 129 |
| 8.1 概述 | 129 |
| 8.2 位移方程能化为线性方程的综合方法 | 129 |
| 8.3 用线性叠加法和最小二乘法的综合方法 | 132 |
| 8.4 用位移矩阵作平面机构的综合 | 137 |
| 8.5 用位移矩阵作空间机构的综合 | 143 |
| 参考文献 | 151 |
| 第九章 机械动力学预备知识 | 153 |
| 9.1 概述 | 153 |
| 9.2 刚体构件的动量矩 | 153 |
| 9.3 惯性矩阵与惯性主轴 | 155 |
| 9.4 刚体的动能 | 160 |
| 9.5 刚体的运动方程式 | 161 |
| 参考文献 | 163 |
| 第十章 机构的受力分析 | 164 |
| 10.1 概述 | 164 |
| 10.2 平面机构的受力分析 | 164 |
| 10.3 用螺旋和对偶螺旋矩阵作空间机构的受力分析 | 166 |
| 10.4 用“单个示力副法”作单环空间机构的受力分析 | 176 |
| 参考文献 | 179 |
| 第十一章 机构的平衡 | 180 |
| 11.1 概述 | 180 |
| 11.2 平面机构震动力的完全平衡 | 180 |
| 11.3 平面机构震动力和震动力矩的平衡 | 185 |
| 11.4 空间机构震动力的平衡 | 193 |

| | |
|---------------------------|------------|
| 11.5 机构能量和输入扭矩的平衡..... | 194 |
| 参考文献..... | 198 |
| 第十二章 机构的动力响应 | 199 |
| 12.1 机构动力响应分析..... | 199 |
| 12.2 非保守力作用机构的动力响应分析..... | 211 |
| 12.3 多自由度平面机构动力响应分析..... | 215 |
| 参考文献..... | 221 |
| 附录一 几何学补充知识..... | 222 |
| 附录二 代数曲线与代数曲面..... | 224 |

第一章 机构结构理论

1.1 基本概念

机构是由构件组成的系统,用来传递或转换机械运动。所谓构件,一般可认为是刚体,它对参考系作受约束的相对运动。构件也可以是弹性体、挠性体和其它变形体。

两构件间能限制相对运动的联接部份称为运动副。在组成运动副的构件上,对另一构件相对运动产生约束作用的几何形体称为运动副的元素。运动副常用其元素的几何形状命名,如球副、圆柱副、平面副、螺旋副等。

在三维空间运动的刚体,如果不受约束,可沿参考系的三个轴线自由移动和绕这三个轴线自由转动(图1.1),即有六个独立的基本运动。或者说确定刚体位置需六个独立参数。当刚体运动未受约束时,六个参数可取任意值,即自由运动的刚性构件有六个自由度。当两个构件组成运动副时,相互间只能作约束运动,其相对运动的自由度数 f 必小于6。运动副又可按其自由度数 $f=1, \dots, 5$ 而分别称为 I, \dots , V 类副。表 1.1 列出了常用运动副的名称、简图、自由度数以及代表符号等。

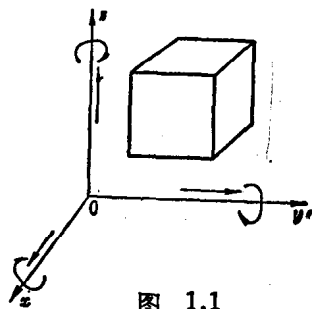


图 1.1

组成运动副的两构件上其运动付元素的几何形状重合的称为低副。运动副元素几何形状不重合时称为高副。由表 1.1 可看出, 低副的自由度数 f 只能为 1、2 或 3。

用运动副相连系的构件系统称为运动链。若每构件至少有两运动副的元素,则称为闭式运动链,否则为开式运动链。图 1.2 所示为一闭式运动链。将一闭式运动链的某一构件固定,就可以产生运动的转换,因而得到一机构。如将图 1.2 的平面运动链的件 2 固定,则得到图 1.3(a) 所示的机构,一般可用于使杆 3、与 1 的转角之间符合一定的函数关系。如以件 1 为固定件,则得到图 1.3(b) 所示的机构,一般常用于使 p 点描绘一定轨迹。因而机构可定义为 包含一固定件的闭式运动链,其各构件之间作受有约束的相对运动。

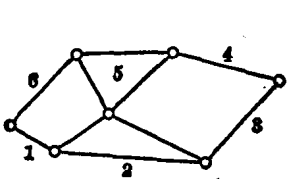
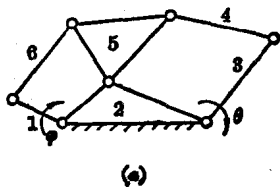
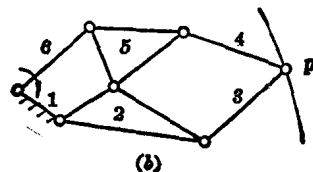


图 1.2



(a)



(b)

图 1.3

表 1.1 连动副及其分类

| 序号 | 自由度数 f | 简 图 | 名 称 | 代表符号 |
|----|----------|-----|--------|------|
| 1 | | | 转动副 | R |
| 2 | 1 | | 移动副 | P |
| 3 | | | 螺旋副 | H |
| 4 | | | 圆柱副 | C |
| 5 | 2 | | 球销副 | S' |
| 6 | | | 环副 | T |
| 7 | | | 球副 | S |
| 8 | 3 | | 平面副 | E |
| 9 | | | 球销-圆柱副 | |
| 10 | | | 球-圆柱副 | |
| 11 | | | 圆柱-平面副 | |
| 12 | 5 | | 球-平面副 | |

题：一是机构的自由度如何确定；二是机构的结构分类系统及其结构分析方法。这两个问题是对各种机构进行分析研究和综合的基础。至于必须涉及机构系统具体尺寸的一些机构结构理论问题，将在第三章中作简略介绍。

1.2 机构自由度分析

1. 单环机构的自由度分析

机构是一有固定件的闭式运动链。如果组成机构的每一构件上运动副的元素数都是2，则机构的各构件将组成一简单封闭形，简称为单环机构。现在分析在这种最基本情况下机构的自由度与其结构的关系。

机构的自由度是确定其位置的独立参数的数目。为了分析清楚所提出的问题，先假定将固定件断开，使闭式链变为开式链(图1.4(b))，这时，各个运动副中的相对位移变量 f_i 将全是独立变量。以图1.4(b)所示开链为例，其独立位移变量数 $\sum f_i$ 应为4。即开式链的自由度数 F_0 应为：

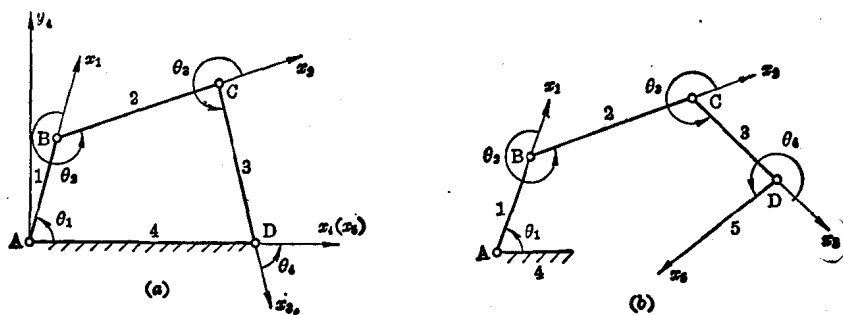


图 1.4

$$F_0 = \sum_{i=1}^p f_i, \quad (1.1)$$

式中 p 代表运动副数。

将开式链变为相应的闭式链(图1.4(a))时，则将带来保持封闭形存在的封闭约束条件或环约束条件。仍以图1.4的简单四杆机构为例，这时各相对位移变量 $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ 将受到 $\sum \theta_i = 4\pi$ 和将机构的四边形投影到 x_4, y_4 轴上的两个投影方程的约束。4个位移变量间存在3个约束方程，故自由度为1。

对于各种空间机构，可完全按照上面的思路分析。假定将闭链改为开链，其自由度数为 $\sum_{i=1}^p f_i$ ，而使该链封闭时必需满足的约束条件数(独立约束方程数)为 λ ，则其自由度 F 可由下式决定：

$$F = \sum_{i=1}^p f_i - \lambda. \quad (1.2)$$

以图1.5所示R3C机构(R代表转动副，C代表圆柱副)为例。其 $\sum f$ 数为7，而一般空间运动链保持封闭时共有6个约束条件(对于转角有3个约束条件，对线位移和转角有3个约束条件)，因此其自由度数为 $7 - 6 = 1$ 。各约束条件则在第三章中作具体推证(式3.16)

~3.27)。

由于一般空间机构的封闭条件数是6，因此，自由度数为1的单环机构若由 $f=1$ 的运动副组成时，其运动副数 $p=7$ 。又因单环机构构件数 $n=p$ ，故 $n=p=7$ 。可见轴线位置任意的7R或7H机构是最一般的单环机构。由于 $f>1$ 的低副可以用 f 个1自由度的运动副替代(图1.6)，因此，一般的空间机构都可以化为相当的7杆机构。

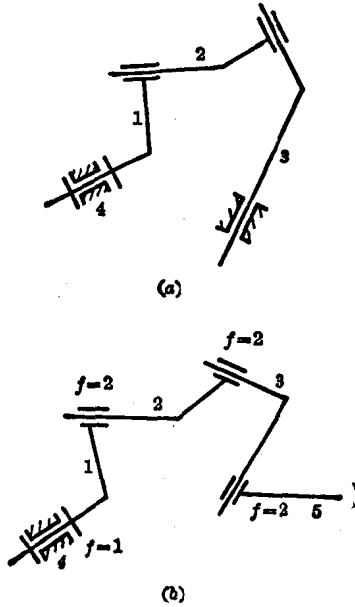


图 1.5

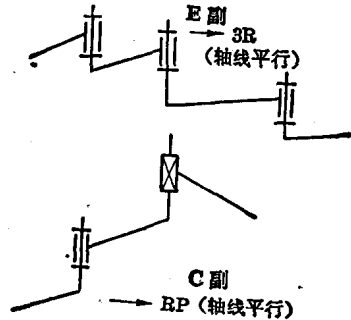
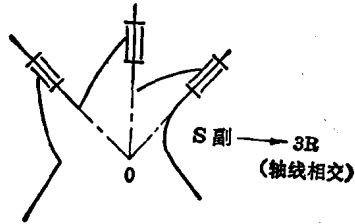


图 1.6

式(1.2)是确定单环机构自由度数的一般公式。当运动副的类型和几何位置无特殊限制时， λ 可以取6。在特殊情况下 λ 的值为 $2 \leq \lambda \leq 5$ 。

图1.7所示Sarrus机构，其各运动副的轴线 z_1, z_2, z_3 平行于一个方向， z_4, z_5, z_6 平行于另一方向。由于轴线的特殊配置，使纯转角的约束条件只有两个，如可写为

$$\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = \theta_4 + \theta_5 + \theta_6 = K,$$

按图中角度取法，则此处常数 K 为 π 。另外将机构的封闭多边形投影到三个坐标轴，可得三个约束方程，因此约束方程数 $\lambda=5$ ，即Sarrus机构的自由度数为 $F=6-5=1$ 。

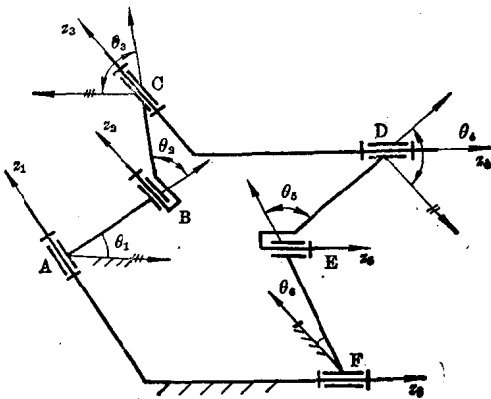


图 1.7

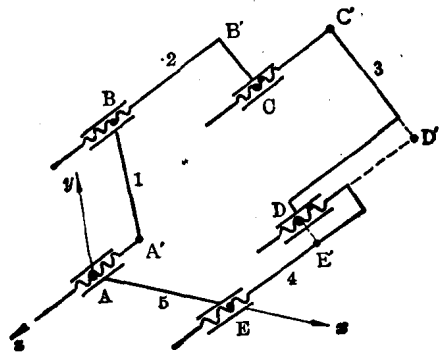


图 1.8

轴线平行的 5H 机构 (图 1.8) 是 $\lambda=4$ 的一例。将机构的封闭形向坐标系的三个坐标轴投影得三个约束方程。另外, 如取各螺旋副的相对转角 $\theta_i (i=1, 2, \dots, 5)$ 为位移变量, 则还可写出一个 $\sum \theta_i = K$ 的纯转动的约束方程。因此, 其自由度为 $F=5-4=1$ 。

$\lambda=3$ 的机构, 除上述的平面机构以及球面机构 (由只包含轴线相交于一点的转动副组成) 外, 空间移动方向任意配置的 4P 机构可作为一例 (图 1.9)。此时, 因纯转角间的约束方程不存在, 因而只有 3 个线位移变量之间的约束方程, 故其自由度 $F=4-3=1$ 。同理, 若为空间 7P 机构, 则其自由度 $F=7-3=4$, 而与 7R, 7H 机构大不相同。

常见的 $\lambda=2$ 的机构如图 1.10 所示的 3P 机构, 其各移动副的移动方向平行于同一平面, 因而其 3 个线位移变量间只有 2 个约束方程 (位移封闭形向平面中 2 座标轴投影), 机构的自由度 $F=3-2=1$ 。对于图 1.11 所示运动副轴线重合的 3H 机构, 其封闭约束方程为沿轴线移动变量间关系式和另一纯相对转角间关系式, 其自由度 $F=3-2=1$ 。

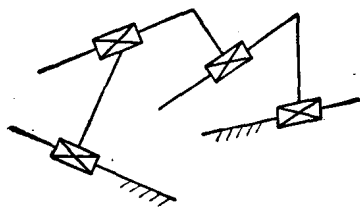


图 1.9

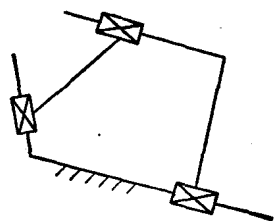


图 1.10

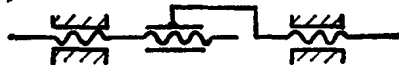


图 1.11

2. 公共约束的确定

在用公式 (1.2) 确定机构的自由度时, 关键在于判断独立的约束条件数 λ 。采用写出封闭性方程并判断其相关性 (如矩阵求秩 [10]) 的方法较为烦琐。用上节直观断定约束方程数的方法只能解决较为明显的问题。现在介绍从另一角度考虑问题的直观判断方法 [1]。

由上节列举的各种机构中可以看出, 当约束数 $\lambda < 6$ 时, 机构的各构件都失去了某些共同的基本运动。如 4P 机构的各构件都失去了绕 3 个坐标轴的转动, 而轴线平行的 5H 机构的各构件都失去了绕 x, y 轴的转动 (图 1.8)。这些各构件失去的共同的基本运动数叫作公共约束数 m 。显然 $m=0, 1, 2, 3, 4$ 。可根据 m 的不同而将机构分为不同的族, 如 0 族, 1 族, ……等。

各族不同的机构, 可以认为其各构件在未用运动副相连系前, 每构件只有

$$\lambda = 6 - m \quad (1.3)$$

个自由度。因此, 在上述的将开式链变为闭式链的过程中, 实际上是固定开链的末杆而使其失去了 λ 个自由度 (原闭链的任一杆都可作为末杆)。这是式 (1.2) 中 λ 的另一重要意义。正确地确定机构的自由度则首先在于正确判断将其变为开链后末杆的自由度数 λ 。现简单介绍文献 [1] 中所提出的直观判别法。

如图 1.12 所示, 设 $0-1-2 \dots (i-1)-i-(i+1) \dots n$ 为由一闭式链断开机架后所得的开式链, 0 为机架, n 为末杆。由理论力学知, 刚体构件的任何空间运动都可认为是由构件上任选基点的移动和绕该点某轴的转动所合成。现在在 i 上任取一既容许相对移动又容许相对转动的运动副, 并设组成运动副的构件 i 相对于 $i-1$ 的移动速度向量为 $v_{i,i-1}$, 转动

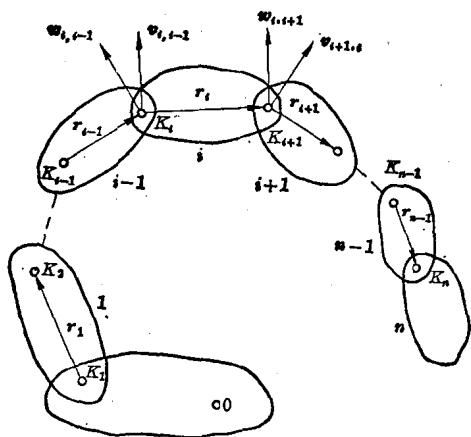


图 1.12

速度向量为 $\omega_{i,i-1}$, 于是末杆 n 以其上的 K_n 点(相对于构件 $n-1$ 的运动关系明确的某点)为基点的速度 v 和角速度 ω 可写为

$$\begin{aligned}\omega &= \omega_{1,0} + \omega_{2,1} + \cdots + \omega_{n-1,n-2} \\ &\quad + \omega_{n,n-1} \\ &= \sum_{i=1}^n \omega_{i,i-1}\end{aligned}\quad (1.4)$$

$$\begin{aligned}v &= (v_{1,0} + \omega_{1,0} \times r_1) + (v_{2,1} + \omega_{2,1} \\ &\quad \times r_2) + \cdots + (v_{n-1,n-2} \\ &\quad + \omega_{n-1,n-2} \times r_{n-1}) + v_{n,n-1} \\ &= \sum_{i=1}^{n-1} (v_{i,i-1} + \omega_{i,i-1} \times r_i) + v_{n,n-1} \\ &= \sum_{i=1}^n v_{i,i-1} + \sum_{i=1}^{n-1} \omega_{i,i-1} \times r_i.\end{aligned}\quad (1.5)$$

由式(1.4)可以看出, 末杆 n 的转动自由度 λ_r 仅与运动链中构件间的相对转动矢量 $\omega_{i,i-1}$ 有关。由于 $\omega_{i,i-1}$ 的方向决定于运动副的轴线方向, 因此, 由各运动副的轴线方向配置可以确定 λ_r 。

由式(1.5)可以看出, 末杆的移动自由度 λ_s 既与容许相对移动运动付中相对移动矢量 $v_{i,i-1}$ 有关, 又与有相对转动运动副中由相对转动衍生的移动矢量 $\omega_{i,i-1} \times r_i$ 有关。设由前者有自由度 λ_{ss} , 由后者有自由度 λ_{sr} , 则 $\lambda_s = \lambda_{ss} + \lambda_{sr}$ 。而末杆自由度

$$\lambda = \lambda_r + \lambda_s = \lambda_r + \lambda_{ss} + \lambda_{sr}.\quad (1.6)$$

λ_r 和 λ_{ss} 可以分别就所有运动副中容许相对转动和相对移动的轴线方向直接考查判断。如各转动或移动轴线都平行于一个方向, 则由于矢量共线而使 $\lambda_r = 1$ 或 $\lambda_{ss} = 1$ 。如分别平行于两个不同的方向, 则由于矢量共面, $\lambda_r = 2$ 或 $\lambda_{ss} = 2$ 。如果还有不与前两个方向线共面的第三个方向, 则由于合成矢量为空间任意方向, $\lambda_r = 3$ 或 $\lambda_{ss} = 3$ 。

在分析末杆的移动自由度时, 如果 $\lambda_{ss} < 3$, 则应由相对转动衍生的移动向量 $\sum_{i=1}^{n-1} \omega_{i,i-1} \times r_i$ 的方向进行补充分析, 以判断有无由转动衍生的移动自由度 λ_{sr} 及其个数。这个问题情况较为复杂, 其中最常用到的判断方法是: 当构件绕两个平行轴线转动时, 由这两个转动可衍生一个移动自由度(移动方向垂直于转动轴线), 当构件绕三个或三个以上的平行轴转动时, 则衍生两个移动自由度(在垂直于转动付轴线的平面中)。现举例说明判断方法。

图 1.4(b) 所示开链, 由于各转动副轴线平行, $\lambda_r = 1$ 。又因转动副 A、B、C 中相对转动而使末杆上 D 点速度为任意平面矢量, 因而 $\lambda_s = \lambda_{sr} = 2$ 。因此, $\lambda = 1 + 2 = 3$ 。

将图 1.8 的 5H 机构的机架断开而得到开式链, 由于各副转动自由度轴线平行而 $\lambda_r = 1$, λ_{ss} 亦沿同一轴线方向, 又由各副中转动衍生的移动为垂直于转动轴线的平面的任意向量而得知 $\lambda_{sr} = 2$, 因而 $\lambda = \lambda_r + \lambda_{ss} + \lambda_{sr} = 1 + 1 + 2 = 4$ 。

图 1.9 所示的 4P 机构, $\lambda_r = 0$, 因而 $\lambda = \lambda_{ss} = 3$ 。

图 1.7 所示的 Sarrus 机构, 其 $\lambda_r = 2$, 又因由转动副 A、B、C 衍生的速度为与 A、B、C 副轴线垂直的任意矢量, 而由转动副 D、E、F 衍生的速度为与这些副轴线垂直的任意矢量。由于这两种衍生的速度矢量不是共面矢量, 因而 $\lambda_{sr} = 3$, 故 $\lambda = 2 + 3 = 5$ 。

3. 多环机构的自由度分析

单环机构的结构特点是其构件数 n 与运动副数 p 相等。多环机构可认为是在单环机构基础上叠加 $p - n = 1$ 的运动链组成。每迭加一个这样的链即构成一个新的独立环(图 1.13, 其中圆圈为运动副的一般代表符号)。因此多环机构的环数 L 与其构件数 n 及运动副数 p 间有以下关系

$$L = p - n + 1. \quad (1.7)$$

由于各个环的结构不同,其公共约束 m 或封闭约束条件 λ 可以各不相同,因而多环机构自由度数的计算公式为

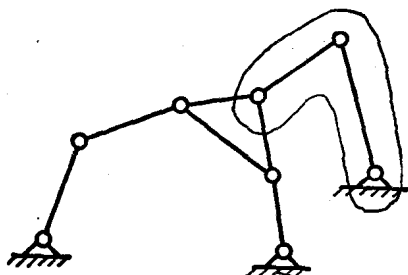


图 1.13

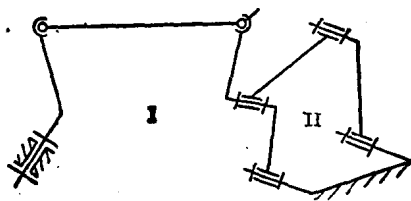


图 1.14

$$F = \sum_{i=1}^p f_i - \sum_{i=1}^L \lambda_i. \quad (1.8)$$

例如,图 1.14 所示的 RSS'R-4R 机构(环 II 的四个转动副轴线平行),其环 I 与 II 的 λ 值分别为 6 与 3, 因而其自由度数为

$$F = \sum_{i=1}^p f_i - \sum_{i=1}^L \lambda_i = 10 - (6 + 3) = 1.$$

又如图 1.15 所示机构,其各运动副的自由度数 f_i 分别示于图中,其中未标明自由度者为 $f=1$ 的转动副 R, $f=3$ 者为球副 S, $f=2$ 者为球销副 S 或圆柱副 C。其环 I、III、IV 的 λ 值为 3, 环 II、V 的 λ 值为 6, 因而机构的自由度数为:

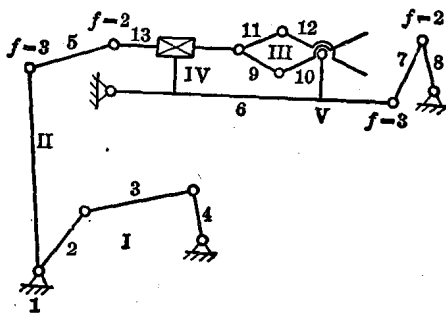


图 1.15

$$F = \sum_{i=1}^p f_i - \sum_{i=1}^L \lambda_i = (13 \times 1 + 2 \times 2 + 2 \times 3) - (3 \times 3 + 2 \times 6) = 2.$$

4. 计算自由度数时需要注意的几个问题

(1) 消极自由度 f_p

由于机构在结构上存在某些特殊的几何条件,因而使其运动副的自由度数减少,这些失去的自由度数称为消极自由度数。

以图 1.16 所示 RSS'R 机构为例,由于机构的轴线 I、IV 存在交于一点 O 的特殊几何条件,构件 2 只能作绕 O 的定点转动,因而运动副 S 和 S' 只相当于轴线为 OB 和 OC 的 R 副,即成为球面机构。因而 B 点的 S 副中有 2 消极自由度, O 点的 S' 副中有 1 消极自由度,在计算机构的自由度时应将消极自由度数从运动副的自由度数中减去。

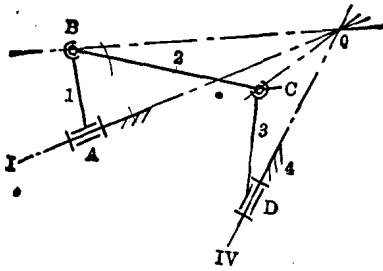


图 1.16

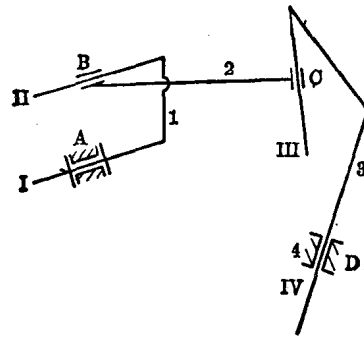


图 1.17

在图 1.17 所示的 RCOO 机构中，轴线 I 与 II 符合特殊的几何条件而保持平行。这一条件将使构件 2、3 不可能绕轴线 III、IV 转动。因而在 C、D 处的两圆柱副中只有移动自由度，即存在 2 个消极自由度(参看第 39 页的 RCPP 机构)。

根据以上两机构的自由度计算，对于图 1.16 的 RSS'R 机构：

$$F = \sum_{i=1}^p f_i - \lambda - f_p = 7 - 3 - 3 = 1。$$

对于图 1.17 所示的 RCOO 机构，由于各构件都失去了两个垂直轴 I 的基本转动，因而 $m=2$ ， $\lambda=4$ ，故其自由度数为：

$$F = \sum_{i=1}^p f_i - \lambda - f_p = 7 - 4 - 2 = 1。$$

(2) 局部自由度 F_l ；

局部自由度是几何约束所容许的不影响输入输出运动传递的自由度，因此，在确定机构整体的自由度时应将局部自由度数减去。

局部自由度一般出现在同一构件上两个运动付的转动自由度共线(图 1.18)，或两运动付的移动自由度方向平行(图 1.19)时。

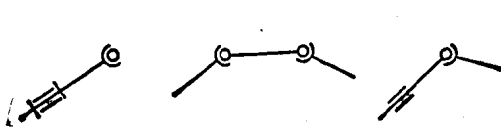


图 1.18

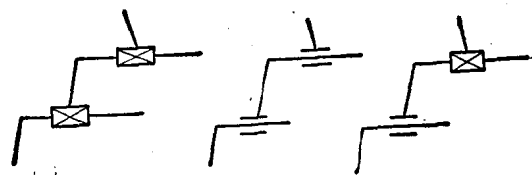


图 1.19

(3) 重复约束 λ_0

在多环机构中，某一环的封闭约束条件和其它环的条件重合，则重合的约束条件成为重复约束 λ_0 。在计算多环机构的自由度 F 时应检查有无重复约束存在，并从封闭约束数中减去。以图 1.20 所示双平行四边形机构为例，其中环 I 和 II 对各构件转角之间的封闭约束条件完全相同，因而存在一重复约束 λ_0 ，在计算机构的自由度数时：

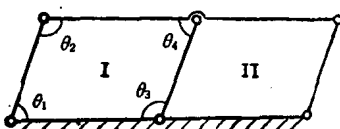


图 1.20

重复约束 λ_0 。在计算多环机构的自由度 F 时应检查有无重复约束存在，并从封闭约束数中减去。以图 1.20 所示双平行四边形机构为例，其中环 I 和 II 对各构件转角之间的封闭约束条件完全相同，因而存在一重复约束 λ_0 ，在计算机构的自由度数时：

$$F = \sum_{i=1}^p f_i - \sum_{i=1}^L \lambda_i + \lambda_0 = 6 - 2 \times 3 + 1 = 1.$$

考虑了以上各项后, 计算多环机构自由度数 F 所用的公式为:

$$F = \sum_{i=1}^p f_i - \sum_{i=1}^L \lambda_i - f_p - F_i + \lambda_0. \quad (1.9)$$

1.3 Accyp 机构结构原理与结构分析方法

在 1.2, 2 中已经指出, 机构由于具有不同的结构特征而有不同的公共约束数 m , 可以根据 m 的不同而将机构分族。例如公共约束数为 3 的一般平面机构、球面机构、空间 4P 机构等都属于 3 族机构。

属于同一族中的机构, 甚至同一族中的同一类机构(如 3 族平面机构)仍然形式繁多。这些形式繁多的机构在组成时遵循着相同的规律。掌握这些规律便于对这些机构进行分析。许多学者从不同的角度提出了机构组成的规律。这里只介绍以 Л. В. Accyp 在 1913 年所提出的理论为基础的平面机构结构原理, 机构中的高付都已化为相应的低付。

1. Accyp 机构结构原理

机构的原动件(输入构件)和机架的结构往往是很简单的, 它们构成原动件组, 当机构的自由度为一时, 原动件组多采取图 1.21 所示的形式。对于多自由度的机构, 原动件组多采取这一形式的组合, 如图 1.22 所示为两个自由度机构的原动件组。原动件组的自由度数和机构的自由度数相等。

机构可以看作是在原动件组上加上从动部份组成。因而可以看出从动部分的自由度数为 0。从动部份有时又可以分解为若干个自由度为 0 的基本运动链, 这些基本运动链称为 Accyp 组或简称为杆组。即可以把机构自由度数的公式写成

$$F = F + 0 + 0 + \dots + 0. \quad (1.10)$$

上式右侧的 F 为原动件组的自由度, 后面的 0 代表各杆组的自由度。以图 1.23 所示的机构为例, 当件 1, 8 组成原动件组时, 构件 2 与 3, 4 与 5, 6 与 7 各为基本杆组, 其自由度分别为 0。

Accyp 的机构结构原理即: 一个自由度数为 F 的机构是将若干个自由度数为 0 的杆组依次迭加到一个自由度数为 F 的原动件组上组成的。

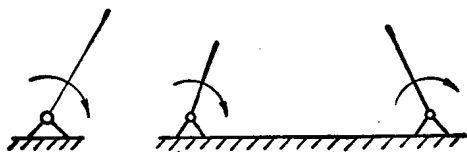


图 1.21

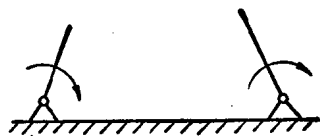


图 1.22

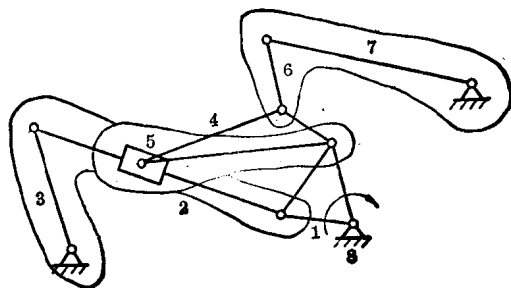


图 1.23