目　　录

第一章 概 论

1.1 可靠性的基本概念

可靠性是产品的重要质量指标，它标志着产品不会丧失工作能力的可能程度。可靠性技术是50年代开始迅速发展起来的一门新兴工程学科，它是以提高产品质量为核心，以概率论、数理统计为基础，综合应用电子学、物理学、化学、机械工程学、系统工程学、现代管理学等各领域知识的一门综合性学科。

可靠性的科学定义是：产品在规定的条件下和在规定的时间内完成规定功能的能力。

所谓"规定的条件"是指：1) 环境条件，如气候环境(包括温度、湿度、气压、宇宙辐射等)，生物和化学环境(包括生物作用物质霉菌、化学作用物质盐雾、臭氧和机械作用微粒灰尘等)，机械环境(包括振动、冲击、摇摆等)，电磁环境(如电场、磁场、电磁场等)；2) 动力、负载条件(如供电电压、输出功率等)；3) 工作方式(如连续工作、间断工作等)；4) 使用和维护条件等。"规定的条件"是产品可靠性定义中最重要而又最容易被忽视的部分。产品的可靠性受"规定的条件"所制约，不同条件下产品的可靠性可能截然不同，离开了具体条件谈论可靠性是毫无意义的。

"规定的时间"是以时间为尺度度量产品的可靠性特性，它是可靠性区别于产品其他特性的重要特征。它以数学形式来表示可靠性的各特征量，如可靠度、失效率、平均无故障工作时间(MTBF)等。

"规定的功能"是指表征产品能完成任务的各种技术指标，如仪器仪表的精度、分辨率、线性度、重复性、量程、动态范围，电子计算机的字长、运算速度、容量等。不同的产品完成的功能是不同的。在研究产品的可靠性之前必须首先明确其"规定的功能"。即使同一产品，在不同的条件下其规定功能往往是不同的。因此，生产方或质量认证方对产品性能的规定是十分严密的，通常在产品说明书上列出全部性能参数作为规定功能的度量。但使用者往往只考虑在具体使用条件下所需要的功能而忽视其认为不影响正常工作的其他功能上的失效。产品的可靠性可以针对产品完成某种功能而言，也可以针对产品的多种功能综合而言。

产品的可靠性由固有可靠性和使用可靠性两部分组成。固有可靠性是在产品设计和制造过程中已经确定并最终在产品上得到实现的可靠性。产品的固有可靠性是产品的内在性能之一，产品一旦完成设计并按要求生产出来，其固有可靠性就被完全确定。使用可靠性是产品在使用中的可靠性，它往往与产品的可靠性存在着差异。这是由于产品生产出来后要经过包装、运输、贮存、安装、使用和维修等环节，且使用中实际环境与设计所规定的条件往往不一致，使用者操作水平与维修条件也不相同。通常，固有可靠性高，使用条件好的产品可靠性就高。一般可以将产品的可靠性近似看作为固有可靠性和使用可靠性之乘积。统计表明，国外电子设备故障原因中属于产品固有可靠性部分占了80%，其中设计技术占40%，器件和原材料占30%，制造技术占10%；属于产品使用可靠性部分占20%，其中现场使用占15%。因此，为提高产品可靠性，除设法提高产品的固有可靠性外，还应改善使用条件，加强使用中的保养和维修，使产品的固有可靠性在使用中得到充分发挥。

产品的失效是指产品丧失规定功能的现象。对于可修复的产品，失效可称为故障。维修则是为了恢复产品完成规定功能而采取的技术措施。维修性是指按规定条件使用的产品，在规定的时间内按规定的程序和方法进行维修，保持或恢复到能完成规定功能的能力。有效性是指可维修产品在某时刻具有或维持规定功能的能力。可靠性好，产品不易产生故障；维修性好，则一旦出现故障就容易修复，故障持续时间短，维持产品功能正常发挥的时间就长。所以，有效性是由可靠性与维修性综合而成的。

1.2 可靠性工程的发展历史

可靠性问题的提出源于军用电子设备。第二次世界大战期间，军用装备的可靠性出现了严重问题。美军机载电子设备运到远东后有60%不能使用，库存电子设备有50%失效，海军电子装备有70%处于失效状态。这就迫使美国在二次大战后期加强了长寿命电子管的研究。1952年美国国防部成立了专门研究电子设备可靠性的机构"电子设备可靠性咨询组"，即"AGREE"——Advisory Group on Reliability of Electronic Equipment。1957年发表了"电子设备可靠性报告"。在报告中提出了一套比较完整的评估产品可靠性的理论和方法，为电子产品的可靠性研究奠定了基础。以后，美国在可靠性技术领域一直处于领先地位。日本自1956年引进美国可靠性和经济管理技术后，于60年代成立国家质量管理委员会和电子元器件可靠性研究中心，并将美国航空、航天及军事工业的可靠性研究成果应用于民用工业，使民用电子工业产品质量大幅度提高，产品在各国赢得了良好声誉。

可靠性工程是一门发展时间较短的新兴学科，它的发展大致经历了下列几个阶段：第一阶段(30～40年代)，为可靠性工程的萌芽阶段。这一阶段中，随着数理统计这一可靠性基础理论的发展，以及由于工程实践的需要提出了可靠性的初步概念，形成了可靠性工程发展的雏形；第二阶段(50年代)，为可靠性工程的兴起阶段，主要进行深入调查研究，确定可靠性工作的内容；第三阶段(60年代)，为可靠性工程的全面发展阶段，主要是制定一系列有关可靠性标准，并深入进行可靠性基础理论和工程方法的研究，这一阶段中完善了可靠性设计和试验方法，开展了失效机理的研究，提出了失效模式、影响及后果分析(FMECA)和失效树分析(FTA)两种可靠性分析技术，创建了可靠性教育课程等；第四阶段(70年代以来)，为可靠性工程的深入发展阶段，主要是加强可靠性管理和形成质量保证体系，完善可靠性技术标准，研究可靠性试验新技术。同时，随着科学的发展，可靠性技术的研究还在不断充实和提高。在60年代全面发展的基础上，可靠性技术不仅在美国和其他经济发达国家不断向纵深发展，在一些发展中国家也得到了迅速发展。

我国可靠性工程的研究是从60年代初随着一些尖端军事科学技术的发展和工程实践的需要开始的。从1970年4月24日发射第一颗科学实验卫星"东方红"到近年跻身于国外通信卫星发射行列，表明我国在一些高科技领域的可靠性技术已具有相当水平。但是，可靠性技术在工业和企业中的应用还不广泛，与先进国家相比还存在着较大差距。

1.3 可靠性工程的内容

可靠性工程是研究影响产品可靠性的各种必然因素，以达到控制产品可靠性的目的。可靠性工程的内容主要有：可靠性指标要求的确定，可靠性指标的保障设计与实施，可靠性指标的定量检验以及可靠性管理等。所涉及的内容可概括如下：

与可靠性指标要求有关的数学基础主要有概率论和故障物理学等；可靠性指标的预计与分配将涉及各种结构模型的可靠度、维修度、有效度的计算。

与可靠性保障设计与实施有关的内容主要有元器件的选用与降额设计、容差设计、环境防护设计、故障诊断设计以及维修性设计等。

与可靠性指标定量检验有关的内容主要有各种环境影响、效应分析及其试验模拟方法，加速寿命试验及环境应力的研究，各种试验标准的制定与实施等。所涉及的主要基础理论是数理统计。

可靠性管理方面的主要内容有建立可靠性管理机构，制定可靠性计划，督促可靠性措施的实施，组织可靠性信息反馈，实施可靠性增长计划，制定可靠性标准化文件，组织可靠性全员培训等。

1.4 可靠性工程的重要性

可靠性学科的产生并逐步推广应用到各行业中，其最大的功绩就是将产品的可靠性由模糊的定性概念变为清晰的定量指标，并贯穿于产品的设计、制造和使用的整个过程中。世界各发达国家均十分重视可靠性工作，并投入了大量人力和物力对其进行研究和推广应用。因此，我们不应将可靠性工作的推广仅仅作为提高产品质量的措施，而应将它看成是提高整个工业体业、某一行业的管理水平，将我国产品的质量全面引上一个新台阶的战略措施，这也是关系到国家经济建设成败的关键因素。

在我国，可靠性技术的推广应用比发达国家要晚，产品的质量与发达国家的同类产品相比存在着较大差距。其主要原因是缺乏全民质量意识和有效的质量管理，对可靠性工作未形成自上而下的积极推动形势。在社会经济的发展中，产品竞争是必然趋势。可靠性已被当作竞争的武器，只有可靠性好的产品才能立足于市场。随着改革开放的进行，国内市场受到国外产品的冲击，迫使许多行业和企业清醒地认识到质量是企业的生命，产品竞争的焦点在于可靠性，只有把握了产品的可靠性才能在竞争中取胜。

可靠性工程是研究影响产品可靠性的各种必然因素，以达到控制产品可靠性的目的。它研究产品从设计、制造到使用及维修的全过程，涉及广泛的技术领域，是一个十分复杂的系统工程。因此，不能只靠少数人做这项工作，也不能靠短期突击。要抓好产品的可靠性，必须自上而下地抓，必须广泛地、全面地、全员地、全过程地开展可靠性工作。应对所有参加产品研制、设计、生产、使用、维修及管理的人员进行可靠性教育和培训。在高等工科院校应重视可靠性技术和管理的教学工作。只有这样，才能提高对可靠性的认识，逐步树立全民质量意识。同时，通过培养大量训练有素的可靠性工作者，真抓实干，才能把质量工作做好。

现代导航技术是一项涉及精密机械、微电子、计算机技术、无线电技术、自动控制、光学等多种学科的综合技术。其产品不仅在国防领域中占有非常重要的地位，而且在民用航空、航海等领域也有广泛应用。导航系统一旦发生故障，可能造成机毁人亡、触礁沉船的重大事故；在军用场合可能会贻误战机，其后果不堪设想。因此，随着导航事业的发展，人们不仅重视导航仪器、导航系统的精度，而且更加关注其可靠程度。由于导航仪器技术复杂、生产量少、产品研制周期长等特点，使可靠性设计成为导航系统现代设计方法中重要内容之

一。

我国导航事业起步较晚，产品可靠性与国外同类产品相比存在着较大差距，要赶上国际先进水平还需要在多方面做出艰苦努力。为此，更应切实抓好导航产品寿命周期内的各个阶段的可靠性工作，使我国的导航产品在质量上有一个大的飞跃。

第二章　可靠性数学基础

如同其他工程领域，在可靠性工程中数学也是必不可少的工具。数学是以一种简捷的方式来描述对象并引导求解的方法，所以借助数学可以加深对可靠性问题的理解。当然我们不必沉溺到数学方法中，因为数学作为一种工具只有和其他的非数学手段正确配合才具有实际意义。因此本章首先简要回顾与可靠性关系甚切的概率统计方面的有关知识，并介绍可靠性特征量含义及其数学描述，然后讨论可靠性技术中常用的概率分布。

2.1　常用的概率统计基本知识

概率论和数理统计是可靠性工程重要的数学基础。在可靠性工程中，寿命、可靠度、失效率等许多基本概念，各种寿命试验、可靠性预测、贮备设计等解决可靠性问题的主要方法都与概率统计紧密相关。因此，理解和掌握概率统计中最基本的概念、方法是学习和掌握可靠性技术的重要一步。

2.1.1　概率论的基本概念

在自然界里，人们观察到的现象大体可归结为两种类型。一类是事前可预言的，称为确定性现象或必然现象。如重物总是从高处垂直落到地面。另一类是事前不可预言的，即在同样条件下重复进行试验，每次结果未必相同。这类现象称之为偶然性现象或随机现象。如导航系统中，导航误差的随机成分是事先不可确定的。

对于这些随机现象是否有规律可寻？通过长期的观察和实践，人们逐渐发现，在相同条件下进行大量观察时，随机现象都呈现某种规律，因而也是可以预言的。概率论与数理统计就是研究随机现象统计规律的学科。

1. *一些基本术语*

① 试验：对自然现象进行观察或进行一次科学试验统称为试验；若该自然现象为随机现象，则称为随机试验。

② 事件：试验的每一个可能结果称为随机事件或事件。不可能再分的事件称为基本事件；由若干基本事件组合而成的事件称为复合事件。在一定条件组下必然发生的事件称为必然事件；在一定条件组下必然不发生的事件称为不可能事件。

③ 事件的关系和运算：

· 如果两个事件A与B不可能同时发生，则称事件A与B为互不相容。

· 如果事件A发生必然导致事件B发生，则称事件A含于事件B，或称B包含A，记为$A \subset B$。

· 如C表示"事件A与B中至少有一个发生"这一事件，则称C为A与B的和，记为$C=A \cup B$，或$C=A+B$。

· 如D表示"事件A与B同时发生"这一事件，则称D为A与B的积，记为$D=A \cap B$，或$D=AB$。

· 如E表示"事件A发生而事件B不发生"这一事件，则称E为A与B之差，记为$E=$

$A-B$。

·如F表示"事件A不发生"这一事件，则称F为A的逆事件，记为$F=\overline{A}$。

2．概率

当试验条件相同、试验次数无限增加时，如果事件A发生的频率趋近于一个稳定的数值，这个值称为事件A的概率，记为$P(A)$，且有$0\leqslant P(A)\leqslant 1$。

在事件B已发生的条件下，事件A发生的概率称为条件概率，记为$P(A|B)$，且有$P(A|B)=P(AB)/P(B)$。

3．全概率公式

设事件B_1、B_2、…、B_n两两互不相容，且其和事件为必然事件(即B_1、B_2、…、B_n是基本空间的一个划分)，则对于任一事件A，有全概率公式

$$P(A)=\sum_{i=1}^{n}P(A|B_i)P(B_i)。\tag{2-1}$$

4．贝叶斯公式

设事件A、B_i的含义同上，利用条件概率和全概率公式，有

$$P(B_i|A)=P(B_i)P(A|B_i)\bigg/\left[\sum_{j=1}^{n}P(B_j)P(A|B_j)\right],\ i=1,\ 2,\ \cdots,\ n。\tag{2-2}$$

式2-2称为贝叶斯公式，它在可靠性评估中有重要作用。

5．随机变量及其概率分布和数字特征

(1) 随机变量及其概率分布

随机变量是表示一类随机事件的实变量，可分为离散型和连续型两大类。随机变量的概率分布是以随机变量所取的值为自变量的函数，用于表示随机变量取值的规律性。

① 离散型随机变量的概率。设X为离散型随机变量，X取某一实数x_i的概率为p_i，则

$$p_i=P(X=x_i),\tag{2-3}$$

称$p_i(i=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$为$X$的分布列，或$X$的概率函数。显然，$p_i$满足：

$$\left.\begin{aligned}&0\leqslant p_i\leqslant 1\ \ (i=1,\ 2,\ \cdots),\\&\sum_{i=1}^{\infty}p_i=1。\end{aligned}\right\}\tag{2-4}$$

② 连续型随机变量的概率密度函数。若存在非负函数$f(x)$，$\int_{-\infty}^{\infty}f(x)\mathrm{d}x<\infty$，使随机变量$X$取值于任一区间$(x,\ x+\Delta x]$的概率为

$$P(x<X\leqslant x+\Delta x)=\int_{x}^{x+\Delta x}f(x)\mathrm{d}x,\tag{2-5}$$

则称$f(x)$为X的概率密度函数，或概率分布密度。显然，与离散型随机变量的概率函数相似，$f(x)$满足：

$$\left.\begin{aligned}&f(x)\geqslant 0,\\&\int_{-\infty}^{\infty}f(x)\mathrm{d}x=1。\end{aligned}\right\}\tag{2-6}$$

③ 分布函数。随机变量X的分布函数值是X不超过某一实数x的概率。分布函数$F(x)$定义为

九六

$$F(x)=P(X\leqslant x)。\tag{2-7}$$

所以，分布函数 $F(x)$ 有下列性质：

$$0\leqslant F(x)\leqslant 1,\ F(-\infty)=0,\ F(\infty)=1,\tag{2-8}$$

$$P(x_1<X\leqslant x_2)=F(x_2)-F(x_1)。\tag{2-9}$$

对于离散型随机变量，其分布函数为

$$F(x)=\sum_{x_i<x}P(X=x_i)。\tag{2-10}$$

(2) 随机变量的数字特征

① 随机变量的期望(均值)。随机变量的期望也称数学期望，是反映随机变量平均意义的数字特征，记为 $E(X)$，定义为

$$\left.\begin{aligned}&E(X)=\sum_i p_i x_i,\ \text{(对离散型随机变量}\ X\text{)；}\\&E(X)=\int_{-\infty}^{\infty}xf(x)\mathrm{d}x,\ \text{(对连续型随机变量}X\text{)。}\end{aligned}\right\}\tag{2-11}$$

② 方差。方差是表示随机变量 X 取值分散程度的数字特征。方差定义为中心化随机变量平方的期望，记为

$$D(X)=E[(X-E(X))^2]。\tag{2-12}$$

③ 分位数、中位数和众数。在可靠性技术中，概率分布的分位数也是一个重要的数字特征。设连续型随机变量 X 的概率密度函数和分布函数分别为 $f(x)$、$F(x)$，若存在

$$P(X\leqslant x_p)=F(x_p)=\int_{-\infty}^{x_p}f(x)\mathrm{d}x=p,\tag{2-13}$$

则称 x_p 为下侧分位数，其几何意义是概率密度曲线下 x_p 点左侧面积为 p；若存在

$$P(X>x_{1-p})=1-F(x_{1-p})=\int_{x_{1-p}}^{\infty}f(x)\mathrm{d}x=p,\tag{2-14}$$

则称 x_{1-p} 为上侧分位数，其几何意义是概率密度曲线下 x_{1-p} 点右侧面积为 p；若存在

$$P(X\leqslant x_{\alpha/2})=\alpha/2,\ P(X>x_{1-\alpha/2})=\alpha/2,\tag{2-15}$$

则称 $x_{\alpha/2}$、$x_{1-\alpha/2}$ 为双侧分位数。若 $p=0.5$，则分位数 x_p 称为中位数，记作 $x_{0.5}$；使概率密度函数达到极大的随机变量取值称为众数，记作 x_m，即 $f(x_m)$ 是一个极大值。

2.1.2 大数定律和中心极限定理

1. 大数定律

所谓大数定律是指一个事件发生的频率具有稳定性，即当试验次数无限增大时，在某种收敛意义下频率逼近某一定数。

贝努里大数定理：设事件 A 在 n 次独立试验中发生了 n_A 次，A 的概率为 p，则对任意小数 $\varepsilon>0$，有

$$\lim_{n\to\infty}P\{|n_A/n-p|<\varepsilon\}=1。\tag{2-16}$$

其含义为频率依概率收敛于对应的概率。

2. 中心极限定理

设随机变量 X_1、X_2、…、X_n 相互独立，且有相同的有限期望 μ 和方差 σ^2，则对任何固定

的 x，有

$$\lim_{n\to\infty}P\left(\frac{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}X_k-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\leqslant x\right)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x}\exp(t^2/2)\mathrm{d}t。\tag{2-17}$$

其含义是"分布的收敛"，而式 2-17 等号右边是标准正态分布。

2.1.3 数理统计的基本知识

概率论研究的是随机变量的相互关系，而数理统计则解决如何真实地从现实的有限的信息中获得随机变量世界中各客观量。其内容主要包括：估计、检验和分析。

1．*母体、个体、子样*

在数理统计中，通常把研究对象的全体称为母体或总体，而其中每一个成员称为个体。如研究一批产品的可靠性问题，则这批产品的整体为母体，而其中任一个产品即为个体。对母体的了解，往往是通过对个体的定性或定量的观测得到的。从母体中抽取一个个体，作一个试验或一次观察，那么这个抽出的个体称为样品。为了提供关于母体的信息，并作为对母体的某种判定的基础，一般需要从母体中抽取 n 个样品，这 n 个样品构成了母体的一个子样(或称样本)，n 称为子样的大小或容量。在实际应用中，常规定前一次抽取样品对后一次无影响。

2．*子样的分布及统计处理*

子样的分布就是子样的特性值或特性值组与对应频率间的对应关系。由于样品都服从同一个分布——总体的分布，所以对样品的观测值进行统计处理，可以求得子样分布，从而估计总体的真实分布类型及参数。具体方法可参见第三、五章有关内容。

3．*统计量和抽样分布*

子样 X_1、X_2、…、X_n 是从母体 X 中随机抽取的，它含有母体的各种信息。为了充分地利用子样所含的各种信息，常常把子样加工成某些函数。不含未知参数的子样的函数称为统计量。常用的统计量有：

① 子样极差：$\max(X_1, X_2, \cdots, X_n)-\min(X_1, X_2, \cdots, X_n)$；

② 子样极差中值：$\frac{1}{2}(\max(X_1, X_2, \cdots, X_n)-\min(X_1, X_2, \cdots, X_n))$；

③ 子样均值：$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$；

④ 子样方差：$S^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$，

或 $S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$；

⑤ 子样标准差：$S=\sqrt{S^2}$；

⑥ 次序统计量：子样 $X_1, \cdots, X_n$ 的第 k 个次序统计量记为 $X_{(k)}$。$X_{(k)}$ 的观察值是子样的观察值 $x_1, \cdots, x_n$ 按自小到大的次序排列后的第 k 个数。因此子样的第 n 个次序统计量就是子样的最大值。

由于统计量是随机变量，所以它也有概率分布。统计量的概率分布称为抽样分布，而抽样分布不一定等于总体的分布。

2.1.4 点估计和区间估计

在研究可靠性问题中，经常遇到的参数(分布参数、可靠性指标等等)都是未知的，需要进行估计。一般是通过子样去寻求这些参数的可能值，这就是参数估计问题。解决参数估计问题的数值分析法有点估计和区间估计两种。

1．参数的点估计

所谓点估计就是根据子样观测值对所求的参数求某一估计值。评价点估计优劣的常用原则是：

① 一致性：点估计量的一致性是指样本量 n 趋于无穷大时，点估计量 $\hat{\theta}$ 依概率收剑于待估计参数 θ，即存在一任意小数 $\varepsilon>0$，使得 $\lim\limits_{n\to\infty}P(|\hat{\theta}-\theta|<\varepsilon)=1$ 成立。

② 无偏性：点估计量的无偏性反映了估计量的精确程度，它是指点估计量的期望等于待估计参数，即 $E[\hat{\theta}]=\theta$。

③ 有效性：点估计量的有效性是相对无偏估计量的方差大小而言的；方差越小越有效。但最有效的估计量未必是最精确的，因为有偏估计中可能存在方差更小而观测值更接近被估计参数的估计量。所以有时从经济角度出发，突破无偏的原则，以方差作为评价估计量优劣的依据。

常用的点估计方法有图估计、矩法估计、极大似然估计、最小方差线性无偏估计即最佳线性无偏估计 BLUE、简单线性无偏估计 GLUE 等。

2．参数的区间估计

点估计值与真值之间有一定的误差，这个误差也许很小，也许很大。点估计方法本身无法确定这个误差的大小。为此可采用给出一个估计区间的方法。

若要对总体某一参数 θ 作出估计，可给定一常数 α，且 $0<\alpha<1$，并求出一个区间 $(\hat{\theta}_L, \hat{\theta}_U)$。该区间包含参数 θ 的真实值的概率为 $1-\alpha$，即

$$P(\hat{\theta}_L\leqslant\theta\leqslant\hat{\theta}_U)=1-\alpha, \tag{2-18}$$

则称 $[\theta_L, \theta_U]$ 是参数 θ 的置信度(置信水平)为 $1-\alpha$ 的估计区间，称 α 为显著性水平。这种方法称为双侧(或双边)置信限的区间估计法。对有的参数（如失效率），只需关心其置信上限；而对另一些参数(如平均寿命)，只需关心其置信下限，这时采用单侧(或单边)置信限的区间估计法。

在进行区间估计时，需要规定置信度。置信度越高，所估计的区间越宽，区间估计的精确性就越低。一般取置信度为 0.6～0.9。区间估计的具体方法请参见第五章第 5.3.3 节。

2.2 可靠性特征量

可靠性是产品的一种基本属性，在定量研究时往往需要各种数量指标。表示和衡量产品的可靠性的各种量统称为可靠性特征量。实际上通常只能获得有限个样品的观测数据，对它们经一定的统计计算后得到的是真值的估计，称为特征量的估计值。按照国标 GB 3187—82《可靠性基本名词术语及定义》中给出的具体定义的特征量估计值称为特征量的观测值。

2.2.1 可靠度特征量

可靠度是产品在规定条件下和规定时间内完成规定功能的概率。它是时间的函数，记作 $R(t)$，也称为可靠度函数。通常表示为

$$R(t)=P(T>t),\tag{2-19}$$

式中，t 表示规定时间；T 表示产品寿命。根据可靠度的定义可知，$R(0)=1$，$R(\infty)=0$。这表示开始时所有的产品是好的，当时间充分长后，全部产品都会失效。

实际可靠度数值是由试验或现场观测计算而得到的。可靠度观测值

$$R^*(t)=n_s(t)/n,\tag{2-20}$$

式中，t 为规定的时间；n_s、n 的含义是：1）对于不可修复的产品，$R^*(t)$ 是产品数之比，即 $n_s(t)$ 为到 t 时刻仍能完成规定功能的产品数，n 是开始时投入工作的产品数；2）对于可修复的产品，$R^*(t)$ 是次数之比。一个产品的无故障工作时间达到或超过 t，记为一次残存数，一个产品无故障工作时间不超过 t，记为一次故障数。$n_s(t)$ 为整个观察时间（可能大于 t）内总的残存次数，n 为残存次数与故障次数之和，即工作总次数。

2.2.2 失效特征量

1. 累积失效概率 $F(t)$ 和失效概率密度 $f(t)$

累积失效概率就是寿命的分布函数，也称为不可靠度，记作 $F(t)$。它是产品在规定的条件下和规定的时间内失效的概率，通常表示为

$$F(t)=P(T\leqslant t),\tag{2-21}$$

或

$$F(t)=1-R(t)。\tag{2-22}$$

因此，$F(0)=0$，$F(\infty)=1$。其观测值为

$$F^*(t)=1-R^*(t)=(n-n_s(t))/n。\tag{2-23}$$

失效概率密度是累积失效概率对时间的变化率，记作 $f(t)$。它是产品在包含 t 的单位时间内失效的概率，通常表示为

$$f(t)=\mathrm{d}F(t)/\mathrm{d}t。\tag{2-24}$$

其观测值为

$$f^*(t)=\Delta r(t)/(\Delta t\cdot n),\tag{2-25}$$

式中，$\Delta r(t)$ 是在 $(t,\ t+\Delta t]$ 时间内的失效产品数（对不可修复产品而言）或故障次数（对可修复产品而言）。

2. 瞬时失效率 $\lambda(t)$

瞬时失效率（简称失效率）定义为：工作到 t 时刻尚未失效的产品在该时刻 t 后的单位时间内发生失效的概率，记为 $\lambda(t)$。由失效率定义可知它的概率表达式为一条件概率，即

$$\begin{aligned}\lambda(t)&=\lim_{\Delta t\to 0}[P(t<T\leqslant t+\Delta t\mid T>t)/\Delta t]\\&=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{P(t<T\leqslant t+\Delta t,\ T>t)}{P(T>t)\cdot\Delta t}\\&=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{P(t<T\leqslant t+\Delta t)}{P(T>t)\cdot\Delta t}。\end{aligned}\tag{2-26}$$

利用式 2-9、式 2-21、式 2-22 可以推得

$$\lambda(t)=-R'(t)/R(t)。\tag{2-27}$$

因为 $R(0)=1$，所以

$$R(t)=\exp\left(-\int_0^t\lambda(\tau)\mathrm{d}\tau\right)。\tag{2-28}$$

失效率的观测值为

$$\lambda^*(t)=\Delta r(t)/[\Delta t\cdot n_s(t)]。\tag{2-29}$$

实际工作中常用到平均失效率，其观测值 $\bar{\lambda}^*$ 为

$$\bar{\lambda}^*(t) = r/T。 \tag{2-30}$$

式中，T 为所有试验产品的总工作时间；r 为失效数(对不可修复产品而言)或故障次数(对可修复产品而言)。

2.2.3 寿命特征量

1. 平均寿命

平均寿命的含义是寿命的数学期望。不可修复产品的平均寿命是指失效前的平均工作时间，记作 MTTF(Mean Time to Failure)；可修复产品的平均寿命是指相邻两次故障间的平均时间，称为平均无故障工作时间，记作 MTBF(Mean Time Between Failures)。由于两者数学表达式和物理意义相同，所以统称为平均寿命，记作 $\bar{t}$。母体平均寿命为

$$\bar{t} = \int_0^\infty t f(t) \mathrm{d}t, \tag{2-31}$$

式中，$f(t)$ 为失效概率密度；

或者

$$\bar{t} = \int_0^\infty R(t) \mathrm{d}t, \tag{2-32}$$

式中，$R(t)$ 为可靠度。

平均寿命的观测值为

$$\bar{t}^* = T/r, \tag{2-33}$$

式中，T 为所有试验产品的总工作时间；r 为失效数(对不可修复产品而言)或故障次数(对可修复产品而言)。

2. 寿命方差和寿命标准差

寿命方差和寿命标准差反映了寿命分布的分散性。

总体的寿命方差表达式为

$$\sigma_t^2 = \int_0^\infty (t - \bar{t})^2 f(t) \mathrm{d}t。 \tag{2-34}$$

寿命标准差为

$$\sigma_t = \sqrt{\sigma_t^2}。 \tag{2-35}$$

寿命方差和寿命标准差的观测值为

$$\sigma_t^{2*} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (t_i - \bar{t})^2, \tag{2-36}$$

$$\sigma_t^* = \sqrt{\sigma_t^{2*}}, \tag{2-37}$$

式中，n 为试验产品总数；t_i 为第 i 个试验产品的实际寿命；$\bar{t}$为平均寿命。

3. 可靠寿命、中位寿命和特征寿命

可靠度等于给定值R时的产品寿命称为可靠寿命，记作 t_R，即 $R(t_R) = R$。可靠寿命的表达式为

$$t_R = R^{-1}(R), \tag{2-38}$$

式中，$R^{-1}(R)$是$R(t)$的反函数。

当 $R = 0.5$ 时产品的寿命称为中位寿命，即

$$t_{0.5} = R^{-1}(0.5)。 \tag{2-39}$$

当 $R = \exp(-1) \doteq 0.37$ 时产品的寿命称为特征寿命，即

$$t_{0.37}=R^{-1}(0.37)。\tag{2-40}$$

对寿命服从指数分布的产品而言，可以证明其特征寿命就是平均寿命。

2.2.4 其他特征量

可靠性的其他特征量是指维修性特征量和有效性特征量。主要有：

① 维修度：在规定条件下使用的产品，在规定时间内按照规定的程序和方法进行维修时，保持或恢复到能完成规定功能状态的概率。

② 修复率：修理时间已达到某个时刻但尚未修复的产品，在该时刻后的单位时间内完成修理的概率。

③ 平均修复率：其观测值为在某观察期内完成修理的概率。

④ 平均维修时间，记作 MTTR (Mean Time To Repair)：修复时间的平均值。其观测值定义为修复时间总和与修理次数之比。

⑤ 有效度：有瞬时有效度、平均有效度和极限有效度之分。瞬时有效度是产品在某时刻具有或维持其规定功能的概率；平均有效度是在某个规定时间区间内瞬时有效度的平均值；极限有效度也称稳态有效度，是当时间趋于无限时，瞬时有效度的极限值，记为 A，可以证明

$$A=\mathrm{MTBF}/(\mathrm{MTBF}+\mathrm{MTTR})。\tag{2-41}$$

其观测值为

$$A^*=\text{正常工作时间}/(\text{正常工作时间}+\text{维修时间})。\tag{2-42}$$

显然，A 越大，说明产品有效工作程度越高。

2.2.5 各特征量之间的关系

不考虑维修问题时，最主要的特征量是 $\lambda(t)$、$R(t)$、$F(t)$、$f(t)$ 和 $\bar{t}$ 五种。根据式 2-20 至式 2-33，可总结它们之间关系：

$$\lambda(t)\underset{-\frac{R'(t)}{R(t)}}{\overset{\exp\left(-\int_0^t\lambda(\tau)\mathrm{d}\tau\right)}{\rightleftarrows}}R(t)\underset{1-F(t)}{\overset{1-R(t)}{\rightleftarrows}}F(t)\underset{\int_0^t f(\tau)\mathrm{d}\tau}{\overset{\mathrm{d}F(t)/\mathrm{d}t}{\rightleftarrows}}f(t)；$$

$$R(t)\xrightarrow{\int_0^\infty R(t)\mathrm{d}t}\bar{t}\xleftarrow{\int_0^\infty tf(t)\mathrm{d}t}f(t)。$$

它们的观测值满足下列公式：

$$\begin{aligned}
R^*(t)&=n_S(t)/n,\\
F^*(t)&=(n-n_S(t))/n,\\
f^*(t)&=\Delta r(t)/(\Delta t\cdot n),\\
\lambda^*(t)&=\Delta r(t)/[\Delta t\cdot n_S(t)],\\
\bar{t}^*&=T/r。
\end{aligned}$$

例 2-1 设有 100 台不可修复的仪器投入试验，试验至 500 h 时有 6 台失效，继续试验至 585 h 又有 1 台失效，至试验结束时所有仪器失效，并有累积工作时间 800000 h。试求 500 h 时的 $R(t)$、$F(t)$、$f(t)$、$\lambda(t)$ 及仪器的平均失效率和平均寿命。

解 由题意可知，$n=100$，$n_S(500)=94$，$\Delta r(500)=1$，$\Delta t=585-500=85\mathrm{h}$，$T=800000\mathrm{h}$，$r=100$，且所求值均为观测值。根据前述公式可得：

$$R^*(500)=94/100=0.94,$$

$$F^*(500)=6/100=0.06,$$
$$f^*(500)=1/(85\times100)=11.76/10^5\mathrm{h},$$
$$\lambda^*(500)=1/(85\times94)=12.52/10^5\mathrm{h},$$
$$\bar{\lambda}^*=100/800000=12.50/10^5\mathrm{h},$$
$$\bar{t}^*=800000/100=8000\mathrm{h}。$$

2.3 常用的概率分布

在可靠性工程中要用到许多种概率分布，它们可分为两类：一类是产品失效模型的分布；另一类是为处理试验数据、进行各种假设检验等统计运算所用的分布。本节将介绍这两类分布中常用的几种概率分布。

2.3.1 用作失效模型的分布

1．指数分布

指数分布是可靠性工程中最常用的分布，其特点是失效率 λ 是常数，这意味着可靠度是时间的函数，但不是元件寿命的函数。元件没有老化，失效仅仅是因为随机冲击造成的，如超过强度的瞬时应力。指数分布常用于大多数电子元件及复杂的硬件系统，如中央导航计算机、船用惯性导航系统、制导系统、电气连接、功率分配、伺服机构等等。

根据指数分布定义可知与之对应的各可靠性特征量为：

失效率： $$\lambda(t)=\lambda, \tag{2-43}$$

可靠度： $$R(t)=\exp\left(-\int_0^t\lambda(\tau)\mathrm{d}\tau\right)=\exp(-\lambda t), \tag{2-44}$$

分布函数： $$F(t)=1-R(t)=1-\exp(-\lambda t), \tag{2-45}$$

密度函数： $$f(t)=\mathrm{d}F(t)/\mathrm{d}t=\lambda\exp(-\lambda t), \tag{2-46}$$

平均寿命： $$\bar{t}=\int_0^\infty R(t)\mathrm{d}t=1/\lambda。 \tag{2-47}$$

指数分布具有以下的特性：

① 平均寿命 $\bar{t}$ 与失效率 λ 互为倒数(式2-47)。

② 特征寿命等于平均寿命。因为根据式 2-38，可靠寿命为

$$t_R=R^{-1}(R)=-(\ln R)/\lambda。$$

令 $R=\exp(-1)$ 得，

$$t_{\exp(-1)}=1/\lambda=\bar{t}。$$

③ 指数分布具有无记忆性。其含义是产品在已经工作了 t_1(h) 并且工作仍正常的条件下，再继续工作 t_2(h) 的正常工作概率与 t_1 的大小无关，就如同一个新产品从头开始工作一样。证明如下。

工作了 t_1(h) 仍正常的产品再继续工作 t_2(h) 的正常工作概率为一条件概率 $P(T>t_1+t_2|T>t_1)$，工作 t_2(h)的正常工作概率为 $P(T>t_2)$，根据式 2-19、式 2-44 及条件概率定义，有

$$\begin{aligned}P(T>t_1+t_2|T>t_1)&=P(T>t_1+t_2,\ T>t_1)/P(T>t_1)\\&=R(t_1+t_2)/R(t_1)\\&=\exp(t_2)=R(t_2)=P(T>t_2)。\end{aligned}$$

如果指数分布中用$(t-\gamma)$代替t，则可得到双参数指数分布，其中$t\geq\gamma$，γ为大于零的常数且称为位置参数或起始参数。双参数指数分布的各特征量为：

$$\left.\begin{array}{ll}
\text{可靠度：} & R(t)=\exp(-\lambda(t-\gamma)), \\
\text{分布函数：} & F(t)=1-\exp(-\lambda(t-\gamma)), \\
\text{密度函数：} & f(t)=\lambda\exp(-\lambda(t-\gamma)), \\
\text{可靠寿命：} & t_R=\gamma+\dfrac{1}{\lambda}\ln\dfrac{1}{R}, \\
\text{平均寿命：} & \bar{t}=\gamma+1/\lambda, \\
 & t\geq\gamma\geq 0。
\end{array}\right\} \qquad (2\text{-}48)$$

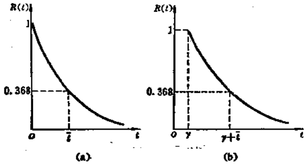

图 2-1　指数分布的可靠度函数曲线

(a) 单参数；(b) 双参数

与单参数指数分布不同的是$t<\gamma$时产品不失效。指数分布的可靠度函数如图 2-1 所示。

例 2-2　设某型号电控罗经的电源系统的失效模型服从指数分布，它的 MTBF为20000h，试求其中位寿命及工作 2000 h 的可靠度。

解　因为$\bar{t}=20000\,\text{h}$，$\lambda=1/\bar{t}$，所以

$$t_{0.5}=-(\ln R)/\lambda=\bar{t}\cdot\ln 0.5\doteq 13863\,\text{h}。$$

$$R(2000)=\exp(-\lambda\cdot t)=\exp(-2000/20000)\doteq 90\%。$$

说明这种电源系统正常工作 2000 h 的可靠度为 90%，且工作至 13863 h 时有 50% 的可能出现故障。

2. 威布尔分布

在可靠性工程中，威布尔分布是适用范围较广的一种分布，它是由瑞典人 Weibull.W.于1951 年提出的。它能全面地描述后面将要介绍的浴盆失效率曲线的各个阶段。当它的参数不同时，可以蜕化为指数分布、瑞利分布和正态分布。它可以用作疲劳失效、轴承失效等金属材料疲劳寿命问题，以及某一局部失效或故障会引起全局机能停止运行的元器件、设备、系统等的失效模型。

威布尔分布也可分为双参数威布尔分布和三参数威布尔分布。与指数分布相似，后者与前者的不同之处在于产品在小于γ时间内不发生失效。

(1) 双参数威布尔分布

双参数威布尔分布假设失效率取幂函数

$$\lambda(t)=\frac{m}{\eta}\left(\frac{t}{\eta}\right)^{m-1}, \qquad (2\text{-}49)$$

或 $$\lambda(t)=mt^{m-1}/t_0, \tag{2-50}$$
式中，m 为形状参数；t_0 为尺度参数；且 $t_0=\eta^m$；η 称为真尺度参数。

根据各特征量之间关系可得：

可靠度： $$R(t)=\exp\left[-\int_0^t\lambda(\tau)\mathrm{d}\tau\right]=\exp\left[-\left(\frac{t}{\eta}\right)^m\right], \tag{2-51}$$

或 $$R(t)=\exp\left(-\frac{t^m}{t_0}\right); \tag{2-52}$$

分布函数： $$F(t)=1-R(t)=1-\exp\left[-\left(\frac{t}{\eta}\right)^m\right], \tag{2-53}$$

或 $$F(t)=1-\exp\left(-\frac{t^m}{t_0}\right); \tag{2-54}$$

密度函数： $$f(t)=\frac{\mathrm{d}F(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{m}{\eta}\left(\frac{t}{\eta}\right)^{m-1}\exp\left[\left(-\frac{t}{\eta}\right)^m\right], \tag{2-55}$$

或 $$f(t)=\frac{m}{t_0}t^{m-1}\exp\left(-\frac{t^m}{t_0}\right)。 \tag{2-56}$$

图 2-2 表示了 $t_0=1$ 时威布尔分布的 $f(t)$、$R(t)$ 及 $\lambda(t)$ 的曲线形状。由式 2-49 可知，当 $m=1$ 时可得到对应于常数失效率的指数分布。当 $m<1$ 时，失效率是递减的，是典型的磨合现象。当 $m>1$ 时，失效率是递增的，是典型的老化现象。

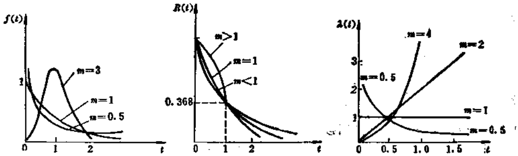

图 2-2 威布尔分布各函数曲线

该分布对应的平均寿命为
$$\bar{t}=\int_0^\infty R(t)\mathrm{d}t=\int_0^\infty\exp\left(-\frac{t^m}{t_0}\right)\mathrm{d}t。$$
令 $x=t^m/t_0$，则
$$\bar{t}=\int_0^\infty\exp(-x)\cdot\frac{1}{m}\cdot t_0^{\frac{1}{m}}\cdot x^{\frac{1}{m}-1}\mathrm{d}x。$$
将 Gamma 函数 $\Gamma\left(\frac{1}{m}\right)=\int_0^\infty\exp(-x)\cdot x^{\frac{1}{m}-1}\mathrm{d}x\ \left(\frac{1}{m}>0\right)$ 代入上式，则
$$\bar{t}=t_0^{\frac{1}{m}}\cdot\frac{1}{m}\cdot\Gamma\left(\frac{1}{m}\right)。$$
利用 Gamma 函数的性质及 η 与 t_0 之关系可得
$$\bar{t}=\eta\cdot\Gamma\left(1+\frac{1}{m}\right)。 \tag{2-57}$$
Gamma 函数值可在数学手册中查到。

类似地可得到寿命方差和可靠寿命：