

工业试验统计



K. A. 勃郎里著

科学出版社

29.2076

380

工业試驗統計

K. A. 勃郎里 著

陈 蔭 枋 譯

科 学 出 版 社

K. A. Brownlee
INDUSTRIAL EXPERIMENTATION
Chemical Publishing Co., Inc.
Brooklyn, New York
1949

內 容 簡 介

本書是一本介紹如何应用数理統計方法分析工业生产試驗統計資料的著作。其內容涉及范围甚广，而重点介紹的則为显著性檢定法、相关与迴归、方差分析与試驗設計。作者十分強調了試驗統計設計与方差分析的效用，甚至有过于武断和定型化之嫌，这点是反映了英美数理統計的学术观点的。

本書的主要特点是从实用的角度出发，选择了一些实际工业試驗的例子，由浅入深具体地說明了数理統計的分析方法，并詳細地列出了其計算步驟，使数学基础較差，缺乏数理統計素养的讀者有可能通过其范例所示，逐步地掌握这种工具，結合具体情况进行分析研究。

本書可供从事工业試驗人員与有关专业的教师和学生以及科学研究工作参考之用。

工 业 試 驗 統 計

K. A. 勃郎里著
陈 蔭 枋 譯

科学出版社出版（北京朝陽門大街117号）

北京市書刊出版业营业許可証出字第061号

中国科学院印刷厂印刷 新华書店总經售

1959年12月第一版

1959年12月第一次印刷

（京）0001—8,000

套号：2010 字数：215,000

开本：850×1168 1/32

印张：8 3/8

定价：1.20 元

前 言

这本专著系根据以前軍需工厂(火藥)管理局所出版的一个备忘录写成,原供英国皇家軍需工厂(火藥)在化学制造作业方面进行实验工厂或工厂规模的試驗时所使用的。当时曾进行过很多这类的試驗,事实证明最好将这样試驗的結果經過鉴定式的显著性检定。可是对于这种直截了当的显著性检定方法的簡便說明,从一个能在实践上应用它而不需要掌握它們全部理論背景知識的观点写成的書,当时并没有現成的,所以就試着准备写下一本。

显然,要方便而經濟地应用显著性检定法,試驗就不得不按照适当的形式来规划。还要考虑到所规划的方法对工业試驗者來說应该成为一个标准工具,正象化学天平对于試驗室試驗者一样。在进行一个工业試驗时,其选择并不在于是使用一个可以应用适当的显著性检定法的統計設計,还是使用一般的方法;而是在于所用的方法是否正确。甚至最简单的試驗也需要一个关于其結果显著性的估計。

习惯上往往只是在試驗已經做完后才請教統計学家,問他“对于这个結果他能做什么”,对于这点不能过于强烈地責难。主要之点是要使这个試驗处于一种适合于分析的形式,而一般地說这只能靠在与統計学家的磋商下来設計这个試驗或是对于所包括的統計原理予以正当的注意时才能达到。

所以現在这本专著就是企图使之成为工业规模的試驗的一个规划与解释的指南,并且希望其所描述的方法会变成进行这样試驗的人所日常应用的方法的一部份。

鮑 邓 (R. C. Bowden)

(英国供应部軍需工厂(火藥)厂长)

著者第一版序言节录

这本专著是企图給那些对现代統計方法进行研究工作的人提供一个指南，其中一方面是应用显著性检定法以确定在試驗資料的归納中所达到的可靠程度；另一方面是应用統計設計以最少的耗費求得最大的准确性。

本書完全是从实用的观点来論述的。理論方面只限于最低的水平，其中包括的数学只是简单的算术。所討論的每个統計方法都用实例說明，詳細地求出其結果，指明在其实用中的含义确实是什么。有些比較高深的方法可能显得难些，但这要强调地指出，它們必須通过一些較简单的方法的应用来逐渐理解。在简单方法的应用方面有些經驗后便可引向熟練与自信，进而可以了解到这种高深的方法不过是简单方法的順利推广。

作者所汲取的理論依据自然是为菲歇 (R. A. Fisher) 教授所大大发展而在其所著的“研究工作者用的統計方法” (“Statistical Methods for Research Workers”) 和“試驗的設計” (“The Design of Experiment”) 两書中闡明过的。

感謝菲歇教授与耶茲 (Frank A. Yates) 博士，承其允許从他們的“生物农业与医学研究用的統計表”書中翻印了表 III—VI, IX, XII 与 XXIII。并且感謝英国皇家度量所，承其允許从 B. S. 600R “質量控制图”中翻印了質量控制图的一些系数。

書中引用的例子都是英国皇家軍需工厂 (火藥) 的試驗与研究工作的結果，作者还要感謝凱恩斯 (A. C. H. Cairns) 先生、伍德海特 (A. H. Woodhead) 先生、牛曼 (D. Newman) 先生等，他們对于本書的概念与輪廓形成曾提供了寶貴的合作。作者还要感謝鮑邓 R. C. Bowden 博士在本書的写作过程中的积极关怀和鼓励。

勃郎里 (K. A. Brownlee)

著者第二版序言

这版主要增加的部分是大大扩充了第一章和新增了两章——关于均衡缺项区組的第十三章和关于混杂的第十四章。此外增加的有：第七章 §4 中行大小不等的方差組成部分；第九章 §8 中关于迴归綫誤差方差的精确公式；第十章 §4 中复迴归的杜立特 (Doolittle) 計算法；第十二章 §3 中平方和的分解。

在許多細節上也曾做了些次要的补充。

勃耶里 (K. A. Brownlee)

著者第三版序言

第一章扩增了关于尧敦方区組 (Youden Squares) 与随机化两节。第九章 §7 中更詳細地討論了迴归綫的比較。第十二章 §7 增了一个拉丁方区 (Latin Square) 的数字例子。尧敦方区組的計算方法和一些例子在第十三章 §5 中給出。第十四章扩增了关于三个水平 §7 与四个水平 §8 的因子混杂的討論。附录中增加了角变换表 (VI) 与随机数字表 (VII)。还做了些次要的补充。

勃耶里 (K. A. Brownlee)

著者第四版序言

这一版主要增加的部分是关于因子試驗部分重复的第十六章。

其它修正中最重要的是将原来关于拉丁方区組的資料扩充重新按排成一个新的第十三章。其余修正的有：在指定界限以外正态曲綫百分比的計算 (第二章 §10)；自由度不等的方差的巴特萊 (Bartlett) 檢定法 (第四章 §3)；簡單迴归与多重迴归公式的証明 (第九章 §4 与第十章 §2)；因子試驗中缺落数值的处理 (第十二章

§11)；均衡缺項區組的可能設計（第十六章 §3）及其效率（第十四章 §4）。

增加了一個參考文獻和一個索引。

勃郎里 (K. A. Brownlee)

目 录

前言	1
第一版序言节录	ii
著者第二版序言	iii
著者第三版序言	iii
著者第四版序言	iii
第一章 緒論	1
§ 1. 試驗誤差	1
§ 2. 傳統試驗与工业試驗	1
§ 3. 重复性	3
§ 4. 試驗設計: 随机区組	4
§ 5. 拉丁方区組	6
§ 6. 均衡缺項区組	6
§ 7. 尧敦方区組	8
§ 8. 格形方区組	10
§ 9. “区組”的性質	11
§ 10. 复因子試驗	12
§ 11. 三因子試驗	13
§ 12. 高級因子試驗	16
§ 13. 随机化	17
第二章 統計的基本概念	19
§ 1. 統計術語	19
§ 2. 概率	20
§ 3. 总体, 显著性檢定法	20
§ 4. 显著性水准	21
§ 5. 計算工作	21
§ 6. 能变性的測量尺度	23
§ 7. 方差的核算	25
§ 8. 方差的定义	26

§ 9. 分布	26
§10. 分組頻数分布	28
§11. 对数正态分布	31
第三章 平均数的显著性	33
§ 1. 单个平均数的显著性	33
§ 2. 单个平均数的置信界限	34
§ 3. 两个平均数的比較	36
§ 4. 結論	38
第四章 方差的比較	39
§ 1. 两个方差的比較	39
§ 2. 几个方差的平均	40
§ 3. 几个方差的比較	41
§ 4. 方差的置信界限	44
(1) 小样本	44
(2) 大样本	45
第五章 χ^2 检定法	46
§ 1. 引言	46
§ 2. 1×2 表	46
§ 3. χ^2 值表	48
§ 4. $1 \times n$ 表	48
§ 5. 2×2 表	50
§ 6. $2 \times n$ 表	53
§ 7. $n_1 \times n_2$ 表	54
§ 8. 細格期望頻数不小于 5 的限制	55
第六章 普哇松分布	57
§ 1. 引言	57
§ 2. 每段时间內的事故数	57
§ 3. 時間間隔的分布	60
第七章 方差分析	62
§ 1. 引言	62
§ 2. 各批間与各批內的方差分析	62
§ 3. 多道工序作业的研究	65

§ 4. 大小不等各行的方差分析	66
§ 5. 按列、行和剩余的組成部分进行的方差分析	69
第八章 質量控制图	71
§ 1. 引言	71
§ 2. 批內的能变性——极差控制图	72
§ 3. 极差控制图与巴特萊檢定法的比較	73
§ 4. 批間的能变性——平均数控制图	73
§ 5. 极差折合标准偏差的換算	74
第九章 两个变量間的关系	76
§ 1. 引言	76
§ 2. 各种变换	77
§ 3. 相关系数	77
§ 4. 迴归綫方程	79
§ 5. 按迴归綫計算的剩余方差	82
§ 6. 方差分析在检查迴归性上的用途	83
§ 7. 迴归系数的比較	83
§ 8. 按迴归綫計算剩余方差的精确公式	86
§ 9. 方差分析在检查直綫性上的用途	87
§ 10. 分組資料相关系数等的計算	89
§ 11. 相关关系与因果关系	92
§ 12. 結論	93
第十章 复相关	94
§ 1. 引言	94
§ 2. 两个自变量	94
§ 3. 复迴归与偏相关分析的必要性	102
§ 4. 具有三个自变量的复相关	104
§ 5. 結論	109
第十一章 方差分析总論	110
§ 1. 引言	110
§ 2. 方差分析的类型	110
§ 3. 二因子分析	111
§ 4. 三因子分析	111

§ 5. 四因子分析	120
§ 6. 五因子分析	131
§ 7. 不完全的二因子分析: 一个因子重复	136
§ 8. 不完全的三因子分析: 两个因子重复	136
§ 9. 双重不完全的三因子分析: 一个因子有两次重复	139
§10. 不完全的四因子分析: 三个因子重复	143
§11. 双重不完全的四因子分析: 两个因子有两次重复	147
§12. 三重不完全的四因子分析: 一个因子有三次重复	149
§13. 一个不完全的五因子分析	153
第十二章 方差分析各方面的問題	159
§ 1. 引言	159
§ 2. 方差組成部分的用途	159
§ 3. 分解平方和为一次、二次等的組成部分	161
§ 4. 因子設計的基本假定	169
§ 5. 以交互作用为誤差的估計的用法	170
§ 6. 在报告中所需說明的詳細程度	172
§ 7. 化学上抽样的理論	172
§ 8. 資料的同質性	175
§ 9. 在方差分析中对数变换的用法	177
§10. 在方差分析中的其他变换	178
§11. 缺落数值	179
§12. 方差分析的基本假定	183
第十三章 拉丁方区組与完全正交方区組	185
§ 1. 引言	185
§ 2. 希腊-拉丁方区組与完全正交方区組	186
§ 3. 拉丁方区組的用法	189
§ 4. 一个拉丁方区組的例子	189
第十四章 均衡缺項区組	194
§ 1. 引言	194
§ 2. 計算	194
§ 3. 可能的設計	196
§ 4. 均衡缺項区組設計的效率	199

§ 5. 对称缺项区組的其他用途	201
§ 6. 尧敦方区組	201
第十五章 混杂試驗, 关于因子試驗中限定区組大小 的問題	204
§ 1. 因子的代数表示法	204
§ 2. 三因子試驗的混杂	206
§ 3. 四因子試驗的混杂	207
§ 4. 五因子試驗的混杂	209
§ 5. 六因子試驗的混杂	210
§ 6. 一个混杂試驗結果的核算: 一个例子	211
§ 7. 每个因子有三个水平的混杂試驗	215
§ 8. 每个因子有四个水平的混杂試驗	219
§ 9. 双重混杂	220
第十六章 部分重复的因子試驗	223
§ 1. 部分重复的必要性	223
§ 2. 混杂排列的构成	224
§ 3. 一个简单的半数重复的排列	225
§ 4. 实用时半数重复的排列	227
§ 5. 在部分重复試驗中混杂	227
§ 6. 更高的部分重复	228
§ 7. 設計的构造	229
§ 8. 一个半数重复試驗的例子	230
§ 9. 某些因子为四个水平时的試驗	234
§ 10. 递减重复部分的次序	234
§ 11. 混杂与部分重复的关系	235
第十七章 总结	238
§ 1. 多变量作业的研究	238
§ 2. 計劃試驗的优点	239
§ 3. 結論	242
附录	243
表 I t 值表	243
表 II χ^2 值表	244

表Ⅲ	方差比值表	245
表Ⅳ	相关系数表	249
表Ⅴ	质量控制图用系数表	250
表Ⅵ	百分比换成度数的角变换表	250
表Ⅶ	普拉毕值简表	250
表Ⅷ	随机数字表	251
参考文献		253
索引		255

第一章 緒 論

§1. 試驗誤差

在所有試驗工作中，我們的觀察值总要受到試驗誤差的影响。沒有一个試驗者会坚持辯駁这种說法的。这就使得为了要判断任何試驗結果的准确性，把試驗結果与其誤差的估計进行比较具有极显著的意义；这就是直到近来才开始为一般人所認可而为統計学者所周知的“显著性检定”的措施。可以不必踟躕地說缺乏这种显著性检定是大多数工业試驗不能令人满意的主要根源：誤差是大的，比我們所能理解的还大，而且試驗的表面效应，歸屬於試驗者所变动的那些因素，实际上仅是由于这些誤差的偶然波动而发生。如果严格的显著性检定法被应用了，很多这类的断定会被証明是建立在不充分的証据上，而且許多断定会被查明是虛假的（缺乏充分証据的論断当然并不意味着那个断定是錯誤的：它的結果可能被論断者所碰巧猜中。不过工厂的經理人員在采納試驗者的建議时，他确实願意知道他是依据已經科学地証明了的事实，还是依据主觀猜測来采取行动的）。

§2. 傳統試驗与工业試驗

在誤差的重要性問題上，試驗室的試驗和工业的或工厂規模的試驗存在着基本差別。試驗室里的試驗者具有优越的条件，他可以使所有自变量完全在他控制之下：他的試驗原料尽可能地具有高度純淨；測量仪器都能达到高度准确，因而試驗誤差总是很小的。

說到上面試驗室里的試驗者，我們特別是指那些从事于物理化学体系方面的工作者。任何試驗包括着有生命的物質，例如微生物，菌类等总会发现具有較大的能变性，不在試驗者的控制范

围之内。那末，即使他是在試驗室的規模内进行，試驗誤差的大小，也会更接近于工业試驗者所处的地位。

另一方面，工业試驗者常常不能对其所有变量得到完全控制，因为通常試驗的規模是如此之大，以致要想控制这些变量就需要很大一批管理人員。而且要控制得很好还可能是一个困难的技术問題：在設備好的試驗室里用通常测量温度的仪器把温度控制在很精細的限度以内，一般說来是容易的。对于一个工厂規模的試驗，一般說来是很不现实的。再說，給任何試驗室仪器加上优良的外罩是容易的；反之，要罩着一个 50 呎高的吸收塔就会所費不貲。

再者，对于工业試驗者來說，在实际工作中重要的是进行研究只能极輕微地妨害正常生产，因此，也許有可能得到关于这些变量的控制，可是对每批生产却用了很多的时间和监督，以致整个厂的出产严重地减少。或者我們願意就一个較大的范围内改变一些自变量，借以得到一些离散开的点值以便可以清楚地显示出其对于因变量的影响；这样就可能造成大量的不合乎規格的废品的生产。因此，就有必要在自变量的較窄的范围内来进行，这意味着我們所观察到的效应的大小将要大为縮小而且可能充滿着誤差。

这些因素致使在工业試驗中所产生的結果一般地較試驗室的結果具有更大的誤差。在这情况下，就难以决定某个特殊的結果是真正的或是由于誤差的緣故；这就要求有一个統計的显著性的檢定。再者，为了得到一个显著的结果（即在一个結果中的表面效应是显著地大于測定該效应时的誤差），除了我們应用一些特殊的統計规划外，我們需要多次的試驗（然而从費用来核計这恰恰是在工业上所极不希望的）。

最后，并不多余地要指出，根据作者的經驗，即使在試驗室工作，当应用精确的統計方法客观地核算时，誤差也常常大大地超过試驗者所能信服或声称的程度。

很明显，从上述各点考虑，工业試驗者不得不面对着一系列比。試驗室試驗者所遇到的更多的問題，因此，就需要一套补充方法。

这些方法近年来已被农业方面的研究工作者（著名的如 R. A. 菲歇及其罗萨姆斯特(Rothamsted)試驗站的同事們)所推演出来，他們承認气候与土壤肥沃力的差异是屬於控制以外的变量的。

茲郑重介紹讀者去閱讀 R. A. 菲歇的“試驗的設計”(The Design of Experiments, Oliver and Boyd 出版，第四版，1947)，特別是前半部，它是关于試驗原理的一个权威性的闡述。

§ 3. 重 复 性

如果对于一个效应我們估計的誤差太大，一般地有两个办法可以任选其一來縮小它。一个办法是技术方面的改善，例如应用更准确的測溫仪器；在更好的天平上称量；采取极小心的措施預防蒸发等等。另一个办法而且往往是在工业規模上唯一可以选择的办法，我們可以将試驗重复若干次，并且取其結果的平均数。不幸，这个处理法并不是很有效的，因为这个平均数的誤差是与观察值数平方根成反比的。如此平均 4 个观察值可以将一个观察值的平均誤差縮到二分之一；16 个观察值的平均可将一个观察值的誤差縮到四分之一。

按照試驗室的規模，試驗是比較省錢的，我們可以取比建立一个合乎給定的显著性水准的結論所严格需要的观察值数更多的观察值数。我們很容易取到如此之多的观察值数，使平均值的誤差，如果它一直是很高的，可以变得很小，以致一个精确的显著性检定显然成为不是必須的。然而照工业的規模，这个工作是如此的糜費，包括管理人力原料动力等等的大量耗費，以致要滿足我們的目的，象上述建立一个合乎給定的显著性水准的結論，而取較多的观察值时，将会是可耻的浪費¹⁾。

1) 这方面的統計研究近年来曾有巨大的发展，参考“Sequential Analysis of Statistical Data: Applications”，Statistical Research Group, Columbia University (Columbia University Press)；G. A. Barnard: “Sequential Tests in Industrial Statistics”(Supplement to the Journal of the Royal Statistical Society, Vol. VIII, No. 1, p. 1, 1946)；Abraham Wald: “Sequential Analysis” (John Wiley, Chapman and Hall, 1947)。

§ 4. 試驗設計: 随机区組

統計理論一直只注意到与誤差理論相联系, 自然这是基本的。然而关于应该如何設計試驗, 以便得到一个沒有偏差的誤差估計并且使这个誤差为最小, 却有很多方面值得討論。

讓我們从試驗設計中的一个最簡單的概念, 所謂“随机区組”来开始。

假設我們要比較 4 种“处理”。我們按一般的意义使用“处理”这个名詞: 例如这 4 种处理事实上可能是施于小麦的 4 种肥料; 或是鼠的 4 种食物; 或是硝化作业的 4 种温度; 或是塑料中的 4 种可塑剂的浓度。进一步假設所使用的原料是按批供应, 而每批足够作四次試驗。我們假設可能繼續供应的各批原料在質量上有着可以鑑别的差异。我們將这些批总称为“区組”。在上述小麦的例中, 四个接連的地段可以視為“区組”; 与屬於其它区組的地段比較(其

表 1.1

区 組	处 理
1	A A A A
2	B B B B
3	C C C C
4	D D D D

它区組可能是在另一块田地中, 与这个区組相距較远), 它們在肥沃程度上彼此更为相似的。在鼠的例中可能同胎的鼠, 比之其他的鼠更为相似些。在硝化作业的例中, 一桶充分攪拌的酸和一批要硝化的物料彻底混合到質量同一为止, 这也就相

当于“区組”。进一步假設我們要重复四次(即对每种观察作四次試驗¹⁾)。如果处理为 A, B, C, D; 而 1, 2, 3, 4 是我們可以进行試驗的区組, 則如表 1.1 所示。

稍想一下, 即可看出象在表 1.1 中的规划显然是荒謬的, 因为無論出現什么差异, 其可能是由于区組間的差异, 正如其可能是由于处理間的差异一样。

略好一些的方法, 是将处理完全随机分配。我們可以将 16 个

1) 如果我們肯定一个“单一重复”含义为將試驗作一次, “双重重复”为將試驗作两次等等, 則会感到方便。