

高等学校教学参考书

高等材料力学

刘鸿文 林建兴 曹曼玲 编

刘鸿文 主编

高等教育出版社

内 容 提 要

本书研究的范围和研究的方法都是对材料力学的补充和提高。尽管它比材料力学在理论上更充实,在解答上更精确,但仍保留了材料力学便于应用的特色。所以,它不仅可以作为高等工业学校的选修课教材,而且可以作为工程技术人员的参考书。本书的内容是目前通用的材料力学教材的延续,且叙述深入浅出,因而便于自学。

本书适用于高等工业学校机械、土木、航空、造船、化工等类的有关专业,也可供其他各类学校的力学教师及工程技术人员参考。

本书责任编辑 吴向

高等学校教学参考书

高等材料力学

刘鸿文 林建兴 曹曼玲 编

刘鸿文 主编

*

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

通县觅子店印刷厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 22.25 字数 536,000

1985年10月第1版 1985年11月第1次印刷

印数 00,001—11,200

书号 15010·0687 定价 5.00 元

前 言

材料力学是工程实际中广泛应用的学科之一。但当前工科学学生学习的材料力学,由于研究范围过于狭窄,研究方法比较简单,因此,对只学过材料力学的工程技术人员,当其从事与固体力学有关的设计或研究工作时,还会遇到各种困难。这说明材料力学的内容和方法都有待于补充和提高。本书就是为此而编写的。它可以作为选修课的教材,也可以作为工程技术人员的参考书。

书中有相当长的篇幅讨论了杆件的变形、应力和稳定性。这些是对材料力学中未能详细讨论的问题的补充。书中写进了原属弹性力学的部分内容。这既是扩大材料力学的研究范围和方法,解决一些用材料力学方法不能解决的问题;同时也可以求得某些精确解,以验证材料力学结果的精度。书中用两章篇幅介绍了板和壳的简单问题。一方面因为这是实际工程中经常遇到的问题;另一方面也是对材料力学只讲杆件的补充。为了反映固体力学的新进展,还写入了数值方法和线弹性断裂力学。总的说,本书涉及的问题还是比较广泛的。如果作为选修课的教材,受时间限制只能侧重于某几个方面,很难全面讲授。书稿在浙江大学几次使用都是这样处理的。

受材料力学教材编审小组的委托,蔡强康同志审阅了书稿,张福范同志进行了复审。他们都分别提出了宝贵的意见。谨此致谢。

参加本书编写工作的是刘鸿文、林建兴、曹曼玲等三同志。由刘鸿文担任主编。张礼明同志担任了全书插图的描图工作。限于编者的水平,书中疏忽和不妥之处恐所难免,恳切希望读者提出批评指正。

编者

1984.5.

目 录

第一章 绪论	1
§ 1-1 高等材料力学的任务和内容.....	1
§ 1-2 基本假设.....	2
§ 1-3 应力和应变.....	3
第二章 直梁的弯曲变形和应力	9
§ 2-1 概述.....	9
§ 2-2 直梁的内力和平衡方程.....	10
§ 2-3 直梁的变形和正应力.....	13
§ 2-4 直梁的弯曲剪应力.....	19
§ 2-5 直梁纵向截面上的正应力.....	23
§ 2-6 弯曲中心.....	26
§ 2-7 挠曲线微分方程的积分 平面弯曲.....	30
§ 2-8 单位阶跃函数在弯曲变形计算中的应用.....	33
§ 2-9 轴向压力和横向载荷的联合作用.....	37
§ 2-10 轴向压力和横向载荷联合作用下的静不定梁.....	41
§ 2-11 轴向拉力和横向载荷的联合作用.....	47
§ 2-12 弯曲变形的大挠度问题.....	48
习题.....	55
第三章 曲梁的弯曲变形和应力	62
§ 3-1 曲梁的内力和平衡方程.....	62
§ 3-2 曲梁的变形和正应力.....	64
§ 3-3 曲梁纯弯曲时的径向应力.....	71
§ 3-4 曲梁的弯曲剪应力.....	74
§ 3-5 曲梁挠曲线的微分方程.....	77
习题.....	81
第四章 弹性基础梁	84
§ 4-1 概述.....	84

§ 4-2 无限长梁	87
§ 4-3 半无限长梁	95
§ 4-4 有限长梁——叠加法	98
§ 4-5 有限长梁——克雷洛夫函数法	101
习题	117
第五章 能量原理	121
§ 5-1 变形能	121
§ 5-2 虚功原理	123
§ 5-3 卡氏第一定理	132
§ 5-4 势能 势能驻值原理	138
§ 5-5 稳定平衡和不稳定平衡 最小势能原理	143
§ 5-6 瑞利-里兹法	147
§ 5-7 功的互等定理和位移互等定理	151
§ 5-8 结构分析的位移法	154
§ 5-9 余功和余能	157
§ 5-10 虚余功原理	160
§ 5-11 恩格塞定理	167
§ 5-12 总余能驻值原理 最小总余能原理	169
§ 5-13 最小余能原理和最小变形能原理	171
§ 5-14 结构分析的力法	175
§ 5-15 剪力对弯曲变形的影响	178
习题	180
第六章 杆件的稳定性	186
§ 6-1 概述	186
§ 6-2 载荷偏心 and 杆件初弯曲的影响	187
§ 6-3 剪力对临界压力的影响	191
§ 6-4 组合杆件的临界压力	194
§ 6-5 细长压杆稳定问题的精确解	199
§ 6-6 超过比例极限时压杆的稳定性问题	207
§ 6-7 确定临界载荷的能量方法	215
§ 6-8 简单杆系的稳定性	222

§ 6-9 变截面压杆的稳定性·····	226
§ 6-10 压杆稳定的差分解·····	236
§ 6-11 圆形曲杆在均布径向压力下的稳定性·····	240
§ 6-12 平面弯曲的稳定性·····	246
习题·····	251
第七章 应力状态和应变状态 弹性力学的基本方程式 ·····	258
§ 7-1 概述·····	258
§ 7-2 一点的应力状态·····	259
§ 7-3 主应力、主方向和应力不变量·····	262
§ 7-4 平衡方程 边界条件·····	269
§ 7-5 位移、应变和刚性转动·····	272
§ 7-6 一点的应变状态 主应变·····	279
§ 7-7 变形连续性方程·····	285
§ 7-8 应力与应变的关系·····	287
§ 7-9 弹性力学的基本方程式·····	289
习题·····	292
第八章 平面问题 ·····	296
§ 8-1 平面应力和平面应变·····	296
§ 8-2 平面问题的基本方程式·····	298
§ 8-3 由应力表示的连续性方程 应力函数·····	301
§ 8-4 平面问题的多项式解 逆解法·····	304
§ 8-5 圣维南原理·····	307
§ 8-6 悬臂梁的弯曲·····	311
§ 8-7 承受均布载荷的简支梁·····	315
§ 8-8 由极坐标表示的平面问题的基本方程·····	321
§ 8-9 圆形曲杆的纯弯曲·····	327
§ 8-10 平板拉伸时孔边的应力集中·····	330
§ 8-11 尖劈·····	335
§ 8-12 半无限平面体·····	340
§ 8-13 厚壁圆筒·····	343
习题·····	345

第九章 等截面杆的扭转	350
§ 9-1 等截面直杆的扭转 扭转函数.....	350
§ 9-2 扭转应力函数.....	353
§ 9-3 矩形截面杆的扭转.....	360
§ 9-4 薄膜比拟.....	364
§ 9-5 狭长矩形截面杆的扭转.....	368
§ 9-6 闭口薄壁杆件的扭转.....	371
§ 9-7 薄壁杆件扭转时的应力集中.....	375
§ 9-8 圆柱密圈螺旋弹簧应力计算公式的修正.....	378
§ 9-9 沿轴线作用均布力偶矩的圆环.....	383
习题.....	388
第十章 开口薄壁杆件	391
§ 10-1 概述.....	391
§ 10-2 开口薄壁杆件的自由扭转和约束扭转.....	392
§ 10-3 开口薄壁杆件约束扭转的正应力.....	395
§ 10-4 开口薄壁截面的扭转中心.....	400
§ 10-5 主扇性面积和扇性几何性质.....	406
§ 10-6 约束扭转双力矩.....	410
§ 10-7 约束扭转剪应力.....	412
§ 10-8 约束扭转的微分方程及其解.....	415
§ 10-9 开口薄壁杆件的组合变形.....	421
§ 10-10 开口薄壁杆件约束扭转的几个问题.....	431
习题.....	433
第十一章 薄板弯曲理论	439
§ 11-1 概述.....	439
§ 11-2 薄板弯曲的基本假设和几何方程.....	440
§ 11-3 薄板弯曲的物理方程.....	443
§ 11-4 薄板弯曲的平衡方程和弹性曲面的微分方程.....	446
§ 11-5 边界条件.....	447
§ 11-6 四边简支矩形板的双三角级数解.....	451
§ 11-7 两对边简支矩形板的单三角级数解.....	454

§ 11-8 圆板弯曲的基本方程式	463
§ 11-9 圆板的轴对称弯曲	466
§ 11-10 圆板在力偶作用下的弯曲	476
§ 11-11 薄板的稳定问题	480
§ 11-12 四边简支矩形板单向受压时的稳定性	483
§ 11-13 两对边简支矩形板的稳定性	488
习题	493

第十二章 薄壳

§ 12-1 概述	497
§ 12-2 薄壳的基本假设和内力	498
§ 12-3 薄壳的无矩理论	501
§ 12-4 旋转薄壳轴对称问题的无矩理论	503
§ 12-5 旋转薄壳无矩理论轴对称问题的实例	506
§ 12-6 柱形壳的无矩理论	513
§ 12-7 圆柱形壳的轴对称弯曲	518
§ 12-8 长圆柱形壳的轴对称弯曲	523
§ 12-9 长圆柱形壳轴对称弯曲的实例	525
§ 12-10 短圆柱形壳的轴对称弯曲	533
习题	539

第十三章 数值方法

§ 13-1 概述	541
§ 13-2 差分公式	541
§ 13-3 差分方程 杆件扭转的差分解	544
§ 13-4 松弛计算	547
§ 13-5 邻近曲线边界的差分公式和差分方程	550
§ 13-6 平面问题的差分解	555
§ 13-7 薄板弯曲的差分解	560
§ 13-8 薄板弯曲的分步差分法	565
§ 13-9 有限单元法和结构的离散化	568
§ 13-10 位移模式和应力矩阵	570
§ 13-11 单元刚度矩阵	575

§ 13-12	载荷向节点的移置·····	579
§ 13-13	平面问题的整体分析·····	583
§ 13-14	整体刚度矩阵的组成·····	594
§ 13-15	平面问题有限单元法小结·····	596
习题	·····	597
第十四章	局部应力 ·····	603
§ 14-1	概述·····	603
§ 14-2	集中力作用点附近区域内的应力·····	603
§ 14-3	两个柱体的接触·····	610
§ 14-4	接触问题的一般情况·····	616
§ 14-5	有孔平板受拉时的应力集中·····	621
§ 14-6	理论应力集中系数·····	627
§ 14-7	有效应力集中系数和敏感系数·····	635
习题	·····	637
第十五章	线弹性断裂力学简介 ·····	640
§ 15-1	概述·····	640
§ 15-2	应力强度因子·····	642
§ 15-3	断裂韧性 线弹性断裂力学的断裂判据·····	645
§ 15-4	关于应力强度因子的一些资料·····	647
§ 15-5	葛里菲斯理论·····	655
§ 15-6	裂纹尖端的塑性区 应力强度因子的塑性区修正·····	659
§ 15-7	脆断与板件厚度的关系·····	666
§ 15-8	亚临界扩展速率和疲劳寿命估算·····	669
习题	·····	673
附录 I	函数 $\phi(u)$、$\psi(u)$、$\chi(u)$ 的数值表 ·····	677
附录 II	克雷洛夫函数表 ·····	685

第一章 绪 论

§1-1 高等材料力学的任务和内容

材料力学主要研究构件在外力作用下的应力和变形。它的主要任务是,在满足强度、刚度和稳定性的要求下,为构件的校核与设计提供分析计算方法。高等材料力学是材料力学的继续和发展,自然和材料力学有相同的任务。

材料力学的研究对象以杆件为主,即研究横截面尺寸远小于轴线长度的构件。在研究杆件的应力和变形时,为了得到简单而又足够精确的结果,在方法上往往采用一些近似假设,来描述杆件变形的规律或应力分布的规律。平面假设就是一个例子。其他形状的构件,如板和壳,习惯上认为属于应用弹性力学的研究范围。但对薄板和薄壳采用的直法线假设,就相当于杆件的平面假设。所以应用弹性力学在研究方法上与材料力学是相似的。经典弹性力学一般不采用上述近似假设,这是它与材料力学的差别。但严格地划分材料力学和弹性力学是困难的,也没有必要。例如,杆件变形虽然是材料力学研究的内容,但对杆件的扭转变形,除圆形截面杆外,无法用材料力学的方法正确解决,必须使用弹性力学的方法。高等材料力学除对材料力学的内容进行补充和提高外,将讨论一些不能用材料力学方法求解的问题,如杆件的扭转、应力集中等;介绍一些精确解,以验证材料力学中某些近似解的准确程度。也将讨论一些在研究方法上与材料力学相似的问题,如薄板和薄壳;还将介绍关于数值方法和线弹性断裂力学的一些基本概念。

§ 1-2 基本假设

研究构件在外力作用下的应力和变形时,为了简化问题,得出合乎实际的计算模型,按照问题的性质,往往省略一些次要因素,而根据主要因素提出基本假设。材料力学一般采用以下几个假设:

(1) 连续性假设 认为组成构件的物质无空隙地充满了构件的整个几何空间。尽管组成固体的粒子之间事实上存在空隙,但与构件的尺寸相比是极其微小的。省略这些间隙,引用连续性假设,并不至引起明显的误差。但正因为引用了这一假设,构件内的应力和应变等便都可认为是连续的。

(2) 均匀性假设 认为在构件的体积内,各部分的性质完全相同。对金属来说,其各个晶粒的机械性质并不完全相同。但因构件中包含的晶粒为数极多,且又是无规则排列的,其机械性质是所有晶粒的性质的统计平均值,所以,可以认为构件内各部分的性质是均匀的。亦即,在构件的不同部分内,代表材料性质的一些物理量,如弹性模量、强度极限等,可认为到处是相同的。

(3) 各向同性假设 认为物体在各个方向上具有完全相同的性质。根据这一假设,便可认为代表材料性质的一些物理量与坐标的方向无关。

(4) 小变形条件 一般情况下,我们认为构件在外力作用下的变形是很小的,构件各点因变形而引起的位移远小于构件的尺寸。因此在建立受力构件的平衡条件时,可用变形前的位置和尺寸;在简化计算结果时,应变、挠度或转角等的二次方或乘积,皆可作为高阶微量而省略。

以上是固体力学普遍采用的基本假设和小变形条件。至于对特殊问题采用的假设,如杆件弯曲变形的平面假设等,将在今后讨

论各特殊问题时提出。

§1-3 应力和应变

“应力”是我们在材料力学中早已熟悉的概念，为了今后讨论的方便，现在对应力这一概念重新作一些介绍。设受力物体如图 1-1, *a* 所示，通过物体内的一点 *C*，假想地用平面把物体分成两部分，并考察其中任一部分(图 1-1, *b*)。在外力作用下，根据连续性假设，截面的每一点上都应有物体两部分之间相互作用的内力，所

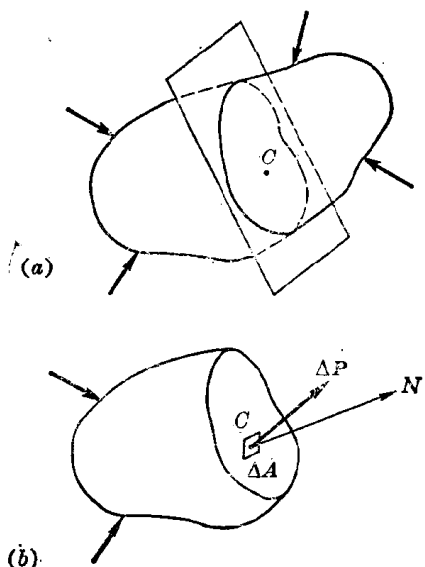


图 1-1

以截面上有一个分布内力系。若围绕截面上的 *C* 点，取任意小的微面积 ΔA ，且设 ΔA 上内力的合力为 ΔP ，则在 ΔA 上，内力的平均集度为 $\frac{\Delta P}{\Delta A}$ 。随着 ΔA 无限缩小而趋于点 *C* 时，比值 $\frac{\Delta P}{\Delta A}$ 的大小和方向都将趋于一定的极限 p_N ，即

$$\mathbf{p}_N = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{P}}{\Delta A}$$

$\mathbf{p}_N$ 称为 C 点的总应力, 角标 N 表示总应力作用平面的外法线。显然, $\mathbf{p}_N$ 是与 C 点位置以及所取截面方位有关的矢量。

若所取截面垂直于 x 轴, 即截面的外法线与 x 轴的方向一致 (图 1-2), 这时 C 点的总应力为 $\mathbf{p}_x$ 。以 $\sigma_x, \tau_{xy}, \tau_{xz}$ 分别表示 $\mathbf{p}_x$ 在 x, y, z 轴上的投影, 于是 $\mathbf{p}_x$ 可以写成

$$\mathbf{p}_x = \sigma_x \mathbf{i} + \tau_{xy} \mathbf{j} + \tau_{xz} \mathbf{k}$$

式中 $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ 是平行于 x, y, z 轴的单位矢。习惯上把 $\sigma_x, \tau_{xy}, \tau_{xz}$ 称为应力分量, 并把 $\mathbf{p}_x$ 在作用面法线上的投影 σ_x 称为正应力, 在作用面内的投影 τ_{xy} 和 τ_{xz} 称为剪应力。这里, 各应力分量的角标 x

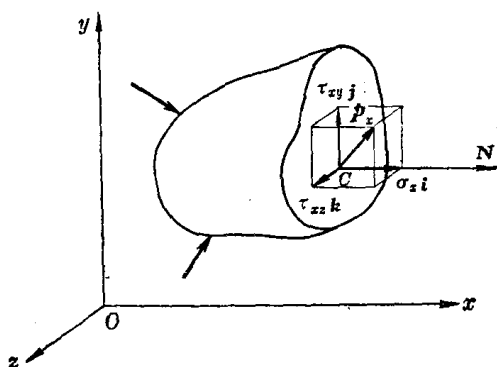


图 1-2

表示应力作用平面的法线平行于 x 轴, 剪应力 τ_{xy} (或 τ_{xz}) 的第二个角标 y (或 z), 则表示剪应力平行于 y 轴 (或 z 轴)。同理, 还可求得通过 C 点的另外两个坐标面上的总应力 $\mathbf{p}_y$ 和 $\mathbf{p}_z$ 。最后得出

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{p}_x &= \sigma_x \mathbf{i} + \tau_{xy} \mathbf{j} + \tau_{xz} \mathbf{k} \\ \mathbf{p}_y &= \tau_{yx} \mathbf{i} + \sigma_y \mathbf{j} + \tau_{yz} \mathbf{k} \\ \mathbf{p}_z &= \tau_{zx} \mathbf{i} + \tau_{zy} \mathbf{j} + \sigma_z \mathbf{k} \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

这样, 在通过一点的三个坐标面上, 共有九个应力分量, 它们是

$$\sigma_x \quad \tau_{xy} \quad \tau_{xz}$$

$$\tau_{yx} \quad \sigma_y \quad \tau_{yz}$$

$$\tau_{zx} \quad \tau_{zy} \quad \sigma_z$$

关于应力分量的符号, 规定为: 在外法线与坐标轴方向一致的面上, 与坐标轴方向相同的应力分量为正; 在外法线与坐标轴方向相反的面上, 与坐标轴方向相反的应力分量为正。例如, 在图 1-3 中的应力分量都是正的。

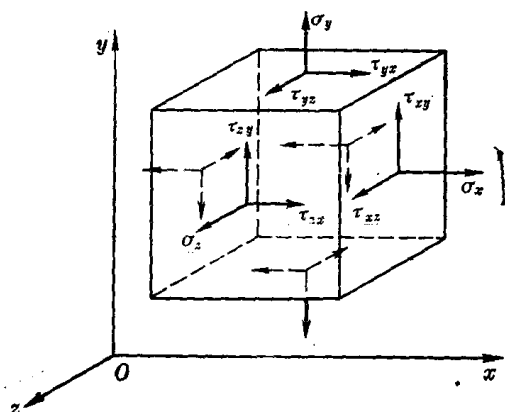


图 1-3

根据剪应力互等定理, 在上述九个应力分量中, 六个剪应力分量之间存在以下关系:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}, \quad \tau_{yz} = \tau_{zy}, \quad \tau_{zx} = \tau_{xz}$$

所以九个应力分量中, 只有六个是独立的。

例 1-1 以一端固定另一端自由的板条为例(图 1-4, a), 说明板条内一点的应力和位移都是该点坐标的函数。

解: 选取坐标系如图所示。在坐标为 x 的任意横截面上, 弯矩为

$$M = -P(l-x)$$

截面上距中性轴为 y 的 C 点(图 1-4, b)的应力为

$$\sigma = \frac{My}{I} = -\frac{P(l-x)y}{I}$$

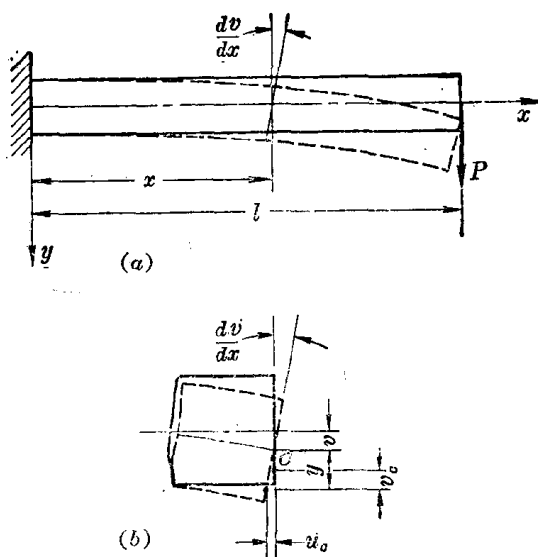


图 1-4

这就说明 σ 是 C 点坐标的函数。

根据材料力学的结果, 梁在上述截面的挠度及转角分别是

$$v = \frac{Px^2(3l-x)}{6EI}$$

$$\frac{dv}{dx} = \frac{Px(2l-x)}{2EI}$$

截面上的 C 点沿 y 方向的位移 v_c 与形心的位移相同, 亦即

$$v_c = v = \frac{Px^2(3l-x)}{6EI}$$

由于截面转动, C 点沿 x 方向将有一位移 u_c 。由图 1-4, b 看出,

$$u_c = -y \frac{dv}{dx} = -\frac{Px(2l-x)y}{2EI}$$

所以, C 点的位移 v_c 和 u_c 都是 C 点坐标的函数。

在上述板条弯曲问题中, 应力和位移只是坐标 x, y 的函数, 与坐标 z 无关。在更一般的情况下, 应力和位移应是坐标 x, y, z 的函数。

现在讨论变形固体内一点处的应变。设 PQ 为变形前固体内

平行于 x 轴的微分线段, $PQ = dx$ (图 1-5), 变形后 PQ 移动到 P_1Q_1 。 P 点位移 $\overline{PP_1}$ 在 x 轴上的投影为 u , 它是 P 点坐标 x, y, z 的函数。由 P 点到 Q 点, 坐标由 x 变为 $x + dx$ 。对应于坐标增量 dx , 位移函数 u 的增量是 $\frac{\partial u}{\partial x} dx$, 所以 Q 点位移 $\overline{QQ_1}$ 在 x 轴上的投影应为

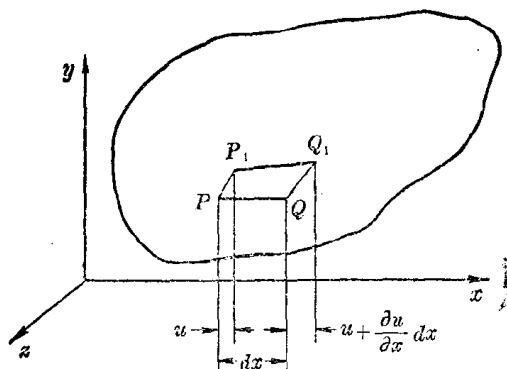


图 1-5

$u + \frac{\partial u}{\partial x} dx$ 。这样, P, Q 两点沿 x 轴的相对位移是 $\frac{\partial u}{\partial x} dx$ 。因为 PQ

原先就平行于 x 轴, 在小变形的情况下, 可以认为只有这个相对位移引起线段 PQ 的伸长(或缩短)。 P, Q 两点沿 y 轴及 z 轴的相对位移, 可以引起线段的倾斜, 但对线段长度的影响则可省略不计。因而线段 PQ 的应变是

$$\epsilon_x = \frac{\left(dx + \frac{\partial u}{\partial x} dx\right) - dx}{dx} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (1-2)$$

这也就是固体中的一点沿 x 方向的应变。描述一点处的应变状态, 需要六个应变分量, 这将于第七章中详细讨论。为了今后使用方便, 这里我们暂时只导出上面这一个应变分量。

参 考 书 籍

- (1) 徐芝纶,《弹性力学》,第二版,人民教育出版社,1982。
- (2) A. P. Boresi, O. M. Sidebottom, F. B. Seely, J. O. Smith,《Advanced Mechanics of Materials》, 3rd ed., John Wiley & Sons, Inc., New York, 1978.
- (3) 刘鸿文主编,《材料力学》,第二版,高等教育出版社,1983。