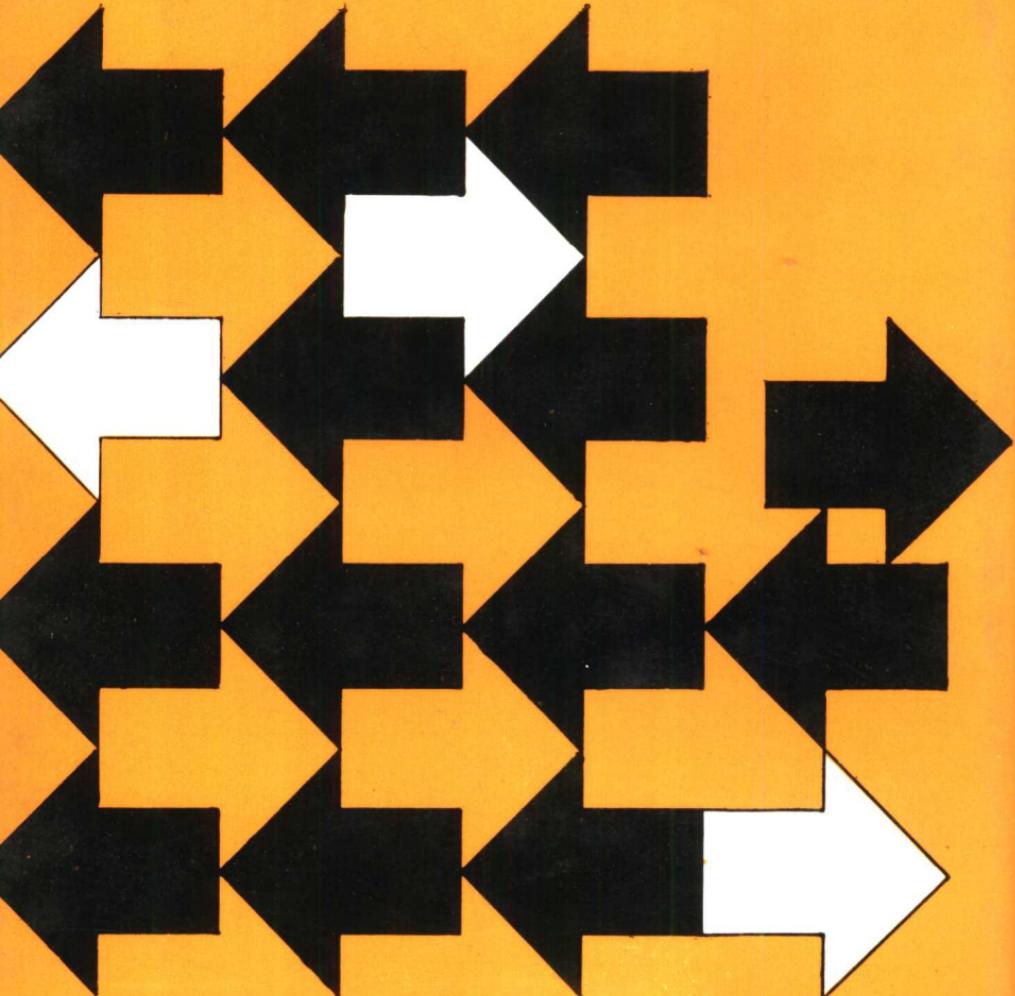


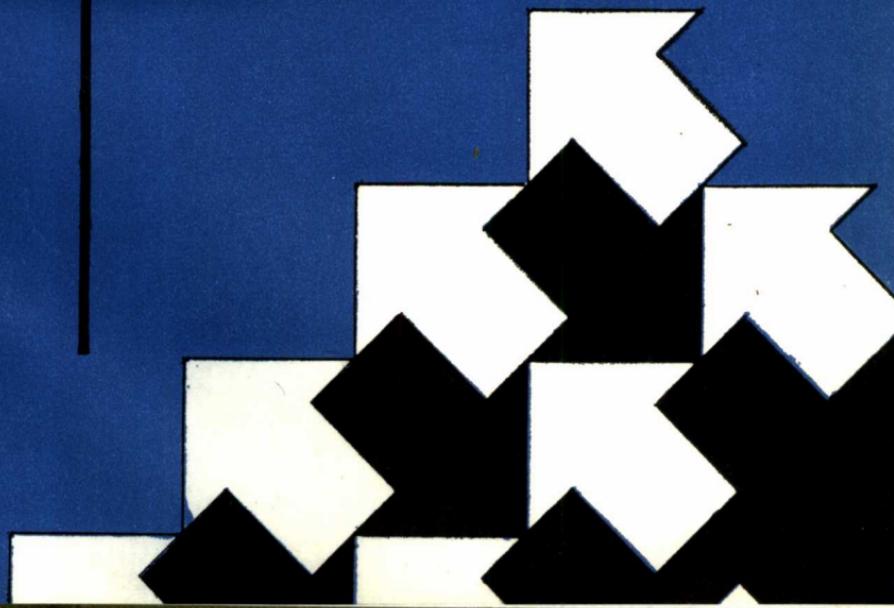
# 多目标优化的方法与理论

林锉云 董加礼 / 编著



# 多目标优化的 方法与理论

林铿云 董加礼／编著



# **多目标优化的方法与理论**

**林锉云 董加礼 编著**

**责任编辑：王铁义**

**封面设计：王劲涛**

**出版：吉林教育出版社 787×1092毫米32开本 14.5印张 6插页 315 000字**

**发行：吉林省新华书店 1992年8月第1版 1992年8月第1次印刷**

**印数：1—1 442册 定价：8.40元**

**印刷：长春新华印刷厂 ISBN 7-5383-1721-x/G·1507**

## 代序

多目标最优化是近20年来迅速发展起来的一门新兴学科。作为最优化的一个重要分支，它主要研究在某种意义下多个数值目标的同时最优化问题。由于现实世界的大多数最优化问题都要涉及许多个目标，因此，自70年代以来，对于多目标最优化的研究，在国际上引起了人们极大的关注和重视。特别是近10多年来，理论探索不断深入，应用范围日益广泛，研究队伍迅速壮大，显示出勃勃生机。从1972年至今，曾先后召开了8届国际多目标决策会议。这期间，还举行过多次关于多目标最优化的专门国际性学术会议。鉴于多目标最优化对现代经济、科技和军事等的重要作用，可以预计，这一学科不论在理论研究或实际应用方面，均将得到进一步的发展。

多目标最优化的起源可以追溯到经济学中 A. Smith (1776年) 关于经济平衡和 F. Y. Edgeworth (1874年) 对均衡竞争的研究。特别是，著名经济学家 V. Pareto (1896, 1906年) 在经济福利理论的著作中，不仅提出了多目标最优化问题，并且还引进了 Pareto 最优化的概念。这对于多目标最优化学科的形成起着十分重要和深远的影响。此外，E. Borel (1921年) 对于心理对策和 J. Von Neuman (1944年) 关于对策论的研究，以及 G. Contor (1895年) 对有序集理论和 F. Hausdorff (1906年) 有关序型研

究所取得的结果，都为促使多目标最优化的产生提供了基本的理论工具和条件。

应该说，现代多目标最优化学科的正式形成乃始于本世纪50年代。众所周知，T. C. Koopmans (1951年) 从数量经济角度对多目标最优化所作的基本工作，以及H. W. Kuhn和A. W. Tucker (1951年) 关于向量极值的一些研究为这一学科的建立奠定了重要的基础。稍后，L. Hurwicz (1958年) 把多目标最优化问题的研究推向了一般的拓扑向量空间，终于使这一学科的抽象理论为数学家们所广泛接受。从此，不少著名数学家先后转入这一领域的研究，取得了许多有意义的成果。近20多年来，关于多目标最优化的研究在各国运筹学家、数学家、数量经济学家和系统科学家们的共同努力下取得了累累硕果，使这一学科在国际范围得到了快速的发展。

我国关于多目标最优化的研究主要开始于70年代后期。从那时至今的10多年来，不论在理论研究、应用推广，或人才培养诸方面都取得了可喜的成绩。自1981年以来，我国已举行过4届多目标决策会议。在更多的有关全国性学术会议上，关于多目标最优化的研究报告逐年增多。从这些会议的报告，以及近年来发表的有关研究论文和许多应用成果资料都可以看到，我国在多目标最优化学科的不少理论领域已取得卓有成效的工作，应用研究也愈加扩展和富有实际效果。

但是，不论在国内或者国外，虽然关于多目标最优化的研究成绩卓著，同时也出版过若干专著和文集，然而至今仍缺乏一本比较全面地介绍多目标最优化理论和方法的可读性好的著作。为此，本书的两位作者在多年从事多目标最优化研究和教学的经验基础上，共同撰写了这本理论和方法并茂

的专书。

本书是以林铿云教授所编的《多目标最优化基础》和董加礼教授编写的《多目标规划》两本讲义为主要蓝本，参考吸收了国内外有关多目标最优化方面的论著和某些研究成果，充分发挥两位作者各自的专长通力合作编著而成的。全书共四篇，第一篇阐述多目标最优化模型及其一些重要解的概念；第二篇介绍各种求解方法；第三篇讨论解的某些基本性质和稳定性；第四篇介绍了重要的对偶理论。另外，书中还用一章的篇幅对抽象空间的多目标最优化问题作了简介。本书自成体系。为使读者能顺利地学习和掌握理论部分的内容，书中专门插入一章，介绍了与这些内容有关的凸分析知识。此外，本书的一个重要特点是，在阐述了有关基本概念之后，先介绍各种求解方法，然后逐步转向理论问题的讨论。这不仅能由浅入深地引导读者去掌握书中的内容，同时也更便于哪些只准备了解和熟悉多目标最优化的求解方法以应用于解决实际问题的读者的学习。

此书适用于应用数学、运筹学、计算数学、管理科学、系统工程，以及其他理、工、商有关专业大学生和研究生作为教材或教学参考书，也可供工程技术人员、科学决策者和最优化工作者选读和参考。它的读者面是广泛和多层次的。本书的前两篇（共6章）主要介绍基本概念和求解方法，只要具有微积分、线性规划和非线性规划基本知识的读者均可容易地读懂。后两篇（共8章）是理论部分，读者在熟悉了第7章凸分析选讲之后，读来也应该不会有什么困难。只是学习第11章需要有一定的泛函分析和拓扑向量空间的知识和素养，如果读者不准备对抽象空间的多目标最优化问题作进一步了解，完全可以跳过这一章去学习后面的内容。

本书内容丰富系统，叙述明瞭简洁，书中还反映了我国学者特别是作者们自己的不少研究成果，很具特色。我作为此书的一名先读者，拜读之余深受启示和得益。在此书即将出版之际，两位作者要我为它作序，这于我实是件难以胜任的事。鉴于此书的问世对于我国多目标最优化的人才培养和学科发展是一件十分有意义的工作，谨勉力写了以上的介绍和读后感，供各位读者参考。

相信此书的出版将有助于推动我国最优化事业的进一步繁荣和发展！

胡毓达 谨识

1990年7月3日于上海交通大学

# 目 录

## 代序

### 第一篇 多目标最优化问题及其解

第一章 概论 .....	( 1 )
§1 多目标最优化问题举例 .....	( 1 )
§2 多目标最优化问题的数学模型 .....	( 3 )
§3 多目标最优化问题的发展简史 .....	( 8 )
§4 多目标最优化问题的研究方向 .....	( 10 )
第二章 多目标最优化问题的解 .....	( 15 )
§1 向量集的极值 .....	( 15 )
1 最大向量及弱最大向量概念 .....	( 15 )
2 有效点及弱有效点的几何描述 .....	( 19 )
3 有效点及弱有效点的代数描述 .....	( 22 )
4 有效点及弱有效点的局部性质 .....	( 25 )
§2 凸向量函数及凸多目标规划 .....	( 26 )
§3 绝对最优解、有效解及弱有效解 .....	( 29 )
1 绝对最优解 .....	( 30 )
2 有效解及弱有效解 .....	( 31 )
3 有效解（弱有效解）与有效点（弱有效点） 之间 的关系 .....	( 36 )
§4 真有效解 .....	( 39 )
§5 锥极解与非控解 .....	( 42 )
1 偏好关系与控制结构 .....	( 43 )

2	序关系 .....	( 44 )
3	锥极解 .....	( 45 )
4	非控解 .....	( 47 )
§6	Fuzzy 解.....	( 47 )
1	基本思想 .....	( 47 )
2	Fuzzy 解概念 .....	( 48 )
3	Fuzzy 解与弱有效解(有效解) 的关系 .....	( 50 )
4	模糊环境中的多目标规划 .....	( 52 )

## 第二篇 多目标最优化问题的解法

第三章	转化成一个单目标问题的解法 .....	( 55 )
§1	主要目标法 .....	( 55 )
1	方法的描述 .....	( 55 )
2	(SP) 的最优解与 (VP) 的解之关系 .....	( 56 )
3	界限值 $a_j$ 的选取 .....	( 58 )
§2	线性加权和法 .....	( 59 )
1	方法的描述 .....	( 59 )
2	几何意义 .....	( 60 )
3	(SP) <sub>1</sub> 的最优解与 (VP) 的解之关系 .....	( 62 )
§3	极大极小法 .....	( 64 )
§4	理想点法 .....	( 67 )
1	基本思想 .....	( 67 )
2	最短距离理想点法 .....	( 67 )
3	平方加权和理想点法 .....	( 70 )
4	带权极大模理想点法 .....	( 72 )
§5	安全法 .....	( 73 )
§6	评价函数法 .....	( 74 )
§7	权系数的确定方法 .....	( 76 )

1	<i>a</i> —方法 .....	( 77 )
2	排序法 .....	( 80 )
3	老手法 .....	( 81 )
<b>第四章</b>	<b>转化成多个单目标问题的解法 .....</b>	<b>( 83 )</b>
<b>§1</b>	<b>分层排序法 .....</b>	<b>( 83 )</b>
1	不带宽容的分层排序法 .....	( 83 )
2	带宽容的分层排序法 .....	( 85 )
<b>§2</b>	<b>重点目标法 .....</b>	<b>( 87 )</b>
<b>§3</b>	<b>分组排序法 .....</b>	<b>( 89 )</b>
<b>§4</b>	<b>中心法 .....</b>	<b>( 93 )</b>
1	基本思想与计算步骤 .....	( 93 )
2	算法的可行性与收敛性 .....	( 95 )
3	算法的改进 .....	( 98 )
<b>§5</b>	<b>可行方向法 .....</b>	<b>( 100 )</b>
<b>§6</b>	<b>交互规划法 .....</b>	<b>( 102 )</b>
1	逐步宽容约束法 .....	( 103 )
2	权衡比替代法 .....	( 107 )
<b>第五章</b>	<b>非统一模型的解法 .....</b>	<b>( 112 )</b>
<b>§1</b>	<b>乘除法 .....</b>	<b>( 113 )</b>
<b>§2</b>	<b>功效系数法 .....</b>	<b>( 114 )</b>
1	方法的描述 .....	( 114 )
2	线性型功效系数法 .....	( 116 )
3	指教型功效系数法 .....	( 118 )
<b>§3</b>	<b>目标规划法 .....</b>	<b>( 120 )</b>
1	目标点法 .....	( 121 )
2	最小偏差法 .....	( 122 )
<b>第六章</b>	<b>直接解法 .....</b>	<b>( 130 )</b>
<b>§1</b>	<b>单变量多目标规划的解法 .....</b>	<b>( 130 )</b>

<b>§2 可行域为有限集的多目标规划的解法</b>	(136)
1 优序数	(136)
2 优序法	(138)
3 优序法的改进	(144)
4 加权优序法	(146)
5 应用举例	(146)
<b>§3 线性多目标规划的解法</b>	(148)
1 有关的基本理论简介	(149)
2 单纯形方法的基本思想	(154)
3 用单纯形方法求非劣解集的步骤	(154)
<b>§4 一般多目标规划的直接解法</b>	(161)
1 线性加权和改变权系数的方法	(162)
2 合适等约束法 (PEC法)	(163)
3 自适应法	(167)

### 第三篇 再论多目标最优化问题的解及其性质

<b>第七章 凸分析选讲</b>	(168)
<b>  §1 锥的概念及其性质</b>	(168)
1 凸锥及其性质	(169)
2 极锥及其性质	(172)
3 生成锥	(174)
4 切锥	(175)
5 可达方向锥	(178)
6 可行方向锥	(180)
<b>  §2 凸集分离定理</b>	(181)
1 超平面与分离定理	(181)
2 $E^n$ 中的凸集分离定理	(182)
3 抽象空间中的凸集分离定理	(185)

§3	择一性定理.....	(186)
§4	映射的半连续性 .....	(195)
1	上、下极限概念 .....	(195)
2	单值映射的半连续性 .....	(196)
3	集值映射的半连续性 .....	(199)
§5	广义凸函数.....	(203)
1	拟凸函数及其性质 .....	(204)
2	伪凸函数 .....	(211)
3	$\rho$ -凸函数 .....	(213)
4	弧式凸函数 .....	(215)
5	不变广义凸函数 .....	(216)
§6	约束规格与单目标问题的最优化条件.....	(218)
1	约束规格 .....	(218)
2	单目标问题的最优化条件 .....	(220)
3	乘积空间中单目标规划的K—T条件 .....	(225)
<b>第八章</b>	<b>最优化条件.....</b>	(229)
§1	一般多目标问题的必要条件 .....	(229)
§2	一般多目标问题的充分条件 .....	(234)
§3	凸多目标问题的充要条件.....	(235)
§4	分式多目标问题的充要条件 .....	(237)
1	K—T 必要条件的充分性 .....	(238)
2	鞍点充分条件的必要性 .....	(241)
§5	广义凸多目标问题的充要条件 .....	(248)
1	K—T 必要条件的充分性 .....	(248)
2	鞍点充分条件的必要性 .....	(251)
§6	不变广义凸多目标问题的充要条件 .....	(253)
1	I类函数所构成的多目标问题 .....	(253)
2	II、III类函数所构成的多目标问题 .....	(256)

§7	不带约束规格时的充要条件 .....	(256)
§8	一类多目标问题的二阶充要条件 .....	(261)
1	记号与引理 .....	(261)
2	二阶充要条件 .....	(263)
<b>第九章</b>	<b>稳定性理论</b> .....	(269)
§1	稳定性概念 .....	(269)
1	引言 .....	(269)
2	稳定性概念 .....	(270)
§2	一般单目标规划的强稳定性 .....	(271)
§3	凸规划强稳定的充分条件 .....	(274)
§4	二次凸规划的强稳定性 .....	(280)
§5	一般多目标规划的稳定性 .....	(286)
§6	凸多目标规划的稳定性 .....	(288)
§7	二次凸多目标规划的稳定性 .....	(292)
<b>第十章</b>	<b>解的性质与解集的特征</b> .....	(297)
§1	与绝对最优解有关的一些结果 .....	(297)
§2	有效解集与弱有效解集的关系和特征 .....	(301)
1	双目标( $p=2$ )的情形 .....	(302)
2	$p>2$ 的情形 .....	(303)
3	和某些单目标规划的关系 .....	(310)
§3	G-有效解的判定准则及有G—有效解与 KT—有效解的关系 .....	(313)
1	G—有效解的判定准则 .....	(314)
2	G—有效解与KT有效解的关系 .....	(318)
§4	G-局部有效解与广义KT—有效解 .....	(320)
1	G—局部有效解与广义KT—有效解概念 .....	(320)
2	G—局部有效解与广义KT—有效解的关系 .....	(322)
§5	较多有效解与弱较多有效解 .....	(327)

1	较多有效解与弱较多有效解概念	(328)
2	最优性条件	(331)
<b>第十一章 抽象空间中多目标最优化问题简介</b>		(333)
§1	Banach 空间中的向量集极值问题	(333)
1	偏序问题	(333)
2	向量集的有效点和弱有效点	(334)
3	标量化问题	(337)
§2	Banach 空间中向量优化问题的有效解和弱有效解	(340)
1	有效解和弱有效解概念	(341)
2	标量化问题	(343)
§3	Banach 空间中向量优化问题的 K—T 条件	(346)
§4	局部凸拓扑向量空间中向量优化问题的真有效解	(353)
1	真有效解概念	(353)
2	标量化问题	(355)
§5	线性空间中的向量优化问题	(359)
1	一些记号与术语	(359)
2	广义拟凸映射	(360)
3	向量优化问题	(363)
4	广义 Karush-Kuhn-Tucker 条件	(364)
5	局部极小与整体极小	(366)
6	有限维的情形	(367)

#### **第四篇 多目标最优化问题的对偶理论**

<b>第十二章 Lagrange 对偶型理论</b>		(372)
§1	线性多目标规划的对偶性	(373)

§2	凸多目标规划的对偶性	(376)
§3	广义凸多目标规划的对偶性	(382)
§4	不变广义凸多目标规划的对偶性	(383)
§5	Lagrange对偶问题的修正—Mond-Weir 对偶型	(387)
1	Mond-Weir对偶问题	(387)
2	引理	(388)
3	F—广义凸多目标规划的M—W对偶性	(392)
第十三章 对称对偶型与自身对偶型理论		(396)
§1	对称对偶问题与自身对偶问题	(396)
1	对称对偶问题	(396)
2	自身对偶问题	(397)
§2	对称对偶的条件与引理	(398)
§3	对称对偶定理	(403)
§4	一类自身对偶的多目标规划	(409)
§5	自身对偶问题解的特征	(411)
第十四章 共轭对偶型理论		(415)
§1	共轭函数概念及其性质	(415)
1	共轭函数与共轭映射概念	(415)
2	共轭映射的性质	(416)
§2	共轭对偶定理	(422)
主要参考文献		(430)
后记		(448)

# 第一篇 多目标最优化 问题及其解

本篇首先简略地介绍一下什么是多目标最优化问题及其发展状况，然后讨论多目标最优化问题在各种意义下解的概念及其简单性质。

## 第一章 概 论

### § 1 多目标最优化问题举例

我们知道，在线性规划和非线性规划中，所研究的问题都只含一个目标函数，这类问题常称为单目标最优化问题，简称单目标规划。但是，在工程技术、生产管理以及国防建设等部门中，所遇到的问题往往需要同时考虑多个目标在某种意义上的最优问题，我们称这种含有多个目标的最优化问题为多目标最优化问题，简称多目标规划。下面我们粗略地介绍几个常见的例子。

#### 例 1 物资调运问题

某物资部门，拟将几个仓库里的物资调拨到另外若干个销售点去。在制订调拨计划时，一般要考虑这样两个目标：

既要考虑在运输过程中少走冤枉路，即总的吨公里数要最少；同时又要考虑节省运费，即总的运输费用要最低。这是一个含有两个目标的最优化问题。

### 例 2 设计问题

比如，国防部门设计某种导弹时，一般都要考虑如下几个目标：导弹的射程要最远，精度要最高，重量要最轻以及消耗燃料要最省等。这是一个含有四个目标的最优化问题。又比如，工厂在设计某种新产品的生产工艺过程时，通常都要求产量高，质量好，成本低，消耗少及利润高等。这是一个含有五个目标的最优化问题。

### 例 3 配方问题

橡胶厂的产品通常都是由好几种有关原料混合制成的。在考虑各种原料的比例应该是多少才合适，即在确定一种配方时，一般需要同时考虑这样几个指标：橡胶产品的强力、硬度、变形以及伸长等性能都要好，这是一个含有四个目标的最优化问题。类似的回题，在化工厂、药厂等生产部门同样可以见到。

### 例 4 投资问题

假设某决策部门有一笔资金要分配给若干建设项目。在确定投资方案时，决策者总希望做到：投资少收益大才好。这里遇到的问题显然是一个双目标最优化问题。

### 例 5 人才培养问题

一个教育部门，如何采取各项改革措施，才能做到为四