大学物理实验（上册）
哈尔滨

大学物理

实验（上册）

金恩培　钱守仁　赵海发　编

哈尔滨工业大学出版社

大学物理实验

上 册

金恩培 钱守仁 赵海发 编

哈尔滨工业大学出版社

内容简介

本书是根据高等工业院校物理实验课程教学的基本要求，结合哈尔滨工业大学多年来教学实践的经验编写而成。全书分上、下两册。上册共分二章，介绍了实验误差及数据处理的基本知识，选择了包括力学、热学、电磁学和光学的共20个基本实验。

本书可作为高等工科院校各专业的物理实验教材，也可供夜大、职大及函授学生选用。

大学物理实验（上册）
Daxue Wuli Shiyan
金恩培　钱守仁　赵海发　编
*
哈尔滨工业大学出版社出版发行
黑龙江省教育委员会印刷厂印刷
*
开本 787×1092　1/16　印张　10.375　字数 240 千字
1998 年 8 月第 2 版　1998 年 8 月第 2 次印刷
印数 4 001—10 000
ISBN 7-5603-0964-X/O・69　（上下册）定价 24.00 元
如发现印、装质量问题，请与本厂质量科联系调换。
地址：哈尔滨市南岗区和兴路 147 号　邮编：150080

前　　言

本书是根据“高等工业学校物理实验课程教学基本要求”，以及“重点高等学校工科物理实验课程教学改革指南”，在哈尔滨工业大学历年来所用的物理实验教材的基础上，考虑到物理实验教学近年来的发展，经过精炼和筛选编写的一本供高等工业院校学生使用的大学物理实验教材。

为了适应不同专业及不同层次的学生对物理实验课程不同的需要，将第一章实验误差及数据处理及包括20个力学、热学、电磁学及光学基本实验的第二章汇编成上册。将第三章综合与近代物理实验和第四章设计性实验汇编为下册。

每次实验的内容一般按三学时安排。编者无论在整体安排上还是在某个实验的编写中，尽量注意了由浅入深、循序渐进的原则。在许多实验中还加入了选做内容，使教师和学生在教和学的过程中都能有较大的选择余地。

参加本书上册编写工作的有：金恩培（第一章及实验八、实验十三、实验十九），钱守仁（第二章：电磁学实验预备知识及实验九、实验十二、实验十四、实验十八），赵海发（实验三、实验六、实验七），马晶（第二章：光学实验预备知识及实验十五、实验十六、实验十七、实验二十），叶奕锽（实验一、实验二、实验四、实验五），邹立勋（实验十、实验十一），由金恩培统稿。耿完桢教授审阅了上册的全部书稿。

一本实验教材的形成，凝聚着全体任课教师和实验技术人员长期共同努力的心血。由于我们的水平有限，书中还有缺点和不足，恳请读者批评指正。

编　者

1998年4月

绪　论

物理学是一门实验科学。它对物质世界各种运动形式的基本规律的研究，无一不以实验作为基础，并最终受到实验的检验。物理学的研究对象又是物质世界中最普遍、最基本的运动形式。因此，作为一门系统地进行实验技术基本训练的实验课——物理实验，有着丰富而广泛的内容，并将在培养学生的科学实验能力的全过程中，起着重要的基础作用。

具体地说，物理实验课的教学目的和任务是：

1．培养学生严肃认真的工作作风，实事求是的科学态度，不怕困难、勇于探索的开拓精神和团结合作、共同进取的良好品德。

2．在一定的物理学知识和中学物理实验的基础上，对学生进行科学实验方法和实验技能的基本训练。

要求学生了解或掌握研究各种不同自然现象的基本实验方法和物理思想。

要求学生了解并掌握一些常用物理量的测量方法。熟悉或掌握常用实验仪器的基本原理、性能和使用方法。

要求学生学会正确记录、处理实验数据，分析判断实验结果，并写出比较完整的实验报告。

3．初步培养学生独立进行科学实验研究的能力。

培养学生全面、细致和深入地观察实验现象及定性或定量分析、判断实验误差和实验结果的能力。

培养学生动手操作、调节仪器、精确测量的独立工作能力。

培养学生具备初步设计和拟定方案，以研究简单物理现象的实验能力。

综上所述，物理实验是一门重要的基础课程。我们希望学生在学习这门课程时，必须提高对实验技术训练重要性的认识，自觉地、有意识地加强科学实验能力的培养，使自己成为一名既有深广的理论基础，又有一定从事现代科学实验能力的富有开拓和创新精神的新型工程技术和科学研究人才。

目　　录

第一章　实验误差与数据处理

第一节　测量与误差

在人类的生产、生活及科学研究等实践活动中，经常要对各种量进行测量以获得客观事物的定量信息。所谓测量，就是将待测量直接或间接地与另一个同类的已知量相比较，把后者作为计量的单位，从而确定被测量是该单位的多少倍的过程。

测量可分为直接测量与间接测量两种。凡使用测量仪器能直接测得结果的测量，如用米尺测量物体的长度、用秒表测量一段时间等都是直接测量。另外还有很多量，它们不是用仪器直接测得，而是需要先直接测量另外一些相关的量，然后通过这些量间数学关系的运算才能得到结果。如测量某物体的运动速率，就是直接测量路程及通过这段路程所用的时间，然后计算得到的。这种测量叫间接测量。显然，直接测量是间接测量的基础。

一般来说，测量过程都是通过某人在一定的环境条件下，使用一定的测量仪器进行的。由于仪器的结构不可能完美无缺，测试人的操作、调整及读数也不可能完全准确，环境条件的变化，如温度的波动、机械振动、电磁辐射的随机变化等也将不可避免地会造成各种干扰，因此，任何测量都不能做到绝对准确。

我们把被测量在一定客观条件下的真实大小，称为该量的“真值”，记为 A_0，而把某次对它测量得到的值记为 A，那么，A 与 A_0 之差就称为“测量误差”。

将

$$\Delta A = A - A_0 \qquad (\text{I}-1)$$

称为测量的“绝对误差”，

将

$$E = \frac{\Delta A}{A_0} \times 100\% \qquad (\text{I}-2)$$

称为测量的“相对误差”。显然，绝对误差与相对误差的大小反映了测量结果的精确程度。

既然测量的结果不可避免地存在着误差，那么，我们就必需懂得，在科学实验中应如何根据对测量准确程度的需要，正确选择合适的测量方法和测量仪器，在测量过程中如何尽量减少误差，以及如何对测量结果的准确程度做出科学的评价并正确地表达出来。所有这一切，都要求每个科学工作者必须掌握有关测量误差的一些基本知识。

第二节　误差的分类

按照误差产生的原因和基本性质，可将其分为下列几类。

1. 系统误差

在相同条件下多次测量同一量时，测量结果出现固定的偏差，即误差的大小和符号始

终保持恒定，或者按某种确定的规律变化，这种误差就称为“系统误差”。系统误差按产生原因的不同可分为：

（1）仪器误差　由于测量所用的工具、仪器本身的缺陷造成的误差。如仪器零点未对准、天平砝码有缺损而又未经校准等。

（2）方法误差　由于实验所依据的原理不够完善，或者测量所依据的理论公式带有近似性，或者实验条件达不到理论公式规定的要求所造成的误差。例如，单摆的周期计算公式 $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ 成立的条件是摆角趋于零，而在实验测定周期时又必然有一定的摆角，再加上公式中没有考虑空气浮力、摆线质量影响等因素，这就决定了测量结果必然存有误差。

（3）个人误差　由于测试者感觉器官的不完善或者个人不正确的习惯所造成的误差。如有的人按秒表总提前、有的人总滞后。这种误差往往因人而异并与测量者当时的心理状态有关。

（4）环境条件误差　由于外界环境因素发生变化，或者测量仪器规定的适用条件没有满足所造成的误差。例如，规定应该水平放置的电表而直立着测量所造成的读数误差。

由此可见，系统误差产生的原因往往是可知的，它的出现一般也是有规律的。因此，在实验前应该对测量中可能产生的系统误差作充分的分析和估计，并采取必要的措施尽量消除其影响。测量后应该设法估计未能消除的系统误差之值，并对测量结果加以修正。

应该指出，系统误差经常是一些实验测量的主要误差来源。依靠多次重复测量一般都不能发现系统误差的存在，处理不妥往往对测量结果的准确度带来很大影响。因此，实验工作者必须经常总结经验，掌握各种不同的测量仪器、各种不同的实验方法以及各种环境因素引起的系统误差的变化规律，以提高实验技术水平。

2. 偶然误差

在相同的实验条件下测量同一物理量时，如果已经精心排除了系统误差产生的因素，发现每次测量结果可能都不一样，测量误差或大或小、或正或负，完全是随机的。初看起来显得毫无规律，但当测量次数足够多时，可以发现，误差的大小以及正负误差的出现都是服从某种统计分布规律的。我们称这种误差为“偶然误差”。

偶然误差主要是由于测量过程中一些偶然的或不确定的因素所引起的。例如，电源电压的波动、外界电磁场干扰、气流扰动或无规则的振动以及测试者个人感官功能的偶然起伏等。这些因素一般无法预知，也难以控制。所以，测量过程中偶然误差的出现带有某种必然性和不可避免性。有时也称偶然误差为随机误差。但严格来说，偶然误差只是随机误差中的一种特殊的形式，它代表不了比它含义更广的随机误差。

综上所述，系统误差与偶然误差有着不同的产生原因和不同的性质。因此，它们对测量结果的影响也各不相同。通常用“正确度”这一术语来表征系统误差的大小，用“精密度”这一术语来表征偶然误差的大小。如以射击打靶的结果与某次测量的结果进行类比的话，图Ⅰ-1(a)的弹着点明显偏离靶心，存在着系统误差。这种情况说明测量的正确度不高，但弹着点比较集中，离散程度不大，因此可以说它的精密度还是很高的。图Ⅰ-1(b)则相反，弹着点比较分散，因此精密度不高。但是从弹着点分布情况来看，并没有明显的固定偏向，因此可以认为它的正确度还是很高的。图Ⅰ-1(c)则不仅精密度高，而且正确度也高。我们说这一测量结果“准确度”高。

3. 粗大误差

这是一种明显超出统计规律预期值的误差。这类误差具有异常值。其出现通常由测量仪器的故障、测量条件的失常及测量者的失误而引起的。带有粗大误差的实验数据是不可靠的,在可能情况下应重复测量以核对这些数据。在数据处理时,带有粗大误差的数据应该删除。

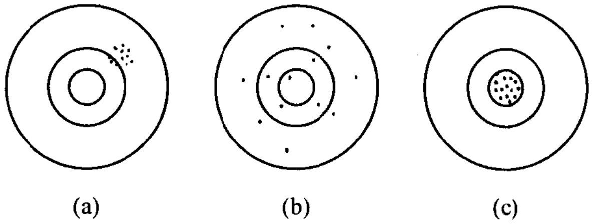

图 I -1　测量结果准确程度与射击打靶的类比

第三节　偶然误差的处理

本节只讨论系统误差已经被减弱到足以被忽略的情况下,对偶然误差的处理过程。

1. 偶然误差的正态分布规律

对某一物理量在相同条件下进行多次重复测量,由于偶然误差的存在,测量结果 A_1,A_2,…,A_n 一般都存在着一定的差异。如果该物理量的真值为 A_0,则根据误差的定义,各次测量的误差为

$$x_i = A_i - A_0 \qquad (i = 1,2,\cdots\cdots,n) \tag{I -3}$$

大量实践证明,偶然误差 x_i 的出现是服从一定的统计分布 —— 正态分布(高斯分布)规律的,亦即对于大多数物理测量具有以下性质:

(1) 绝对值小的误差出现的概率大,绝对值大的误差出现的概率小;

(2) 大小相等、符号相反的误差出现的概率相等;

(3) 非常大的正、负误差出现的概率趋近于零;

(4) 当测量次数非常多时,由于正负误差互相抵消,各误差的代数和趋近于零。

偶然误差正态分布的这些性质在图 I -2 正态分布曲线上可以看得非常清楚。该曲线横坐标为误差 x,纵坐标 $f(x)$ 即为误差的概率密度分布函数。它的意义是,单位误差范围内出现的误差概率。曲线下阴影线包含的面积元 $f(x)\mathrm{d}x$ 就是误差出现在 x 至 $x+\mathrm{d}x$ 区间内的概率。

根据统计理论可以证明,函数 $f(x)$ 的具体形式为

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \tag{I -4}$$

式中,σ 是一个取决于具体测量条件的常数,称为标准误差。

同样可以知道,在某一次测量中,偶然误差出现在 a 至 b 区间的概率应为

$$P = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x \tag{I -5}$$

而某一次测量中,偶然误差出现在($-\infty$,$+\infty$)区间的概率应为

$$P = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\mathrm{d}x = 1 \tag{I -6}$$

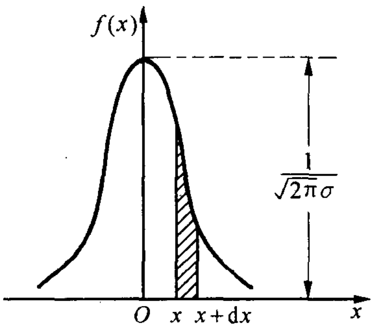

图 I -2　偶然误差的正态分布曲线

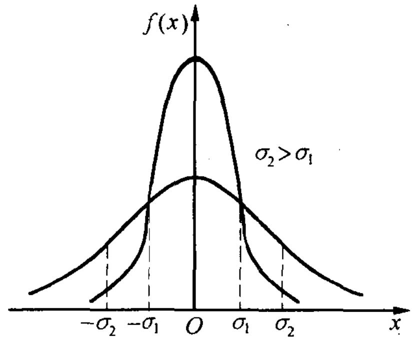

图 I -3

由误差的正态分布规律可证明，$x=\pm\sigma$ 是曲线的两个拐点的横坐标值，当 $x=0$ 时，由（I -4）式得

$$f(0)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \tag{I -7}$$

由（I -5）式可见，某次测量若标准误差 σ 很小，则必有 $f(0)$ 很大，分布曲线中部将上升较高，两边下降就越快，表示测量的离散性小，精密度高。相反，如果 σ 很大，则 $f(0)$ 就很小，误差分布的范围就较宽，说明测量的离散性大，精密度低，如图 I -3 所示。

2. 标准误差的统计意义

可以证明，标准误差 σ 可由下式表示

$$\sigma=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(A_i-A_0)^2} \tag{I -8}$$

式中，n 代表测量次数。该式成立的条件是要求测量次数 $n\to\infty$。下面对统计特征量 σ 做进一步的研究。

由概率密度分布函数的定义（I -4）式，计算一下某次测量偶然误差出现在 $[-\sigma,+\sigma]$ 区间的概率

$$P=\int_{-\sigma}^{+\sigma}f(x)\mathrm{d}x=0.683 \tag{I -9}$$

同样可以计算，某次测量偶然误差出现在 $[-2\sigma,+2\sigma]$ 和 $[-3\sigma,+3\sigma]$ 区间的概率分别为

$$P=\int_{-2\sigma}^{+2\sigma}f(x)\mathrm{d}x=0.955 \tag{I -10}$$

$$P=\int_{-3\sigma}^{+3\sigma}f(x)\mathrm{d}x=0.997 \tag{I -11}$$

以上三式所表示的积分面积如图 I -4 所示。

通过以上的分析可以得出标准误差 σ 所表示的概率意义。对物理量 A 任做一次测量时，测量误差落在 $-\sigma$ 到 $+\sigma$ 之间的可能性为 68.3%，落在 -2σ 到 $+2\sigma$ 之间的可能性为 95.5%，而落在 -3σ 到 $+3\sigma$ 之间的可能性为 99.7%。由于标准误差 σ 具有这样明确的概率含义，因此，国内外已普遍采用标准误差作为评价测量质量优劣的指标。

实际测量的次数 n 是不可能达到无穷大的，而且真值 A_0 也是未知的，因此，计算标准

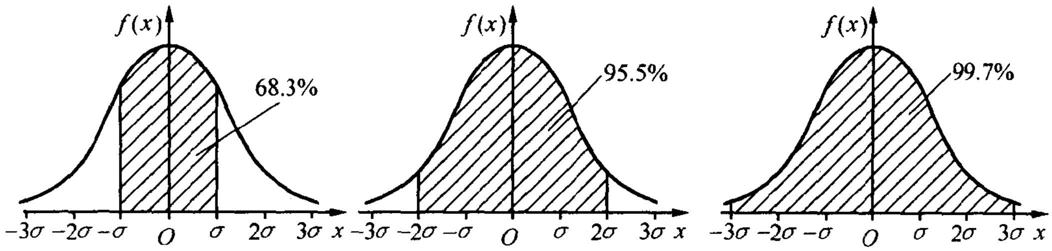

图 Ⅰ-4

误差σ的公式(Ⅰ-8)只具有理论上的意义而没有实际应用价值。那么,在对物理量A只进行了有限次测量而真值A_0又不知道的情况下,如何确定σ呢?为了回答这个问题,先介绍一下测量列的平均值$\overline{A}$。

3. 测量列的平均值

由于偶然误差的可抵偿性,即在相同的测量条件下对同一物理量进行多次重复测量,由于每一次测量的误差时大时小、时正时负,所以误差的代数平均值随着测量次数的增加而逐渐趋于零。用测量列$A_1,A_2,\cdots\cdots,A_n$表示对物理量A进行n次测量的值,那么

$$x_1 = A_1 - A_0$$

$$x_2 = A_2 - A_0$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$x_n = A_n - A_0$$

将以上各式相加得

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} A_i - nA_0$$

由于$\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{i=1}^{n} x_i = 0$,因此有

$$\frac{\sum\limits_{i=1}^{n} A_i}{n} \to A_0$$

而

$$\frac{\sum\limits_{i=1}^{n} A_i}{n} = \overline{A}$$

则有

$$\overline{A} \to A_0$$

可见,测量次数越多,算术平均值$\overline{A}$越接近真值A_0,因此,可以用算术平均值$\overline{A}$作为真值A_0的最佳估计值。由于平均值最接近真值,因此,在实际测量过程中用残差(也叫散差)来计算每次测量的偏差。

$$\nu_i = A_i - \overline{A} \qquad (i = 1,2,\cdots,n) \tag{Ⅰ-12}$$

4. 有限次测量的标准偏差

可以证明,当测量次数为有限时,可以用标准偏差S作为标准误差σ的估计值。S的计算公式如下

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(A_i - \overline{A})^2}{n-1}} \qquad (\text{I}-13)$$

有时也简称 S 为标准差，它具有与标准误差 σ 相同的概率含义。(Ⅰ-13) 式在实际测量中非常有用，称其为贝塞尔(Bessel) 公式，我们以后要经常用到它。

5. 有限次测量算术平均值的标准偏差

对 A 的有限次测量的算术平均值 $\overline{A}$ 也是一个随机变量，即对 A 进行不同组的有限次测量，各组结果的算术平均值是不会相同的，彼此总会有所差异。因此，也存在标准偏差，用 $S_{\overline{A}}$ 表示。为了将测量列 A 的标准偏差 S 与平均值的标准偏差 $S_{\overline{A}}$ 加以区别，我们用 S_A 来表示(Ⅰ-13) 式的 S，即特指测量量 A 的标准偏差。可以证明，$S_{\overline{A}}$ 与 S_A 具有下列关系

$$S_{\overline{A}} = \frac{S_A}{\sqrt{n}} \qquad (\text{I}-14)$$

上式的概率意义也是很清楚的。其表明，测量量的真实值 A_0 落在 $\overline{A} - S_{\overline{A}}$ 到 $\overline{A} + S_{\overline{A}}$ 范围内的可能性为 68.3%，落在 $\overline{A} - 2S_{\overline{A}}$ 到 $\overline{A} + 2S_{\overline{A}}$ 范围内的可能性为 95.5%，而落在 $\overline{A} - 3S_{\overline{A}}$ 到 $\overline{A} + 3S_{\overline{A}}$ 范围内的可能性为 99.7%。另外，在实际测量中，测量次数 n 不应太少，也没有必要太多，一般取 5 到 10 几次都可以。

例 1 用天平测一物体的质量，共称九次，测量值如下。如不考虑系统误差，计算 $\overline{m}$，S_m，$S_{\overline{m}}$。

m(g)：187.9，187.2，187.5，187.1，187.0，187.3，187.8，187.6，187.7。

解

$$\overline{m} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} m_i = 187.5(\text{g})$$

$$S_m = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(m_i - \overline{m})^2}{n-1}} = 0.3(\text{g})$$

$$S_{\overline{m}} = \frac{S_m}{\sqrt{n}} = \frac{0.3}{\sqrt{9}} = 0.1(\text{g})$$

可以用袖珍计算器计算标准偏差。函数计算器一般都具有统计功能，使用统计功能可以避免繁琐的计算，减少计算过程中的错误。统计功能可以对输入的多个数据直接给出平均值与测量列的标准偏差。在本章后面的附录 1 中介绍了 CASIOfx —160计算器的统计功能的使用方法，对于其它型号的计算器，使用方法略有不同，可参看附带的使用说明书。

第四节　系统误差的处理

系统误差较之偶然误差的处理要复杂得多。这主要是由于在一个测量过程中，系统误差与偶然误差是同时存在的，而且实验条件一经确定，系统误差的大小和方向也就随之确定了。在此条件下，进行多次重复测量并不能发现系统误差的存在。可见，发现系统误差的存在就不是一件容易的事，再进一步寻找其原因和规律以至进一步消除和减弱它，就更为困难了。因此，在实验过程中，就没有象处理偶然误差那样的简单数学过程来处理系统误差，而只能靠实验工作者坚实的理论基础、丰富的实践经验及娴熟的实验技术，遇到具体的问题进行具体的分析和处理。

那么，对系统误差的处理对初学者来说是不是就束手无策了呢？不是这样。我们先从一些简单、明显的情况出发，一方面对系统误差加深认识，同时，也学习一些简单的处理方法。随着知识的增加、经验的丰富，处理系统误差的能力就会得到不断的提高。下面结合几个具体例子来介绍处理简单系统误差的方法。

在物理实验中，可以把常见的系统误差分为两种。一种是可定系统误差，另一种是未定系统误差。

1. 可定系统误差的处理

这种系统误差的特点是，它的大小和方向是确定的，因此，可以消除、减弱或修正。称这种系统误差为可定的系统误差。如实验方法和理论的不完善引起的系统误差以及实验仪器零点发生偏移等，都属于这种类型。

例1 伏安法测电阻

由于实验所用的电流表和电压表都具有内阻，因此，只用电压表的读数 V 和电流表的读数 I，通过计算公式 $R=V/I$ 来计算电阻，就会引入系统误差。如果认为电表的仪器误差很小，那么，这个误差主要是由于测量方法所引起的，是一种可定的系统误差。为了消除、减弱或修正这一误差，可采取下面几种不同的处理方法。

一开始就可以考虑，由于这种实验方法存在系统误差，再寻找其他的测量方法，如用电桥平衡法测量电阻，这样就可以消除由于方法不当所引起的系统误差。如果方法不变，仍采用伏安法测电阻，那就要将待测电阻的阻值与有关电表的内阻进行比较，决定采用电流表内接还是外接以减小系统误差。除此之外，还可以从实验结果上加以修正，来消除由于系统误差的存在对测试结果的影响。

例2 用单摆测重力加速度

用单摆测重力加速度所依据的理论公式为

$$T = 2\pi\sqrt{l/g} \tag{1}$$

但这一公式是在摆角 θ 很小时近似成立的，若在实验中 θ 较大，就会明显地出现系统误差。如果不使实验带来明显的系统误差，就应使用对单摆运动方程求解得到的准确公式

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1+\frac{1}{4}\sin^2\frac{\theta}{2}+\frac{9}{64}\sin^4\frac{\theta}{2}+\cdots\right) \tag{2}$$

从上式可见，只有当 $\theta=0$ 时才可得到公式(1)，在 $\theta\neq 0$ 时而采用(1)式，实验结果都会存在误差。但在 θ 很小时（比如 $\theta<5^\circ$）使用(1)式引起的系统误差很小，因此(1)式被普遍使用。

例3 用天平测质量

在用天平测质量时，往往认为天平是等臂的。但使用不太精密的天平时，总有微小的不等臂的因素存在。在不计及不等臂影响时，就会对测量结果造成可定的系统误差。对这样的系统误差，往往通过一些灵活的实验方法或技巧加以消除。对于本例，就可以采取交换砝码与待测物体再称量一次的办法来消除因天平不等臂所带来的系统误差。

2. 未定系统误差的处理

实验中使用的各种仪器、仪表、各种量具，在制造时都有一个反映准确程度的极限误差指标，习惯上称之为仪器误差，用 $\Delta_{仪}$ 来表示。这个指标在产品说明书中都有明确的说明。例如 50g 的三等砝码，计量部门规定其极限误差为 2mg，即 $\Delta_{仪}=2\text{mg}$。再如，电学实验中常用的电表，如果量程为 X_n，准确度等级为 K，则有 $\Delta_{仪}=X_nK\%$。对每种仪器误差的规

定在每一个具体实验中都要介绍，在此不一一赘述。一般来说，仪器误差是构成测量过程中未定系统误差的重要成份。

从原则上讲，由于仪器的不准确而引起的系统误差，其大小和方向都应是确定的。那么，为什么还称其为未定的系统误差呢？其原因是，在使用某台仪器前，只知道 $\Delta_{仪}$，但这一指标只代表误差的极限范围。如上面提到的50g 的砝码，在使用中只知道其误差不会超过 $\pm 2mg$，并未确切说是正还是负，也未说明大小到底是多少。如果想知道这些确切指标，必须用准确度等级较高的仪器进行校验。但在实验教学或一般使用中不可能也没有必要这样做。

未定系统误差的含义很广，远不止仪器误差一种。至于其他的未定系统误差，以后遇到时再加以介绍，对未定系统误差的处理也在后面介绍。

实际上，偶然误差与系统误差之间并不存在不可逾越的鸿沟。它们之间在一定条件下是可以相互转化的。此外，偶然误差与系统误差之间的区分有时也与时间因素有关。在短时间内基本上不变的误差显然可以视为系统误差。但随着时间的推移，很难避免受外界的偶然因素影响，故上述误差有可能出现随机的、统计的变化，而使本来为恒定的误差转化为偶然误差。但物理实验课中所遇到的误差都是最基本、最易区分的，在处理上也采取简单的、理想化的处理方法。

第五节　测量结果的不确定度

对一个量测量后，应给出测量结果并对测量的质量作出评价。根据定义，误差是指测量值与真值之差，由于真值是无法知道的，因此误差也是无法知道的。而不确定度是表征被测量的真值在某个量值范围的一个评定，因此，用它取代误差来评价测量结果的质量，显得更科学、合理。目前，在国外不确定度已普遍地被采用，在国内也逐步推行。在物理实验课中，也将用不确定度的形式来表示测量结果，只不过将问题进行理想化与简单化处理，使初学者有一个基本概念，为以后的学习和应用打下一个良好的基础。

1. 不确定度的基本概念

测量结果不确定度也称实验不确定度，简称为不确定度，是对被测量的真值所处量值范围的评定。不确定度反映测量量的平均值附近的一个范围，真值以一定的概率落在其中。不确定度越小，标志着误差的可能值越小，测量的可信赖程度越高；不确定度越大，标志着误差的可能值越大，测量的可信赖程度越低。

2. 不确定度分量的分类及其性质

测量结果与很多量有关，所以测量结果的不确定度来源于若干因素，这些因素对测量结果形成若干不确定度分量。按照评定方法，不确定度分量可分为两类：一类是用统计的方法评定的不确定度，称为 A 类不确定度，用 S_i 表示（脚标 i 代表 A 类不确定度的第 i 个分量）；另一类是用非统计的方法评定的不确定度，称为 B 类不确定度，用 u_j 表示（脚标 j 代表 B 类不确定度的第 j 个分量）。用不确定度来评价测量的结果，是将测量结果中可修正的可定系统误差修正以后，再将剩余的误差划分为可以用统计方法计算的 A 类不确定度和用非统计的方法估算的 B 类不确定度来表示。

实际上，我们对 A 类不确定度分量并不陌生。因为求算这类分量时，就是直接对多次测量的数值进行统计计算，求其平均值的标准偏差。在物理实验课中，A 类不确定度主要

体现在用统计的方法处理偶然误差。

B 类不确定度分量在物理实验课中主要体现在对未定系统误差的处理上。求算这类分量时不是直接对多次测量的数值进行统计计算，而是用其他方法先估算极限误差的大小，极限误差可用下式表示

$$极限误差 = C \times 标准偏差$$

然后再根据该项误差服从的分布规律而确定出置信系数 C，从而求出所对应的标准偏差。这项标准偏差就是 B 类不确定度分量。在物理实验课中，遇到最多的未定系统误差是仪器误差。仪器误差也服从一定的分布规律，最常见的是正态分布和均匀分布。对误差服从正态分布的测量仪器，C 值取 3；而对误差服从均匀分布的测量仪器，C 值取 $\sqrt{3}$。

所谓均匀分布是指在测量值的某一范围内，测量结果取任一可能值的概率相等，而在该范围外的概率为零。若对某类仪器误差的分布规律一时难以判断，则可近似地按正态分布处理。

对同一量进行多次重复测量，测量结果一般都含有 A 类不确定度分量和 B 类不确定度分量。在简单的情况下，如各分量相互独立变化，则测量结果的合成不确定度可由下式表示

$$U = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} S_i^2 + \sum_{j=1}^{n} u_j^2} \qquad (\text{I}-15)$$

式中的 m 和 n 分别是 A 类不确定度分量和 B 类不确定度分量的个数。

第六节　直接测量量的结果表示

对物理量 A 进行测量，如果可定的系统误差已经消除或修正，则测量结果可用下式表示

$$A = \overline{A} \pm U \qquad (\text{I}-16)$$

式中 U 是合成不确定度，在表达式的后面要注明测量单位。有时也要写出相对不确定度

$$E = \frac{U}{\overline{A}} \times 100\% \qquad (\text{I}-17)$$

相对不确定度 E 经常以百分数表示，也可以用小数表示。

（Ⅰ-16）式所表示的概率意义是，测量量 A 的真实值落在（$\overline{A} - U, \overline{A} + U$）区间的概率为 68.3%。下面举例说明。

例 1　用天平测质量，如果只进行了单次测量，测量值为 187.520(g)，所用天平的感量（可看作仪器的极限误差 $\Delta_{仪}$）为 20(mg)，试写出实验结果的表达式。

解　利用（Ⅰ-16）式计算合成不确定度 U。由于只进行了一次测量，A 类不确定度分量 S_i 为零，只具有 B 类不确定度分量 u_j。如果只考虑由于天平的仪器误差（极限误差）引起的 B 类不确定度分量，则这个分量只有一个，用 u_1 表示。对于摆动式天平，其仪器误差服从正态分布，则

$$u_1 = \frac{\Delta_{仪}}{3} = \frac{0.020}{3} = 0.007(\text{g})$$

而测量质量的平均值就是单次测量值，即 $\overline{m} = 187.520(\text{g})$。最后的测量结果可以表示为

$$m = 187.520 \pm 0.007(\text{g})$$

测量的相对不确定度为

$$E=\frac{u_1}{m}\times 100\%=\frac{0.007}{187.520}\times 100\%=0.004\%$$

(置信概率 $P=68.3\%$)

该例说明了单次测量的结果表示方法。在实际测量过程中,单次测量是经常遇到的。因为有些量是随时间而变化的,无法进行重复测量;有些测量由于测量精度要求不高,没有必要进行多次重复测量;还有些测量,由于所用的测量仪器精密度很差,几次测量值几乎都相同,多次测量的随机离散性被较大的仪器误差所掩盖,也无需进行多次测量。

例2 对某量 A(无量纲量)进行多次重复测量,得到12次的测量值如下:

11.5,11.0,12.3,13.5,14.1,10.6,10.8,14.1,13.0,10.5,11.2,12.0。

如果忽略系统误差,试写出实验结果的表达式。

解 由于忽略系统误差,也不考虑其他因素引起的 B 类不确定度分量,那么,B 类不确定度分量 u_j 将不存在,只具有 A 类不确定度分量 S_i。先计算平均值。

$$\overline{A}=\frac{1}{12}\sum_{i=1}^{12}A_i=12.0$$

再计算 A 类不确定度分量 S_i。此例 A 类不确定度分量只有一个,即平均值的标准偏差,此处用 S_1 来表示。

$$S_1=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(A_i-\overline{A})^2}{n(n-1)}}=0.4$$

而合成不确定度 $U=S_1$,则最后的测量结果可以表示为

$$A=\overline{A}\pm U=12.0\pm 0.4$$

$$E=\frac{U}{\overline{A}}\times 100\%=3.3\%$$

(置信概率 $P=68.3\%$)

该例是只用 A 类不确定度分量,而忽略 B 类不确定度分量的例子。使用准确度等级很高的仪器对同一量进行多次重复测量,对测量结果可近似地看作只含有 A 类不确定度分量。

例 3 用 50 分度卡尺重复测一长度 L,得到 6 次测量的结果(单位为:mm):139.70,139.72,139.68,139.70,139.74,139.72。写出测量结果的表达式。

解 50分度卡尺的仪器误差 $\Delta_{仪}=0.02(\mathrm{mm})$,$B$类不确定度分量 u_j 仅由卡尺的误差引起且卡尺的误差服从均匀分布,所以

$$u_1=\frac{\Delta_{仪}}{\sqrt{3}}=\frac{0.02}{\sqrt{3}}=0.012(\mathrm{mm})$$

测量量 L 的平均值为

$$\overline{L}=\frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6}L_i=139.71(\mathrm{mm})$$

而 A 类不确定度分量 S_i 也仅有一项 S_1,其可通过计算 L 平均值的标准偏差求得

$$S_1=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{6}(L_i-\overline{L})^2}{6(6-1)}}=0.014(\mathrm{mm})$$