

目 录

绪 论

第 I 章 制定精密工程测量作业方法的一般理论问题

- § 1 精密工程测量的作用和特点。关于规定精度和测量作业方法的概念…………… (1)
- § 2 估算单位权偏差的一般处理原则…………… (9)
- § 3 精密工程测量中的单位权…………… (12)
- § 4 工程测量作业方法的基本限差…………… (21)
- § 5 实用(资用)限差估算的一般公式…………… (28)
- § 6 控制点、水准点、观测标志及过渡标志布置方案的制定…………… (35)

第 II 章 用于建筑物变形观测的精密工程测量方法和仪器

- § 7 对基础和建筑物进行变形观测的方法…………… (39)
- § 8 精密工程水准测量的方法…………… (40)
- § 9 短视线精密三角高程测量方法…………… (46)
- § 10 关于精密工程测量中仪器的简介…………… (57)
- § 11 照准精度的研究…………… (64)
- § 12 符合水准器气泡两端影像重合精度的研究…………… (76)

第 III 章 工程测量方案的设计及其平差增量质量的评定

- § 13 关于工程测量方案的概念。测量方案的內容及其设计的主要阶段…………… (84)
- § 14 关于工程测量方案平差元素质量评定方法的选择…………… (88)
- § 15 关于测量方案的设计和平差元素质量评定

	方面的总看法.....	(94)
§16	复杂水准网设计图的估算.....	(101)
§17	一个测站(跨度, 点)上增量测量方案 质量的估算.....	(105)
§18	在单测段(线路)范围内增量测量方案 的设计及其质量的估算.....	(120)
§19	水准测段几种布设方案在技术经济上的 比较.....	(136)
§20	单一等级水准线路总体方案的设计.....	(139)
§21	由两个发展等级组成的总体测量方案 的设计.....	(159)
§22	小型局部测量方案的设计.....	(165)
§23	单一等级的小型三角测量方案的设计及 其坐标平差增量质量估算.....	(170)
§24	方向线测量方案的设计及平差后偏离距 的质量估算.....	(180)

第Ⅳ章 精密工程测量作业方法的论证

§25	工程测量等级的选择及基本限差的估算...	(197)
§26	用于建筑物沉降观测的精密几何水准测量 作业方法的论证.....	(200)
§27	论证短视线精密三角高程测量作业方法的 某些特点.....	(241)
§28	论证专用三角网测角及测边作业方法时的 某些特点.....	(256)
§29	在专用三角网中测量基线的必要精度的 计算.....	(267)

第Ⅴ章 工程测量平差计算的某些特点

§30	周期性观测成果分析的特点·····	(276)
§31	精密工程测量外业成果精度评定的特点···	(279)
§32	周期性工程测量成果平差的特点·····	(287)
§33	关于工程测量精度等级的问题·····	(300)
§34	基本结论和建议·····	(304)

参考文献

第 I 章 制定精密工程测量作业 方法的一般理论问题

§1 精密工程测量的作用和特点。关于 规定精度和测量作业方法的概念

A. 概述

众所周知，大地测量设计和实施的目的，是要使最后结果的精度不低于其预先已知的（规定的）精度。假如最后测量结果的精度没有满足规定的精度限差，那么就要返工。因此，规定的精度应该无条件地被满足。在精密工程测量的设计和实施的问题中，由于其本身具有下述的一些特点，这个原则具有特殊的重要性。

在测量实践中，使最后结果的精度高于或等于规定的精度，主要是通过在必要质量的网中采用相应等级的观测，并借助于完全符合经典误差理论、数理统计理论及最小二乘法原理而进行的相应数学处理来达到的。然而，由于要解决的工程问题及任务的多样性，以及由于它们对最后结果的精度要求是变动在一个很宽的范围内（从 0.02mm 至 10cm），故在劳动费用、工具及时间都花费最小的条件下，采用大家都熟悉的四个等级中任何一个等级的大地测量方法，常常是不够妥当的。因此，需要研究与工程测量相应的新的等级或级别^[59, 60]。从事精密工程测量设计和实施的测量工作者尤

其有这样的要求。

根据理论[1, 3, 32, 44, 75, 79], 在大地测量的数学处理中, 含有以下两个基本问题的解决:

1. 精度的先验估计问题, 它归结为测量等级的有论据的选择, 亦即采用这样的测量等级, 可以在劳动费用、工具及时间最小的条件下, 保证以事先规定的精度, 获得最后的结果。

2. 平差计算问题, 它由两个内容组成: a) 对已得观测值及其函数的最或然结果进行验后的精度评定; b) 平差, 亦即在严格符合未知观测值及其函数预先规定的权的条件下, 寻找观测值及其函数的平差改正数。

尽管对于大地测量精度的先验估计, 在国内外已经做了不少的工作, 但对于精密工程测量的类似估计问题, 研究得还远远不够。在这里, 先验估计主要是阐明精密工程测量作业方法(等级)的论据, 以便使得采用这种测量方法所得的最终测量结果, 在劳动费用、工具及时间最少的条件下, 无条件地满足规定的精度限差。为此, 应该研究测量方案的最优设计, 并对其设计的质量进行评定、估算基本限差及实用(技术)限差、论述选择平差方法的理由。本书就是要解决上述的各种问题。

B. 精密工程测量的作用及特点

与在全国广大区域范围内布设的国家大地网不同, 精密工程测量控制网是在有限的面积上, 以局部专用网的形式建立的。这种控制网主要是用来解决工程建筑物的勘察、设计、施工及运转过程中, 工艺设备和精密仪器的安装、校正及调准, 以及基础、地基、建筑物及工艺设备的沉降和位移观测中所提出的各种科研和实际问题。

在某种局部方案范围内进行测量的目的，基本上归结为以事先已知的限差（允许的） $\overline{\Delta}_r^*$ 及 $\overline{\Delta}_s$ ，或一定置信区间的中误差 $\overline{m}_r$ 和 $\overline{m}_s$ ，确定 E 点的坐标

$$F_{ex} = F_x = F_c + [f_e]_{ex} \quad (I.1)$$

或位移

$$S_{ex} = S_x = (F_{后} - F_{前})_x = ([f_e]_{后} - [f_e]_{前})_x, \quad (I.2)$$

上述限差或中误差通常称为坐标 (I.1) 及位移 (I.2) 的误差或偏差，这些坐标和位移是分别针对该设施中作为起始点的 C 点的坐标 F_c 的，或者相对该设施中另一个观测标志 G 的坐标 F_g 的。在后一种情况下，公式 (I.1) 及 (I.2) 写作：

$$\Delta F_{ex} = F_x - F_g = [f_e]_x - [f_e]_g = [f_e]_{exg}, \quad (I.3)$$

$$\Delta S_{ex} = S_x - S_g = ([f_e]_{后} - [f_e]_{前})_x - ([f_e]_{后} - [f_e]_{前})_g. \quad (I.4)$$

在公式 (I.1)~(I.4) 中： $(F_{前})_x$ 及 $(F_{后})_x$ ——前、后观测周期中按式 (I.1) 计算所得点 E 的同名坐标 (X, Y 或 H)； $[f_e]_g$ 和 $[f_e]_x$ ——分别为 GC 及 EC 线路上的同名平差增量 f_e (比如 $\Delta x_e, \Delta y_e, h_e$ ，或 q_e 和 u_e) 之和； $[f_e]_{exg}$ ——沿待考察点 G 和 E 线路的同名平差增量之和； ΔS_{ex} ——点 G 及点 E 的位移 S_g 和 S_x 之差； $\theta = A, B, \Gamma, \Pi$ ——观测值及其函数的类别（等级）符号，列于表 1，2 及 3**中。

精密工程测量的特点是由下列因素决定的：

a) 设施的具体科研、设计或使用机关的科学上或实际

* 带横杠的数值 $\overline{\Delta}$ 、 $\overline{m}$ 等的意义是，它们是给定的或者是根据规定的精度限差计算得出的。

** 表 1、2 和 3 中的测量及其函数的具体内容，在后述过程中解释。

用几何水准测量方法在测站观测高差 h 时的类别
及其特性指标 π_{h_0} 和 m_{h_0}

表 1

θ	高 差 等 级	权倒数	高差 h_0 的误差
	h_0	π_{h_0}	
A	$h_A = h_0 = h_{II} = 3 - II$	2	$m_{h_A} = m_{II} \sqrt{2}$
B	$h_B = \frac{1}{2}(h'_A + h''_A)$	1	$m_{h_B} = m_{II}$
B	$h_B = \frac{1}{2}(h'_B + h''_B)$	$\frac{1}{2}$	$m_{h_B} = m_{II} \sqrt{\frac{1}{2}}$
Γ	$h_{\Gamma} = \frac{1}{2}(h'_B + h''_B)$	$\frac{1}{4}$	$m_{h_{\Gamma}} = m_{II} \sqrt{\frac{1}{4}}$
II	$h_{II} = \frac{1}{2}(h'_B + h''_B)$	$\frac{1}{8}$	$m_{h_{II}} = m_{II} \sqrt{\frac{1}{8}}$

上的需要;

6) 服务对象所占有限小的面积;

8) 在不同高程的平面上及竖向, 点位分布得十分稠密, 这些点的坐标(I.1)、位移(I.2)或差值(I.3)及(I.4)均需要周期性测定;

9) 点C的存在, 它的坐标以国家系统(x , y 及 H)或任意假定(Q , U 及 H)系统表示, 并在该设施全部观测时间内, 作为起始坐标;

10) 对最后的测量成果, 要求(规定)达到高的, 有时甚至是超高的精度。

用三角高程测量方法观测高差 h 时的类别及其特性指标 π 和 m 表 2

测回数	高 差 的 等 级		相应的 公式号	π
	θ	$h_{\theta \equiv}$		
$\frac{1}{2}$	A	$h_A = h_{\pm} = D_{\text{前}} \text{ctg } z_{\text{前左}} - D_{\text{后}} \text{ctg } z_{\text{后左}}$	(I.40)	2
$\frac{1}{2}$	A	$h_A = h_{\pm} = D_{\text{前}} \text{ctg } z_{\text{前右}} - D_{\text{后}} \text{ctg } z_{\text{后右}}$	(I.41)	2
1	B	$h_B = \frac{1}{2} \cdot (h_{\pm} + h_{\text{右}})$	(I.42)	1
2	B	$h_B = \frac{b}{2} \left[\frac{\sin(z_2 + z_1)_{\text{后}}}{\sin(z_1 - z_1)_{\text{后}}} - \frac{\sin(z_2 + z_1)_{\text{前}}}{\sin(z_2 - z_1)_{\text{前}}} \right]$	(I.46), (I.47)	
$\frac{1}{2}$	A	$h_A = D_{\text{后}} \text{ctg } z_{\text{后左}} \text{ 和 } h_A = D_{\text{前}} \cdot \text{ctg } z_{\text{前左}}$		2
$\frac{1}{2}$	A	$h_A = D_{\text{后}} \text{ctg } z_{\text{后右}} \text{ 和 } h_A = D_{\text{前}} \cdot \text{ctg } z_{\text{前右}}$		2
1	B	$h_B = h_{1.2} = D_{1.2} \text{ctg } z_{2.1}$	(I.34)	1
1	B	$h_B = h_{2.1} = D_{2.1} \text{ctg } z_{2.1}$	(I.35)	1
2	B	$h_B = \frac{1}{2} \cdot (h_{1.2} + h_{2.1})$	(I.36), (I.39)	$\frac{1}{2}$
n	B _s	$h_{B_s} = \frac{1}{n} \sum_1^n h_B$		$\frac{1}{n}$
4	Γ	$h_{\Gamma} = \frac{1}{2} \cdot (h'_a + h'_b)$		$\frac{1}{4}$
n	B _s	$h_{B_s} = \frac{1}{n} \sum_1^n h_B$		$\frac{1}{2n}$

表 3
在控制点上观测角度 β_0 时的类别及其特性指标 π_{β_0} 和 m_{β_0}

测回数 n	角 度 类 别		权	倒 数	按公式计算的角度误差 m_{β_0}	
	θ	β_0	$\beta_0 = \beta_0$	$\beta_0 = \beta_0 = n$	(1.22)	$\beta = N_{\pi} - N_{\pi'}$
$\frac{1}{2}$	A	$\beta_A = \beta_B = \beta_C = H_{\pi} - H_{\pi'}$	2	$2n$	$m_{\beta_A} = m_{\beta_B} \sim \sqrt{2}$	$m_{N_{\pi/2}} \sqrt{2}$
1	B	$\beta_B = \frac{1}{2}(\beta_B + \beta_C)$	1	n	$m_{\beta_B} = m_{\beta_C}$	$m_{N_{\pi}} \sqrt{2}$
2	B	$\beta_B = \frac{1}{2}(\beta_B' + \beta_B'')$	$\frac{1}{2}$	$\frac{n}{2}$	$m_{\beta_B} = m_{\beta_B'} \sim \sqrt{\frac{1}{2}}$	$m_{N_{\pi}} \sqrt{2}$
3		$\beta_{B''} = \frac{1}{3}(\beta_B' + \beta_B'' + \beta_B''')$	$\frac{1}{3}$	$\frac{n}{3}$	$m_{\beta_B} = m_{\beta_B'} \sim \sqrt{\frac{1}{3}}$	$m_{N_{\pi}} \sqrt{2}$

4	Γ	$\beta_r = \frac{1}{2}(\beta'_r + \beta''_r)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{n}{4}$	$m_{\beta_r} = m_{\beta} \sqrt{\frac{1}{4}}$	$m_{x_r} \sqrt{2}$
5		$\beta_{r..5} = \frac{1}{5} \sum_1^5 \beta_{\beta}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{n}{5}$	$m_{\beta_5} = m_{\beta} \sqrt{\frac{1}{5}}$	$m_{x_5} \sqrt{2}$
6		$\beta_{r..6} = \frac{1}{6} \sum_1^6 \beta_{\beta}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{n}{6}$	$m_{\beta_6} = m_{\beta} \sqrt{\frac{1}{6}}$	$m_{x_6} \sqrt{2}$
7		$\beta_{r..7} = \frac{1}{7} \sum_1^7 \beta_{\beta}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{n}{7}$	$m_{\beta_7} = m_{\beta} \sqrt{\frac{1}{7}}$	$m_{x_7} \sqrt{2}$
8	Π	$\beta_{\pi} = \frac{1}{2}(\beta'_r + \beta''_r)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{n}{8}$	$m_{\beta_8} = m_{\beta} \sqrt{\frac{1}{8}}$	$m_{x_8} \sqrt{2}$
n		$\beta_{r..n} = \frac{1}{n} \sum_1^n \beta_{\beta}$	$\frac{1}{n}$	1	$m_{\beta_{n..}} = m_{\beta} \sqrt{\frac{1}{n}}$	$m_{x_n} \sqrt{2}$

* $N_i = 0.5(L_i + R_i - 180^\circ)$

B. 关于规定精度的概念

规定精度是指事先(观测之前)已知的工程测量最后测量结果 F_{ox} , S_{ox} 及 ΔF_{ox} , ΔS_{ox} 的精度限差 $\overline{\Delta}_F$, $\overline{\Delta}_S$ 及 $\overline{\Delta}_{\Delta F}$, $\overline{\Delta}_{\Delta S}$ 的数值指标, 这些测量结果比如有, E 点的坐标 x_E , y_E 或 H_E ; 增量 Δx_{ox} , Δy_{ox} , h_{ox} , Δx_{ox} , Δy_{ox} 及 h_{ox} ; 直线 ij 的长度 D_{ij} , 基线 b_{ij} 及跨距 L_{ij} ; 坐标方位角 α_{ij} 及角度 β_{ij} , α_{ij} ; 位移(1.2)及它们的差值(1.3)和(1.4)等等。它既可用极限误差 $\overline{\Delta}_F$ 及 $\overline{\Delta}_{\Delta F}$ (允许的)表示, 也可以用对最后结果具有一定置信水平的中误差 $\overline{m}$ 及 $\overline{m}_{\Delta F}$ 表示。

通常, 由该设施的设计或使用机关(制定人)在承担该设施建筑物沉降及水平位移全套观测的科研机关的参加下, 制定限差指标 $\overline{\Delta}_F$, $\overline{\Delta}_{\Delta F}$ (或 $\overline{m}_F$ 和 $\overline{m}_{\Delta F}$), 并以“技术任务书”的形式转交给测量机关(执行者), 或者委托给进行工程测量的具体部门。此时, 要特别注意到, 规定的指标 $\overline{\Delta}$ (或 $\overline{m}$) 都是具有确切含义的, 亦即它们都是分别属于某个具体最后测量成果 F 的; 同时, 无论是对测量成果 F 和 ΔF , 还是对规定的限差 $\overline{\Delta}_F$ 和 $\overline{\Delta}_{\Delta F}$, 都要具体地指出计算的起算点(C 或 G)。没有指出计算起始点 C 或 G 的规定的 $\overline{\Delta}_F$ 和 $\overline{\Delta}_{\Delta F}$ 是没有意义的。比如, 若事先不知道规定的精度, 或者事先知道但没有指出计算的起算点 C 或 G , 那么就不可能正确地选择和制定工程测量的必要方法和等级, 因而, 在必须满足耗资最小的条件下, 也无法有把握地满足所提出的测量目的。

Г. 关于工程测量作业方法的概念

众所周知, 规定的精度是通过以必要精度进行的测量工作来保证的。表达测量作业方法(等级)本身特性的单位权偏差(即权 $P_{f_0} = 1$ 时的观测值 f_0 的误差)是这个精度的主

要参数。因此,首先将构成单位权观测过程的作业的全体,以及在测量及成果处理中,保证能有效地削弱某些误差来源对单位权观测 f 的偏差 Δ 有影响的预防措施等,总称为“精密工程测量的作业方法(等级)”。此外,下面几项要求也属于“作业方法”的概念:适于测量用的仪器和设备结构;进行观测的条件;增加测量过程的观测者的经验;具有起算坐标的控制点或水准点、观测标志及过渡标志的结构与稳定性;测量成果的处理方法、平差及精度评定等等。

§ 2 估算单位权偏差的一般处理原则

前面已指出,在通用细则[28]及[29]中推荐某一种等级的大地测量,不是总能保证以规定的精度经济合理地测定出数值(I.1)~(I.4)的。在一般情况下,根据细则[28]及[29]选择的精度等级,不是精度过高,经济上不合理,就是精度达不到要求。在这两种情况下,都提出了研究专用测量等级(作业方法)的必要性,以使采用这种等级的测量,能够保证在紧凑性的时间内,以规定的精度来确定坐标(I.1)、位移(I.2)或者它们的差数(I.3)及(I.4)。通常,哪一个等级可用,这要根据经济和技术指标而定。后者包括,根据测量结果(I.1)~(I.4)计算实际置信区间:

$$\Delta_{f_B} = t\mu\sqrt{\pi[f_0]_B} = t\mu\sqrt{\pi_{f_0B}}; \quad (I.5)$$

$$\Delta_{S_B} = t\sqrt{(\mu_B^2\pi[f_0]_B + \mu_B^2\pi[f_0]_B)}; \quad (I.6)$$

$$\Delta_{\Delta f_{GB}} = t\mu\sqrt{\pi[f_0]_G + \pi[f_0]_B} = t\mu\sqrt{\pi_{\Delta f_{GB}}}; \quad (I.7)$$

$$\Delta_{\Delta S_{GB}} = t\sqrt{(\mu_B^2\pi[f_0]_B + \mu_B^2\pi[f_0]_B)}; \quad (I.8)$$

并将它们同相应的规定值 $\overline{\Delta}_{f_B}$, $\overline{\Delta}_{S_B}$, $\overline{\Delta}_{\Delta f_{GB}}$ 及 $\overline{\Delta}_{\Delta S_{GB}}$ 进行比较。

在式(1.5)~(1.8)中: $\mu_{\text{后}}$ 和 $\mu_{\text{前}}$ ——在后、前观测周期中采用的单位权中误差; t ——额定因子(或从 Δ 到 μ 的转化系数);

$$\left. \begin{aligned} \pi([f_{\circ}]_{\text{后}})_{\pi} &= 1:P([f_{\circ}]_{\text{后}})_{\pi} ; \\ \pi([f_{\circ}]_{\text{前}})_{\pi} &= 1:P([f_{\circ}]_{\text{前}})_{\pi} ; \\ \pi[f_{\circ}]_{\sigma\pi} &= 1:P[f_{\circ}]_{\sigma\pi} \end{aligned} \right\} \quad (1.9)$$

——平差值的权倒数, 它们与测量方案的质量(大小和形状)有关。例如此时有:

$$\Delta_s \leq \bar{\Delta}_s \text{ 或 } \Delta_s : \bar{\Delta}_s \leq 1 \quad (1.10)$$

那么从现行作业细则[28]和[29]中选取的等级或专门制定的等级, 就被认为是可以采用的。在相反的情况下, 所采用的测量等级(或作业方法)要被否定。

因此, 在选择或制定工程测量所必要的、最合理的等级时, 最好首先从式(1.5)~(1.8)及(1.10)出发。假如在任一观测周期中, 都采用同一等级, 亦即 $\mu_{\text{后}} = \mu_{\text{前}} = \mu_{\circ}$, 并采用同一观测方案, 亦即 $\pi([f_{\circ}]_{\text{后}})_{\pi} = \pi([f_{\circ}]_{\text{前}})_{\pi} = \pi_{\pi}$, 那么将式(1.5)~(1.8)和(1.10)合并为:

$$\bar{\Delta}_{\circ} = t\bar{\mu}_{\circ} \leq \sqrt{\frac{\bar{\Delta}_{\pi\pi}}{\pi_{\pi}}}, \quad (1.11)$$

$$\bar{\Delta}_{\circ} = t\bar{\mu}_{\circ} \leq \sqrt{\frac{\bar{\Delta}_{s\pi}}{2\pi_{\pi}}}, \quad (1.12)$$

$$\bar{\Delta}_{\circ} = t\bar{\mu}_{\circ} \leq \sqrt{\frac{\bar{\Delta}_{\Delta\pi\sigma\pi}}{\pi_{\sigma\pi}}}, \quad (1.13)$$

$$\bar{\Delta}_{\circ} = t\bar{\mu}_{\circ} \leq \sqrt{\frac{\bar{\Delta}_{\Delta s\sigma\pi}}{2\pi_{\sigma\pi}}}. \quad (1.14)$$

在建筑物变形*观测时，往往在彼此靠近的狭小空间内，相当稠密地埋设观测标志（比如，在温度——沉降缝的两侧，或在“完全刚性”的建筑物的同一单体上^[4]及其他）。在这样的观测方案的设计时，通常要求将相邻标志合并起来，比如合并在一条水准线路上，以使两个标志间的高差，能从同一个测站直接测定。有时这一点能顺利地做到，可是在这种情况下，由于有大量的闭合环，致使测量方案可能是工作量很大的和过于复杂的。如果这一点不能顺利地做到，那么就将相邻标志包括在不同的测段内（或线路内）。所以，相邻点间的增量 f_{GE} 不能直接测定，而要根据平差坐标的差值来确定。众所周知，这样会引起所求结果精度的某些降低。

自然会产生这样的问题：是否总是应该直接去测定相邻点间的增量 f_{GE} 呢？如果不是的话，那么在测量方案中，相邻点 G 及 E 间的允许指标 $\bar{\pi}_{GE\text{允}}$ ，可以是怎样的呢？为了回答这些问题，让我们回顾式 (I.14)，此式对 π_{GE} 求解，得

$$\bar{\pi}_{GE\text{允}} \leq \frac{\bar{\Delta}_{AS_{GE}}^2}{2\Delta^2} \quad (\text{I.15})$$

在设计方案时，当相邻两标志 G 和 E 处在周长 $\pi = [\pi]^*$ 个单位权的同一闭合环的不同测段（或线路）内时，从下式可以有某些余地地确定 $\bar{\pi}_{GE\text{允}}$ 值：

$$\bar{\pi}_{GE\text{允}} = \frac{[\pi]^2}{4}$$

当顾及 (I.15)，便很容易地得到闭合环的允许周长：

* 为了这里和后述中的简化，不仅将被观测物体形状的变化，而且也把它的垂直（沉降）及水平（平面）位移，通称为术语“变形”。

$$[\pi]_{\text{I. 15}} \leq \frac{2\bar{A}_{\text{AS}_{\text{GS}}}^2}{\bar{A}_{\text{I. 15}}^2} \quad (\text{I. 16})$$

应用式 (I. 15) 和 (I. 16) 可以解决上面提出的问题。此时必需知道规定值 ($\bar{A}_{\text{AS}_{\text{GS}}}$ 或 $\bar{m}_{\text{AS}_{\text{GS}}}$) 及估算值 ($\bar{A}_{\text{I. 15}}$ 或 $\mu_{\text{I. 15}}$)。

因此, 由基本计算公式 (I. 11)~(I. 16) 可知, 为了估算 $\bar{A}_{\text{I. 15}}$ ——所制定的工程测量作业方法的主要指标, 除了必须知道规定值 $\bar{A}_{\text{I. 15}}$ 和 $\bar{A}_{\text{AS}_{\text{GS}}}$ 之外, 还必须知道能反映观测方案平差元素质量指标的数值 $\pi_{\text{I. 15}}$ 。在这种情况下, $\pi_{\text{I. 15}}$ 愈小, 估值 $\bar{A}_{\text{I. 15}}$ 愈大, 因此测量作业方法也就愈简单。但是, 随着 $\bar{A}_{\text{I. 15}}$ 的增大, 估算的限差 (I. 15) 和 (I. 16) 随之缩小, 因此, 提高了对测量方案强度的要求, 从而引起工作量不可避免地增大。所以, 在耗费必要最小的条件下, 工程测量的设计方案应以最小的数值 (I. 9) 来标明它优于其它方案, 亦即具有最小值 (I. 9) 的方案设计应该是最优的设计。

§ 3 精密工程测量中的单位权

权 P_{f_i} 等于 1 的观测 (比如, 高差 h_i , 跨距 l_i , 角度 β_i 等等) 结果 f_i 称为单位权观测。通常把与中误差 m_{f_i} 平方成反比的数值作为观测 f_i 的权 P_{f_i} , 亦即

$$P_{f_i} = \frac{\mu_{f_i}}{m_{f_i}^2}, \quad (\text{I. 17})$$

式中 μ_{f_i} ——任意数值, θ ——观测 f_i 的类别 (或等级)。假如 μ_{f_i} 取与 m_{f_i} 相同的单位, 那么只有当

$$\mu_{f_i} = m_{f_i}, \quad (\text{I. 18})$$

时, 权 (I. 17) 将等于没有量纲的纯数 1。

表 4

等 级	D, m	线路条数 N	方向个数 H	闭 合 差 $f[k] = \Delta\sqrt{L}$ mm	Δ , mm	η (中-中) 1 km mm	m (中-中) 0.5 mm	m (中-中) 站 mm
1	2	3	4	5	6	7	8	9
I	50	4	2	$3\sqrt{L}$	3	0.50	0.16	0.32
I	65	2	2	$5\sqrt{L}$	5	0.84	0.30	0.42
I	75	2	2	$10\sqrt{L}$	10	1.68	0.65	0.92
II	100	1	1	$20\sqrt{L}$	20	6.68	3.00	3.00
工程的	125	1	1	$50\sqrt{L}$	50	16.68	8.34	8.30

例如，在建立国家 I、II、III 及 IV 等水准网的实践中，主要的精度指标列于表 4，它把在一公里长的水准线路的各测站上获得的平均高差 $h_{\kappa \dots}$ 的总和 $[h_{\kappa \dots}]_{1km}$ ，作为测量高差的单位（式中 κ ——水准测量的等级号）。因此，把在一公里长水准线路各测站上测得的平均高差总和 $[h_{\kappa \dots}]_{1km}$ 的偶然中误差 $\eta_{(\kappa \dots)}$ 作为 I、II、III 及 IV 等水准网的 μ_I 。而在精密工程水准测量的各种方案中，水准线路长度的总和很少超过十公里，除此之外，这些方案的线路长度，与被考察的点间的实际距离有很大差别。所以在这些方案中的线路，不用长度 r_{km} （或 L_{km} ）表示，而用在该线路中的实际测站（或仪站，高差等等）数 n 表示。因此，可分别把“测站中误差”（或简称“测站误差”），“三脚架中误差”（或简称“三脚架误差”），不是指每个具体高差的“高差中误差”（或简称“高差误差”），“水准测量的中误差”（或简称“水准测量误差”）等等，作为 μ_I 。对于低精度水准测量成果的估算，同一单位的这些丰富的误差名称，可能还是可以应用的。可是，当上面的术语用来表示不同的单位权偏差的特征时（比如，在同一设施中，不同等级的水准测量的高差），由于术语 μ_I 的不统一性，在很大程度上，使主管部门指示细则，技术报告，以及科学论文等的可交流性大为降低。特别是在高精度的（有时是超高精度的）工程水准测量作业方法的研究，成果的分析及精度估算的问题中，这些术语是尤为不能被接受。

为评定苏联国家大地网角度测量结果的精度，由于角度总数比较大，所以把由 n 个测回测得的角度 $\beta_{\kappa} = \beta$ 的中误差 $(m_{\beta_{\kappa}})$ 作为 μ_I （式中 κ ——三角测量或导线测量的等级号）。可是据 [29]，在导线点或三角点上测量角度的测回数