研究生教学用书

教育部研究生工作办公室推荐

现代电路理论

Modern Circuit Theory

邱关源　主编

等教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

现代电路理论/邱关源主编．—北京:高等教育出版社,2001

研究生教学用书

ISBN 7-04-008846-0

Ⅰ．现…　Ⅱ．邱…　Ⅲ．电路理论-研究生教育-教学参考资料　Ⅳ．TM13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 66340 号

现代电路理论

邱关源　主编

出版发行	高等教育出版社		
社　　址	北京市东城区沙滩后街 55 号	邮政编码	100009
电　　话	010-64054588	传　　真	010-64014048
网　　址	http://www.hep.edu.cn		
经　　销	新华书店北京发行所		
排　　版	高等教育出版社照排中心		
印　　刷	北京印刷集团有限责任公司印刷二厂		
开　　本	787×960　1/16	版　　次	2001 年 1 月第 1 版
印　　张	17	印　　次	2001 年 1 月第 1 次印刷
字　　数	270 000	定　　价	27.00 元

第一章　基本概念

§1-1　电阻元件

若二端元件的构成关系(即电压电流关系)为

$$f(v,i)=0 \tag{1-1}$$

则此二端元件称为二端电阻元件,简称二端电阻。上式确定了 $v-i$ 平面上的一条曲线。由式(1-1)确定的电阻元件一般是非线性的。

若二端元件的构成关系为

$$v=f(i) \tag{1-2}$$

式中 f 是 i 的单值函数,则此元件称为二端电流控制电阻元件,简称二端流控电阻。

若二端元件的构成关系为

$$i=g(v) \tag{1-3}$$

式中 g 是 v 的单值函数,则此元件称为二端电压控制电阻元件,简称二端压控电阻。

若二端电阻既是流控的又是压控的,则称为二端单调电阻。

对于单调电阻来说,电压可用电流的单值函数表示,电流也可以用电压的单值函数表示,即 $v=f(i)$,$i=g(v)$,这里 f 与 g 互为反函数。

若二端元件的构成关系为

$$v=R(t)i \tag{1-4}$$

且式中 $R(t)$ 与电压及电流无关,称为线性时变电阻。式(1-4)在任何时刻 t_1 确定了 $v-i$ 平面上过原点的一条直线,$R(t_1)$ 表示该直线在时间 t_1 的斜率。若 $R(t)$ 是一个恒值 R,则可将式(1-4)改写为:

$$v=Ri \tag{1-5}$$

由上式确定的电阻元件称为二端线性时不变电阻。

线性电阻元件的参数 $R(t)$ 反映了元件的特性。

若一元件具有$(N+1)$个引出端，如图 1－1 所示，任选一个引出端[图中选第$(N+1)$个]作为参考点，则该元件具有N个独立引出端电压(从引出端至参考点之间的电压)。根据 KCL，该元件具有N个独立引出端电流。

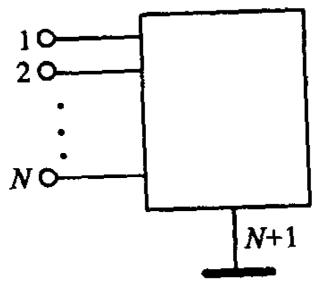


图 1－1 具有$(N+1)$个引出端的元件

若$(N+1)$端元件关于N个独立引出端的N个电流和电压满足下列代数方程组

$$\left.\begin{aligned} f_1(v_1,v_2,\cdots,v_N,i_1,i_2,\cdots,i_N)=0 \\ f_2(v_1,v_2,\cdots,v_N,i_1,i_2,\cdots,i_N)=0 \\ \vdots \qquad\qquad\qquad \\ f_N(v_1,v_2,\cdots,v_N,i_1,i_2,\cdots,i_N)=0 \end{aligned}\right\} \tag{1-6}$$

则此元件称为$(N+1)$端电阻(元件)。

式(1－6)可写成如下向量形式

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{v},\boldsymbol{i})=\boldsymbol{0} \tag{1-7}$$

式中$\boldsymbol{v}=[v_1,v_2,\cdots,v_N]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{i}=[i_1,i_2,\cdots,i_N]^{\mathrm{T}}$。

若$(N+1)$端元件的构成关系为

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{F}(\boldsymbol{i}) \tag{1-8}$$

则此元件称为$(N+1)$端电流控制电阻。

若$(N+1)$端元件的构成关系为

$$\boldsymbol{i}=\boldsymbol{G}(\boldsymbol{v}) \tag{1-9}$$

则此元件称为$(N+1)$端电压控制电阻。

若$(N+1)$端电阻既为流控的又为压控的，则此元件称为$(N+1)$端单调电阻。

若$(N+1)$端元件中前k个引出端及后$(N-k)$个引出端的电流电压之间的关系分别为：

$$\boldsymbol{i}'=\boldsymbol{G}(\boldsymbol{v}',\boldsymbol{i}'') \tag{1-10a}$$

$$\boldsymbol{v}''=\boldsymbol{F}(\boldsymbol{v}',\boldsymbol{i}'') \tag{1-10b}$$

其中：

$$\boldsymbol{i}'\overset{\text{def}}{=\!=}[i_1,i_2,\cdots,i_k]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{i}''\overset{\text{def}}{=\!=}[i_{k+1},i_{k+2},\cdots,i_N]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{v}'\overset{\text{def}}{=\!=}[v_1,v_2,\cdots,v_k]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{v}'' \stackrel{\text{def}}{=\!=} [v_{k+1}, v_{k+2}, \cdots, v_N]^T$$

则此元件称为$(N+1)$端混合电阻。

若$(N+1)$端元件的构成关系为

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{R}(t)\boldsymbol{i} \tag{1-11a}$$

或

$$\boldsymbol{i} = \boldsymbol{G}(t)\boldsymbol{v} \tag{1-11b}$$

则此元件称为$(N+1)$端线性时变电阻。式中 $\boldsymbol{R}(t)$,$\boldsymbol{G}(t)$为 $N \times N$ 矩阵。当 $\boldsymbol{R}(t)$和 $\boldsymbol{G}(t)$为常数矩阵时,此元件称为$(N+1)$端线性时不变电阻。

若 k,k'为元件(或网络)的二个引出端子,如果从 k 端子流进网络的电流等于从k'流出网络的电流,则 $k-k'$称为该元件(网络)的一个端口。如果引出端两两构成端口,则称为多端口元件(或网络)。

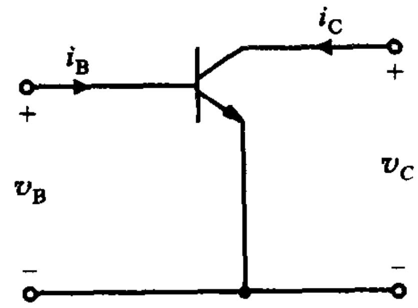


图 1-2 PN 结晶体三极管

例 1-1 PN 结晶体三极管是广泛使用的一种三端器件,其电路符号如图 1-2 所示,其电压电流关系近似为:

$$i_C = f_C(v_C, i_B), v_B = f_B(v_C, i_B)$$

从上式可见晶体三极管属于混合三端电阻。

§1-2 电容元件

若二端元件的构成关系(电荷电压关系)为

$$f(q, v) = 0 \tag{1-12}$$

则此元件称为二端电容元件,简称二端电容。式(1-12)确定了 $v-q$ 平面上的一条曲线。由构成关系(1-12)式确定的电容元件一般是非线性的。

若二端元件的构成关系为

$$q = f(v) \tag{1-13}$$

式中 f 是 v 的单值函数,则称为二端电压控制电容元件,简称二端压控电容。

若二端元件的构成关系为

$$v = g(q) \tag{1-14}$$

式中 g 是 q 的单值函数,则称为二端电荷控制电容元件,简称二端荷控电容。

如果二端电容既是压控的又是荷控的,则称为二端单调电容。

压控或荷控电容是非线性电容的特例,而单调电容又为压控或荷控电容的特例。

若二端元件的构成关系为

$$q = C(t)v \tag{1-15}$$

且式中 $C(t)$ 与电荷及电压无关,则称为线性时变电容。对任一指定时刻 t_1,上式确定了 $v-q$ 平面上过原点的一条直线,$C(t_1)$ 表示该直线在 t_1 时刻的斜率。若 $C(t)$ 是一个恒值 C,则可将式(1-15)改写为

$$q = Cv \tag{1-16}$$

由上式确定的元件称为二端线性时不变电容。

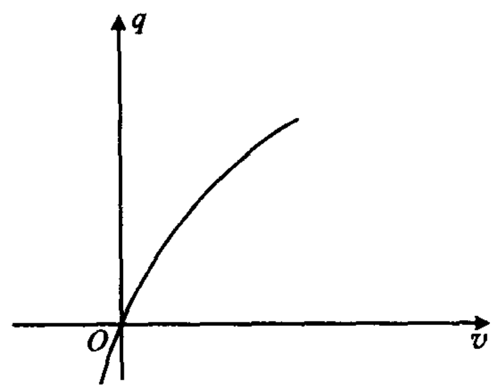


图 1-3 MOS 电容

线性电容元件的电容参数 $C(t)$ 反映了元件的特性。

例 1-2 对 MOS 电容进行测试,可测得其 $v-q$ 特性曲线如图 1-3 所示,故 MOS 电容器的电路模型属于单调电容。

对多端电容的各种定义,可仿照多端电阻的情形,由二端电容推广得到。

§1-3 电感元件

若二端元件的构成关系(电流磁链关系)为

$$f(\Psi, i) = 0 \tag{1-17}$$

则称为二端电感元件,简称二端电感。式(1-17)确定了 $\Psi-i$ 平面上的一条曲线。由式(1-17)确定的电感元件一般是非线性的。

若二端元件的构成关系为

$$\Psi = f(i) \tag{1-18}$$

式中 f 是 i 的单值函数,则称为二端电流控制电感元件,简称二端流控电感。

若二端元件的构成关系为

$$i = g(\Psi) \tag{1-19}$$

式中 g 是 Ψ 的单值函数，则称为二端磁链控制电感元件，简称二端链控电感。

若二端电感既是流控的又是链控的，则称为二端单调电感。

若二端元件的构成关系为

$$\Psi = L(t)i \tag{1-20}$$

且 $L(t)$ 与磁链及电流无关，称为线性时变电感。对任意指定时刻 t_1，上式确定了 $\Psi - i$ 平面上过原点的一条直线，$L(t_1)$ 表示该直线在 t_1 时刻的斜率。若 $L(t)$ 是一个恒值 L，可将式(1-20)表示为

$$\Psi = Li \tag{1-21}$$

由式(1-21)确定的元件称为二端线性时不变电感。

线性电感元件的电感参数 $L(t)$ 反映了元件的特性。

与电阻元件情况类似，多端电感的定义可由上述二端电感推广而得。

两个具有耦合的电感元件的电路符号如图 1-4 所示，如果它们的电流磁链关系分别为：

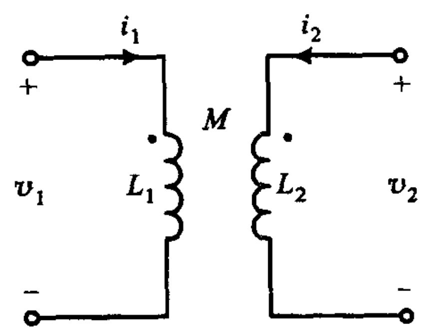


图 1-4　两个具有耦合的电感元件

$$\Psi_1 = f_1(i_1, i_2), \Psi_2 = f_2(i_1, i_2),$$

则称为非线性耦合电感。它属于非线性二端口流控电感元件。

线性耦合电感的电流磁链关系为：

$$\Psi_1 = L_1 i_1 + M i_2, \Psi_2 = M i_1 + L_2 i_2$$

式中 L_1，L_2 和 M 为常数。

§1-4　电路的线性和非线性

电路的特性在很大程度上决定于电路元件的特性，同时也决定于电路元件的相互连接方式。

在电路理论中，电路的线性与非线性有两种定义，一是根据电路元件的特性来定义，二是根据输入输出关系来定义，后者称为端口型定义。

若电路由线性无源元件(具有任意的初始条件)、线性受控源及独立电源组成,则称为线性电路。若电路含有一个或几个非线性元件,则称为非线性电路。

研究电路(或网络)的输入输出关系时,则可根据端口变量之间的关系来定义电路的线性性质,这样的定义称为端口型线性定义。

假设多端口网络的输入 $\boldsymbol{U}$ 为 M 维向量,输出 $\boldsymbol{Y}$ 为 N 维向量,即 $\boldsymbol{U}=[u_1,u_2,\cdots,u_M]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{Y}=[y_1,y_2,\cdots,y_N]^{\mathrm{T}}$。当任一端口的电压和电流服从该端口限定的约束时,称此端口的电压和电流为一对允许的信号。下面根据 $\boldsymbol{U}$ 与 $\boldsymbol{Y}$ 之间的“齐次性”与“可加性”来定义网络的线性性质。

若网络的输入输出关系由相应的一组微分积分方程 $\boldsymbol{N}(\boldsymbol{U},\boldsymbol{Y})=\boldsymbol{0}$ 给出,则对所有允许信号$(\boldsymbol{U},\boldsymbol{Y})$,如果当

$$\boldsymbol{N}(\boldsymbol{U},\boldsymbol{Y})=\boldsymbol{0}$$

时,必有

$$\boldsymbol{N}(\alpha\boldsymbol{U},\alpha\boldsymbol{Y})=\boldsymbol{0}$$

则称该网络的输入输出关系存在齐次性,这里 α 为任意实数。

若 $\boldsymbol{U}_1$ 与 $\boldsymbol{U}_2$ 是分别作用于网络的两个输入向量,其输出向量分别为 $\boldsymbol{Y}_1$ 与 $\boldsymbol{Y}_2$。如果当网络的输入为$(\boldsymbol{U}_1+\boldsymbol{U}_2)$时,其输出为$(\boldsymbol{Y}_1+\boldsymbol{Y}_2)$,即若:

$$\boldsymbol{N}(\boldsymbol{U}_1,\boldsymbol{Y}_1)=\boldsymbol{0},\boldsymbol{N}(\boldsymbol{U}_2,\boldsymbol{Y}_2)=\boldsymbol{0}$$

时必有

$$\boldsymbol{N}(\boldsymbol{U}_1+\boldsymbol{U}_2,\boldsymbol{Y}_1+\boldsymbol{Y}_2)=\boldsymbol{0}$$

则称该网络的输入输出关系存在可加性。

若一网络的输入输出关系由微分积分方程组 $\boldsymbol{N}(\boldsymbol{U},\boldsymbol{Y})=\boldsymbol{0}$ 给出,当该网络的输入输出关系既存在齐次性又存在可加性时,则称为端口型线性网络。当网络的输入输出关系不同时存在可加性与齐次性,则称为端口型非线性网络。

即对于端口型线性网络必定存在如下关系:

当 $\boldsymbol{N}(\boldsymbol{U}_1,\boldsymbol{Y}_1)=\boldsymbol{0},\boldsymbol{N}(\boldsymbol{U}_2,\boldsymbol{Y}_2)=\boldsymbol{0}$ 时,必有

$$\boldsymbol{N}(\alpha\boldsymbol{U}_1+\beta\boldsymbol{U}_2,\alpha\boldsymbol{Y}_1+\beta\boldsymbol{Y}_2)=\boldsymbol{0}$$

这一关系意味着端口型线性网络的输入输出微分积分关系式满足叠加原理。

例 1-3 图 1-5 所示电路中非线性电阻的电压电流关系为 $v_R=i_R^2$,输入为 u,输出为电阻元件上的电流。设该电路的输入输出关系为

$$N(u,y)=L\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{C}\int_0^t y\mathrm{d}\tau+y^2-u=0$$

由于

$$\begin{aligned}N(\alpha u,\alpha y)&=L\frac{\mathrm{d}(\alpha y)}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{C}\int_0^t(\alpha y)\mathrm{d}\tau+(\alpha y)^2-(\alpha u)\\&=\alpha\left(L\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{C}\int_0^t y\mathrm{d}\tau+y^2-u\right)+(\alpha^2y^2-\alpha y^2)\end{aligned}$$

当 $\alpha\neq1$ 时，$N(\alpha u,\alpha y)\neq0$，故网络不存在齐次性。因此该网络不是端口型线性网络。

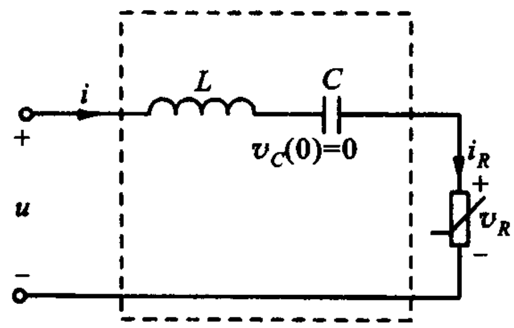


图 1-5　例 1-3 的电路

例 1-4　若回转器的输入为 $\boldsymbol{U}=[i_1,i_2]^{\mathrm{T}}$，输出为 $\boldsymbol{Y}=[v_1,v_2]^{\mathrm{T}}$。设回转常数为 r，有

$$\boldsymbol{N}(\boldsymbol{U},\boldsymbol{Y})=\begin{bmatrix}N_1(\boldsymbol{U},\boldsymbol{Y})\\N_2(\boldsymbol{U},\boldsymbol{Y})\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}v_1+ri_2\\v_2-ri_1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}$$

若 K 为任意实数，则有

$$\boldsymbol{N}(K\boldsymbol{U},K\boldsymbol{Y})=\begin{bmatrix}N_1(K\boldsymbol{U},K\boldsymbol{Y})\\N_2(K\boldsymbol{U},K\boldsymbol{Y})\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}Kv_1+Kri_2\\Kv_2-Kri_1\end{bmatrix}=K\begin{bmatrix}v_1+ri_2\\v_2-ri_1\end{bmatrix}=\boldsymbol{0}$$

即回转器存在齐次性。

又若当回转器的输入为 $\boldsymbol{U}'$ 时，输出为 $\boldsymbol{Y}'$，输入为 $\boldsymbol{U}''$ 时，输出为 $\boldsymbol{Y}''$，即：

$$\boldsymbol{N}(\boldsymbol{U}',\boldsymbol{Y}')=\begin{bmatrix}v_1'+ri_2'\\v_2'-ri_1'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{N}(\boldsymbol{U}'',\boldsymbol{Y}'')=\begin{bmatrix}v_1''+ri_2''\\v_2''-ri_1''\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}$$

则从这两组方程可导出

$$N(U'+U'',Y'+Y'')=\begin{bmatrix} v_1'+v_1''+ri_2'+ri_2'' \\ v_2'+v_2''-ri_1'-ri_1'' \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} (v_1'+ri_2')+(v_1''+ri_2'') \\ (v_2'-ri_1')+(v_2''-ri_1'') \end{bmatrix}=\mathbf{0}$$

即回转器也存在可加性。

由于回转器既存在齐次性又存在可加性，故回转器为端口型线性网络。

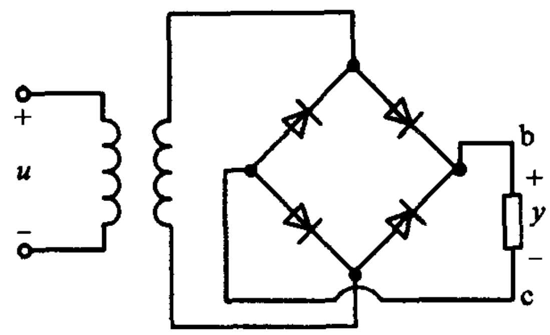


图 1-6 例 1-5 的全波整流电路

例 1-5 图 1-6 为一全波整流电路，当输入 $u_1=\sin(\omega t)$ 时，输出 y_1 为半波电压，y_1 的真实方向为从 b 端指向 c 端。当输入为 $u_2=\sin(\omega t+180°)$ 时，输出 y_2 仍为半波电压，且 y_2 的真实方向仍从 b 端指向 c 端。若此网络具有可加性，则当输入为 (u_1+u_2) 时，输出 y 应为 $y=(y_1+y_2)=2y_1=2y_2$，但是当输入为 $u=u_1+u_2=\sin(\omega t)+\sin(\omega t+180°)=0$ 时，其实际输出 $y=0$，所以该网络不存在可加性。

又若将网络的输入增大至 αu_1（αu_1 在整流电路的正常工作范围内），则输出 y 的幅度显然将增至 αy，可见此网络存在齐次性。

§1-5 时变与时不变

一个不含时变元件的电路称为时不变电路，否则就称为时变电路。

关于 N 端口的时变和时不变性质，"按端口"的时变和时不变根据以下定义来考虑。设对一个 N 端口的激励和响应有：

$$U(t)\rightarrow Y(t),\ \hat{U}(t)\rightarrow \hat{Y}(t)$$

如果对所有 t_0，当 $\hat{U}(t)=U(t-t_0)$ 时，有 $\hat{Y}(t)=Y(t-t_0)$，称此 N 端口为"按端口时不变"网络。这等于说，对一个时不变 N 端口，当激励提前或滞后一段时间施加于电路时，其响应亦提前或滞后同样长时间，而变

化规律是不变的。由时不变元件构成的 N 端口且初始条件均为零值，将是按端口时不变的。在特殊情况下，由时变元件构成的 N 端口有可能是按端口时不变的。

§1-6　无源性和有源性

对于图 1-7 所示一端口 N，输入该网络的功率

$$p(t)=v(t)i(t)$$

从任何初始时刻 t_0 到 t，该网络的总能量

$$W(t) = W(t_0)+\int_{t_0}^{t} v(\tau)i(\tau)\mathrm{d}\tau$$

式中 $W(t_0)$ 为在初始时刻 t_0 时该一端口储存的能量。

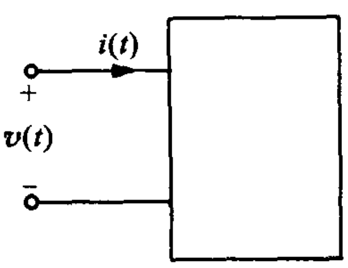


图 1-7　一端口 N

若对所有 t_0 以及所有时间 $t\geqslant t_0$，有

$$W(t)\geqslant 0,\ \forall\, v(t),i(t) \tag{1-22}$$

则此一端口 N 为无源的。如果一端口不是无源的，它就是有源的。就是说，当且仅当对某个激励和某一初始时间 t_0 以及某一时间 $t\geqslant t_0$，有 $W(t)<0$，则此一端口就是有源的。换句话说，如果一个一端口是有源的，就一定能找到某一个激励以及至少某一时间 t，式(1-22)对这个一端口不能成立。

在以上有关无源性的定义中必须计及初始储存能量 $W(t_0)$。例如，对时不变的线性电容，设它的电容值为 C，则有

$$\begin{aligned}W(t) &= W(t_0)+\int_{t_0}^{t} v(\tau)i(\tau)\mathrm{d}\tau = W(t_0)+C\int_{v(t_0)}^{v(t)} v\mathrm{d}v\\ &= W(t_0)+\frac{1}{2}Cv^2(t)-\frac{1}{2}Cv^2(t_0)\\ &= \frac{1}{2}Cv^2(t)\end{aligned}$$

式中 $W(t_0)=\frac{1}{2}Cv^2(t_0)$。所以当 $C>0$ 时，电容元件为无源的，而当 $C<0$ 时(线性负电容)，则为有源的。但是，如不计及式中的初始能量项，则

$$W(t)=\frac{1}{2}Cv^2(t)-\frac{1}{2}Cv^2(t_0)$$

$W(t)$为从 t_0 到 t 输入网络的能量。这样即使 $C>0$,$W(t)$在某些时间将小于零。事实上充电的电容有可能向外释放储存的能量,但如计及初始能量,它不可能释放多于它原先储存的能量。

为了考虑这种情况,引入了有关“无损性”的概念。设一端口的所有 $v(t)$,$i(t)$从 $t_0 \to \infty$为“平方可积”,即有:

$$\int_{t_0}^{\infty} v^2(t)\mathrm{d}t < \infty, \qquad \int_{t_0}^{\infty} i^2(t)\mathrm{d}t < \infty$$

如果对任何初始时间 t_0,下式成立

$$W(t) = W(t_0) + \int_{t_0}^{\infty} v(t)i(t)\mathrm{d}t = 0 \tag{1-23}$$

其中 $W(t_0)$为 t_0 时的初始能量,则称此一端口为无损网络。

以上关于 $v(t)$和 $i(t)$“平方可积”的条件,也即

$$v(\infty) = v(-\infty) = i(\infty) = i(-\infty) = 0$$

就是说,一端口在 $t=\infty$和 $t=-\infty$时均为松弛的。

假设一端口在 $t=-\infty$时无任何储存能量,则无源性可按下式定义

$$W(t) = \int_{-\infty}^{t} v(\tau)i(\tau)\mathrm{d}\tau \geqslant 0, \forall\, v(t), i(t), t \geqslant -\infty \tag{1-24}$$

以上有关无源性的定义可以推广到 N 端口。如果全部端口的电压、电流允许信号对是真实的,且对所有 t,输入端口的总能量为非负的,则此 N 端口为无源的,即对全部 $t \geqslant -\infty$,有

$$W(t) = \int_{-\infty}^{t} \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(\tau)\boldsymbol{i}(\tau)\mathrm{d}\tau \geqslant 0 \tag{1-25}$$

这里设 $t=-\infty$时,$\boldsymbol{v}(-\infty)=\boldsymbol{0}$,$\boldsymbol{i}(-\infty)=\boldsymbol{0}$。

如果对某些允许信号对,且对某些 $t>-\infty$,有

$$W(t) = \int_{-\infty}^{t} \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(\tau)\boldsymbol{i}(\tau)\mathrm{d}\tau < 0$$

则此 N 端口为有源的。

如果对所有平方可积有限值允许信号对,有

$$W(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(\tau)\boldsymbol{i}(\tau)\mathrm{d}\tau = 0$$

则此 N 端口为无损的。一个无损的 N 端口将最终把输入端口的能量全部返回。

线性(正)电阻元件、电容元件和电感元件均为无源元件。例如,对二端电阻,按式(1-24)有

$$W(t)=\int_{-\infty}^{t}v(\tau)i(\tau)\mathrm{d}\tau=\int_{-\infty}^{t}Ri^2(\tau)\mathrm{d}\tau$$
$$=R\int_{-\infty}^{t}i^2(\tau)\mathrm{d}\tau$$

可见，只要 $R>0$，对所有 t，$W(t)$总是非负的。同理，对于非零的 $v(t)$ 和 $i(t)$，$W(t)$将是 t 的单调非递减正值函数，因此当 $t=\infty$时，$W(t)$不可能是零值，所以线性电阻是无源的、非无损的。

线性负电阻、负电容和负电感是有源元件。

对于理想变压器[图 1-8(a)]，有

$$\begin{bmatrix}v_1\\i_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & n\\-n & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_1\\v_2\end{bmatrix}$$

按式(1-25)

$$W(t)=\int_{-\infty}^{t}[v_1(\tau)i_1(\tau)+v_2(\tau)i_2(\tau)]\mathrm{d}\tau=0$$

所以理想变压器是无源的且是无损的。

对理想回转器[图 1-8(b)]，有

$$\begin{bmatrix}v_1\\v_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & -r\\r & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_1\\i_2\end{bmatrix}$$

或

$$\begin{bmatrix}i_1\\i_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & g\\-g & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v_1\\v_2\end{bmatrix}$$

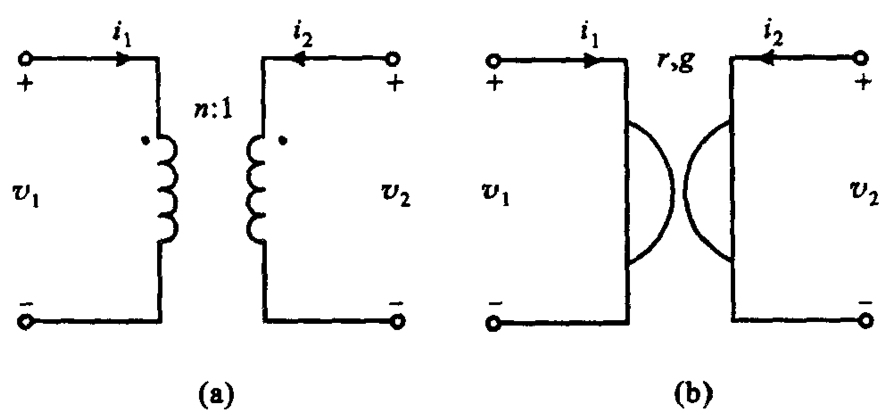


图 1-8　理想变压器和回转器

式中 r 和 g 分别称为回转电阻和回转电导，统称为回转常数。按式(1-25)有

$$W(t)=\int_{-\infty}^{t}[v_1(\tau)i_1(\tau)+v_2(\tau)i_2(\tau)]\mathrm{d}\tau$$

$$= \int_{-\infty}^{t} [gv_1(\tau)v_2(\tau) - gv_1(\tau)v_2(\tau)]\mathrm{d}\tau = 0$$

所以理想回转器也是无源的且是无损的。

对于图 1－9 中的理想负阻抗转换器(NIC),有

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & k \\ k & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

其中 $k(>0)$ 为实常数,称为 NIC 的增益。或写为

$$\begin{bmatrix} V_1(s) \\ I_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & k \\ k & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1(s) \\ V_2(s) \end{bmatrix}$$

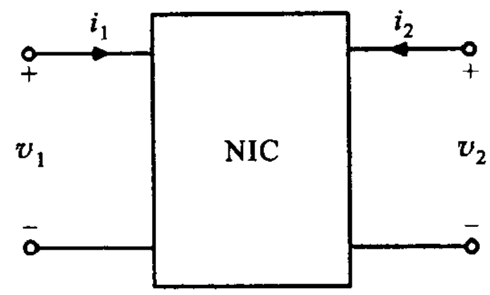


图 1－9 NIC

设端口 2－2′接有阻抗 $Z_2(s)$,则此时有

$$V_2(s) = -I_2(s)Z_2(s)$$

在正弦稳态情况下,输入 NIC 的总功率为

$$\bar{S} = P + \mathrm{j}Q = \dot{V}_1\dot{I}_1^* + \dot{V}_2\dot{I}_2^*$$

其中 $\dot{I}_1^*$ 和 $\dot{I}_2^*$ 分别为电流相量 $\dot{I}_1^*$ 和 $\dot{I}_2^*$ 的共轭。$\bar{S}$ 在一般情况下为复数,其实部为二端口内消耗的有功功率。因此若 $P<0$,此二端口为有源的,有

$$P = -2\mathrm{Re}[Z_2 \mid \dot{I}_2 \mid^2]$$

所以 NIC 是有源的。

以上有关无源性、无损性和有源性主要针对线性电路而言的。非线性电路的无源性和有源性的一般定义较为复杂,可参阅有关文献。

§1－7 连续时间系统和离散时间系统

连续时间信号的独立变量(t)是连续的,所以这种信号对独立变量的连续值都有意义。离散时间信号则仅对离散时间有意义。所以这种信号的独立变量取离散值。如果系统的输入是连续时间信号,输出也是连续时间信号,则该系统称为连续时间系统。值得注意的是并不要求连续时间系统的输入输出信号都是连续函数。例如,连续时间系统的输入信号可以是单位阶跃函数。

如果系统的输入和输出都是离散时间信号,该系统称为离散时间系

统。数字计算机就是一个离散时间系统。在离散系统中,信号取样的时间间隔可以变化,从一个取样值到下一个取样值,信号的值也可以改变。连续时间系统通常用微分方程描述,而离散时间系统则常用差分方程描述。

例如,一个离散时间系统将输入序列 $x(1),x(2),\cdots,x(n)$变换成输出序列 $y(1),y(2),\cdots,y(n)$。在时间 $t=k$ 时,该特定系统的输入输出关系表示为差分方程

$$y(k)=x(k)-4y(k-1)$$

该方程以 $y(k-1)$和已知输入信号 $x(k)$表示未知量 $y(k)$,假设系统在 $k=0$ 时和输入相连,则上式对每一个 $k\geqslant1$ 均成立。

为了计算 $y(k)$,令 $k=1,2,\cdots,n$,并求出:

$$\begin{aligned}
y(1)&=x(1)-4y(0)\\
y(2)&=x(2)-4y(1)\\
&\vdots\\
y(n)&=x(n)-4y(n-1)
\end{aligned}$$

其中 $x(1),x(2),\cdots,x(n)$是已知的输入,如果已知 $y(0)$,就可以由第一个方程确定 $y(1)$;已知 $y(1)$就可以由第二个式子求得 $y(2)$;再由第三个式子求得 $y(3)$等等。$y(0)$称为初始条件。像求解微分方程一样,求解差分方程不仅要知道输入信号,而且还需要初始条件。

最后,如果一个系统的输入是连续时间信号,在输出端产生离散时间信号(或相反),则称该系统为混合系统。例如电视机就是一个混合系统。输入到天线的是连续时间信号的电磁波,输出是由数百万个相应射频接收机调制信号的离散点组成的图像。

参考文献

[1] N. Balabanian, T. A. Bickart. *Electrical Network Theory*. §1-4, §1-5. John Wiley & Sons, Inc., 1969

[2] B. Peikari. *Fundamentals of Network Analysis and Synthesis*. Chapter 1,2. Prentice-Hall, Inc., 1974

[3] W. K. Chen. *Active Network and Feedback Amplifier Theory*. §1-1, §1-2, §1-3. McGraw-Hill Book Company, 1980

[4] 蔡少棠著,虞厥邦译. 非线性网络理论引论. 北京:人民教育出版社,1981

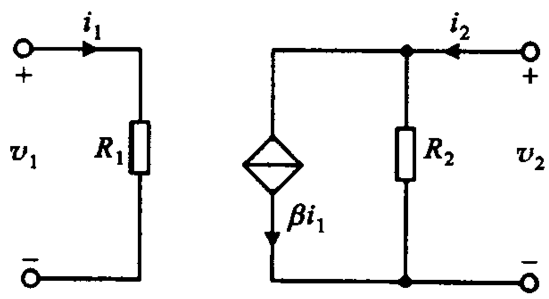
习 题

1-1 若有一非线性电阻的构成关系为 $i=4v^3-3v$,试说明当 $v=\cos(\omega t)$时,此非线

性电阻相当于一个倍频器。[提示:利用三角关系 $\cos(3x)=4\cos^3 x-3\cos x$]

1-2 设非线性荷控电容的电压电荷关系为 $v=f(q)$,问 $v-q$ 曲线在什么条件下是无源的？什么条件下是有源的？

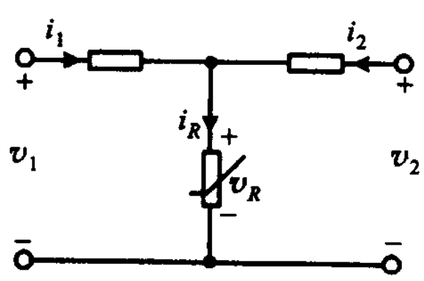
1-3 如图所示含有流控电流源的二端口,试判断此二端口是有源的还是无源的？并说明其条件。



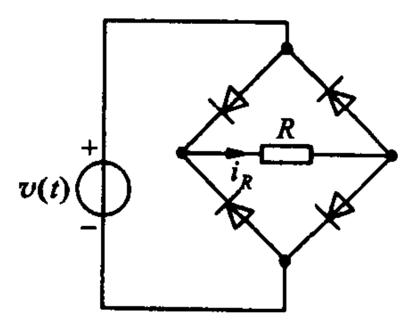
题 1-3 图

1-4 如图所示二端口,其中非线性电阻的构成关系为 $v_R=i_R^3$。此二端口是有源的还是无源的？

1-5 图示电路中的二极管是理想的。设输入为电压源 $v(t)$,输出为通过电阻 R 的电流 i_R。此电路是否为按端口线性的？



题 1-4 图



题 1-5 图

第二章　二阶有源 RC 滤波器

§2-1 引　　言

电滤波器是一种电信号处理电路，本书涉及的滤波器的主要功能是信号的选频传输，在输出中保留输入中特定频率范围的有用信号，抑制其他频率的干扰信号或无用信号。

滤波器的用途非常广泛。对电话、电视、收音机、雷达和声纳等，它是不可缺少的部件，在控制、测量和电力系统中也有重要的应用。事实上，滤波器的使用已相当普遍，在现代复杂电气设备中很难找出不使用滤波器的例子。

从 20 世纪 20 年代到 60 年代，实际应用的滤波器主要是由电阻、电感和电容构成的无源滤波器。然而，在 50 年代人们已认识到，用有源电路替代电感在减小体积和降低成本方面具有潜在的优势，用电阻、电容和晶体管构成的电路也可实现无源网络的频率特性，但是当时这种有源滤波器还不能完全达到实用阶段。60 年代中期，高质量集成运算放大器走向商品化，有源 *RC* 滤波器从而获得了很大的发展。70 年代初期出现了混合集成有源 *RC* 滤波器，这种滤波器与无源滤波器的尺寸相比已经大大缩小，价格也便宜得多，同时滤波器成为可以出售的商品。由于集成电路技术难以制作具有精确值的电阻，有源 *RC* 滤波器还难以实现全集成化。到了 70 年代末，出现了不需要电阻的开关电容技术，这种滤波器的截止频率受时钟控制，具有比较高的精度。80 年代以来，滤波器技术飞速发展，出现了多种形式的全集成滤波器，代表性的有 MOSFET - *C* 滤波器、跨导电容滤波器、开关电流滤波器、基于电流传输器的滤波器、连续时间电流模式滤波器等。目前，全集成滤波器朝着高频、低电压和低功耗的方向发展。

有源滤波器的优点主要有：(1)尺寸小，重量轻；(2)采用集成工艺可以大批量生产，价格低，可靠性高；(3)可以提供增益；(4)可以与数字电路