



面向 21 世 纪 课 程 教 材
Textbook Series for 21st Century

电 路 及 磁 路

(第二版)

蔡元宇 主编

蔡元宇 陈永祥 杨其允 编
张洪让 审



高等 教育 出 版 社
HIGHER EDUCATION PRESS

836
面向 21 世 纪 课 程 教 材
Textbook Series for 21st Century
TM13-43
C15(2)

电 路 及 磁 路

(第二版)

蔡元宇 主编

蔡元宇 陈永祥 杨其允 编
张洪让 审



A0927792



高等 教育 出 版 社
HIGHER EDUCATION PRESS

第一章 电路的基本概念和基本定律

电路理论研究的对象是电路模型。本章首先讨论电路及其模型的构成,然后介绍电路的一些物理量,引入电流、电压的参考方向的概念,研究与电路连接方式有关的基本规律——基尔霍夫定律(电路的拓扑约束),介绍电阻、电压源、电流源等电路元件及其电压电流关系(电路的元件约束)。这些都是本书的重要基础知识,贯穿全书。

§ 1-1 电路和电路模型

一、电路

电路(circuit)是指为了某种需要由一些电气器件按一定方式连接起来的电流的通路。比较复杂的电路呈网状,常称为网络(network)。实际上,电路与网络这两个名词并无明显的区别,一般可以通用。

电路的组成方式很多,功能也各不相同,其中一种作用是实现电能的传输和转换。例如各种电力电路便是如此。图 1-1(a)是一个简单的实际电路,它由干电池、开关、小灯泡和连接导线等电气器件组成。当开关闭合后,在这个闭合的通路中便有电流通过,于是小灯泡发光。干电池是一种电源(power source),在其正负极间能保持一定的电压,向电路提供电能;小灯泡是一种用电设备,在电路中称为负载(load),它实际上是一个电阻器,由电阻丝制成,电流通过时能发热到白炽状态而发光;开关及连接导线可使电流构成通路,为传输环节。

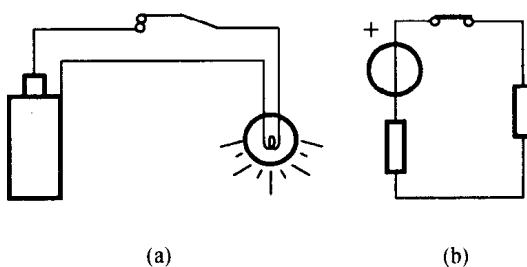


图 1-1 一个简单的实际电路及其电路模型

电路的另一种作用是实现信号的传递和处理。常见的例子如扩音机,传声器(话筒)将声音变成电信号,经过放大器的放大,送到扬声器再变成声音输出。传声器施加的电信号称为激励(excitation),它相当于电源;扬声器得到的放大信号称为响应(response),它相当于负载。由于传声器施加的信号比较微弱,不足以推动扬声器发音,需要采用传输环节对信号起传递和放大作用。

由此可见,电路主要由电源、负载和传输环节三部分组成:电源是提供电能或电信号的设备;负载是用电或输出信号的设备;传输环节用于传输电能和电信号。

二、理想电路元件

组成电路的实际电气器件往往比较复杂,其电磁性能的表现可能是多方面交织在一起的。但在研究时,为了便于分析,常常在一定条件下对实际器件加以理想化,只考虑其中起主要作用的某些电磁现象,而将其他现象忽略,或者将一些电磁现象分别表示。例如在图 1-1(a)的例子中,小灯泡(电阻器)不但发热而消耗电能,并且在其周围还会产生一定的磁场,但是可以只考虑其消耗电能的性能而忽略其磁场;干电池(电源)不仅在其正负极间能保持一定的电压对外部提供电能,其内部也有一定电能损耗(消耗电能),但可以将其提供电能的性能与内部电能损耗分别表示;对闭合的开关和较短的导线则只考虑导电性能而忽略其本身的电能损耗。

这样,可以定义一些理想化的电路元件,每一种电路元件体现某种基本现象,具有某种确定的电磁性能和精确的数学定义。在一定的条件下,用这些元件(element)或它们的组合模拟实际电路中的器件。例如:电阻元件是一种只表示消耗电能(转换为热能或其他形式能量)的元件,电感元件是反映电路周围存在着磁场而可以储存磁场能量的元件,电容元件是反映电路及其附近存在着电场而可以储存电场能量的元件等。电阻元件消耗电能,电感元件或电容元件不会释放出多于它吸收或储存的能量,因此这些元件称为无源元件。

在图 1-1(a)中,可以用电阻元件表示小灯泡(电阻器),用电压源元件和电阻元件的组合表示干电池(电源)。电压源元件及以后将介绍的电流源元件合称为有源元件,它们也是理想电路元件。

上述这些电路元件通过引出端钮(terminal)互相连接。具有两个端钮的元件,称为二端元件;具有两个以上端钮的元件,称为多端元件。

在以上分析中假定电磁现象可以分开研究,每一种元件只表示一种基本现象,这是所谓集总(lumped)参数元件。每个元件只是空间的一个点,流过元件的电流可以是时间的函数,却不可能是空间尺度的函数,在任何时刻,从具有两个端钮的理想元件的某一端钮流入的电流恒等于从另一端钮流出的电流,并且元

件两个端钮间的电压值也是完全确定的。

三、电路模型

在忽略电能损耗的情况下,闭合的开关和较短的导线可视为理想导体。实际电路可以用一个或若干个理想电路元件经理想导体连接起来模拟,这便构成了电路的模型(model)。图 1-1(b)便是图 1-1(a)的电路模型。

实际器件和电路的种类繁多,而理想电路元件只有有限的几种,用理想电路元件建立的电路模型将使电路的分析大大简化。建立电路模型时应使其外特性与实际器件和实际电路的外特性尽量接近,但两者的性能并不一定也不可能完全相同。同一器件或电路在不同条件下有时应以不同的电路模型表示。例如,一个线圈在频率较低时可以只考虑其中的磁场和耗能,甚至可以只考虑磁场,但当频率较高时则应考虑电场的影响,频率甚低或通过定值电流时就只需考虑耗能了。一般地说,对电路模型的近似程度要求越高,电路模型也越复杂。所以建立电路模型一般应指明它们的工作条件(如频率、电压、电流、功率和温度范围等)。

上述的电路模型是由集总参数元件构成的,故称为集总参数电路(lumped parameter circuit)。采用上述集总假设是有条件的。集总意味着把电路中的电场和磁场分开,磁场只与电感元件相关,电场只与电容元件相关,两种场之间不存在相互作用。因此,只有在器件和整个电路的尺寸远小于正常工作频率对应的波长,波的传递现象可以忽略时,才可以采用集总的概念。除第十二章外,本书研究的都是集总参数电路,以后不另加说明。

电路理论研究的对象是由理想元件构成的电路模型,无论简单的还是复杂的电路都可以通过理想化的电路模型充分地描述。理想化的电路模型也简称为电路。

四、有关电路的一些名词

以图 1-2 所示电路为例,介绍一些有关电路的名词。图 1-2 中,方框符号表示没有说明具体性质的二端元件。

(1) 串联和并联:一些二端元件成串相连、中间没有分支时称为串联(series connection);一些二端元件的两个端钮分别连在一起时称为并联(parallel connection)。图 1-2 所示电路中,元件 1、2、3 为串联,元件 4、5 为串联,元件 6、7 为串联,元件 8、9 为并联。

(2) 支路和结点:每一个二端元件称为 1 条支路(branch),两条及两条以上支路的连接点称为结点(node)。图 1-2 电路共有 9 条支路,共有 a、b、…、g 等 7 个结点。

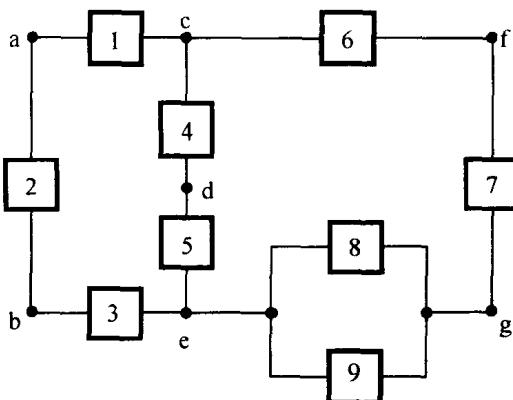


图 1-2 电路名词说明

支路还有其引伸的定义。为了方便,有时把几个二端元件串联成的分支作为1条支路,3条及3条以上支路的连接点称为结点。例如在图1-2中,元件1、2、3为1条支路,元件4、5为1条支路,元件6、7为1条支路,元件8和元件9分别构成1条支路,共有5条支路;而a、b、d、f不再作为结点,只有c、e、g3个结点。

流过支路的电流称为支路电流,支路两端之间的电压称为支路电压。

(3) 回路和网孔:由几条支路组成的闭合路径称为回路(loop),图1-2电路中元件8、9组成一个回路,元件1、4、5、3、2组成一个回路,元件1、6、7、8、3、2组成一个回路等等。

网孔(mesh)是回路的一种,将电路画在平面上,在回路内部不另含有支路的回路称为网孔,如图1-2中元件1、4、5、3、2组成的回路称为网孔,元件1、6、7、8、3、2组成的回路不称为网孔。

思考题与练习题

- 1.1.1 什么是电路? 电路的作用有哪些? 电路由哪些部分组成?
- 1.1.2 本节介绍了哪些理想电路元件? 它们各代表哪种电磁现象?
- 1.1.3 如何构成图1-1(a)的电路模型? 建立电路模型时应注意些什么?
- 1.1.4 说明采用集总参数电路的条件。
- 1.1.5 电路理论研究的对象是什么?
- 1.1.6 说明下列名词的意义:网络、激励、响应、无源元件、多端元件、集总参数元件。
- 1.1.7 说明下列名词的意义:串联、并联、支路、结点、回路、网孔。

§ 1-2 电路的主要物理量

一、电流及其参考方向

1. 电流

带电粒子(电子、离子等)的有秩序运动形成电流(current)。衡量电流大小的量是电流强度,简称电流。所以电流既是一种物理现象,又是一个物理量。电流在量值上等于通过某处的电荷量与所需时间之比。用符号 $i^{\textcircled{1}}$ 表示,即

$$i \stackrel{\text{def}^{\textcircled{2}}}{=} \frac{dq}{dt} \quad (1-1)$$

式中 dq 是在极短时间 dt 内通过某处的电荷量。习惯上规定正电荷运动的方向为电流的方向。

若电流的量值和方向不随时间变动,即 $\frac{dq}{dt}$ 等于定值,则这种电流称为直流

电流(direct current),简称为直流(DC)。直流电流常用大写的字母 I 表示,所以式(1-1)可改写为

$$I = \frac{q}{t} \quad (1-2)$$

式中 q 是在时间 t 内通过某处的电荷量。

周期性变动且平均值为零的电流称为交变电流^③ (alternate current),简称为交流(AC)。

本书中物理量采用国际单位制(SI)。电流的 SI 单位是安[培]^④ (ampere),符号为 A;电荷量的单位是库[仑](coulomb),符号为 C。若每秒通过某处的电荷量为 1 C,则电流为 1 A。将电流的 SI 单位冠以 SI 词头(见表 1-1),即可得到电流的十进倍数单位和分数单位,常用的有 kA(千安)、mA(毫安)、 μ A(微安)等。

表 1-1 常用 SI 词头

因数	10^9	10^6	10^3	10^2	10^1	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}
名称	吉	兆	千	百	十	分	厘	毫	微	纳	皮
符号	G	M	k	h	da	d	c	m	μ	n	p

① 本书用小写字母表示随时间变动的量,例如 i ,有时也写成 $i(t)$,而用大写字母表示恒定量。

② 符号 def 表示“按定义等于”。

③ 详见第三章。

④ 本书文字中方括号内为可以省略的字,省略后为简称。

2. 电流的参考方向

电路中一条支路的电流只可能有两个方向,如支路的两个端钮分别为 a、b,其电流的方向不是从 a 到 b,就是从 b 到 a。电流的方向是客观存在的,但在分析较为复杂的电路时,往往难于事先判定某支路中电流的方向;对于交流量,其方向随时间而变,无法用一个固定方向表示它的方向。为此,在分析与计算电路时,可任意规定某一方向作为电流数值为正的方向,称为参考方向(reference direction),用箭头表示在电路图上,并标以电流符号 i ,如图 1-3(a)所示。规定了参考方向以后,电流就是一个代数量,若电流为正值,则电流的方向与参考方向一致;若电流为负值,则电流的方向与参考方向相反。这样,就可以利用电流的参考方向和正负值来表明电流的方向。应当注意,在未规定参考方向的情况下,电流的正负号是没有意义的。

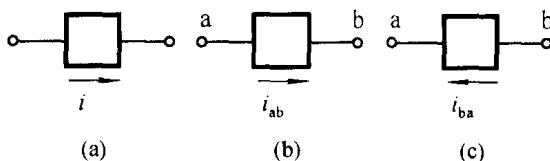


图 1-3 电流的参考方向

电流的参考方向除用箭头在电路图上表示外,还可用双下标表示,如对某一电流,用 i_{ab} 表示其参考方向由 a 指向 b[图 1-3(b)],用 i_{ba} 表示其参考方向由 b 指向 a[图 1-3(c)]。显然,两者相差一个负号,即

$$i_{ab} = -i_{ba} \quad (1-3)$$

二、电压、电位、电动势及其参考方向

1. 电压

当导体中存在电场时,电荷将在电场力的作用下运动,并把电能转换为其他形式的能量。电路中 a、b 两点间的电压(voltage)为单位正电荷在电场力的作用下由 a 点转移到 b 点时减少的电能,用符号 u_{ab} 表示,即

$$u_{ab} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{dW}{dq} \quad (1-4)$$

式中 dq 为由 a 点转移到 b 点的电荷量, dW 为转移过程中电荷减少的电能。

电压既表明单位正电荷在电场力作用下转移时减少的电能,减少电能体现为电位的降低(从高电位点到低电位点),所以电压的方向是电位降低的方向。

2. 电位^①

^① 电位在物理学课程中被称为电势。

若任取一点 o 作为参考点, 则由某点 a 到参考点 o 的电压 u_{ao} 称为 a 点的电位 (potential), 用 φ_a 表示。电位参考点可以任意选取, 常选择大地、设备外壳或接地点作为参考点。在一个连通的系统中只能选择一个参考点。参考点电位为零。

电压与电位的关系为: a、b 两点之间的电压等于这两点电位之差, 即

$$u_{ab} \stackrel{\text{def}}{=} \varphi_a - \varphi_b \quad (1-5)$$

式中 φ_a 为 a 点电位, φ_b 为 b 点电位。所以, 电压和电位差一般可以认为意义相同, 知道电路上各点电位后, 便可求得各段的电压。电位的量值与参考点的选择有关, 在电路中选定参考点后, 也可由电路各段电压求得电路各点的电位。例如图 1-4 中, 已知 $u_{ab} = 5 \text{ V}$, $u_{bc} = 3 \text{ V}$, 若选 c 点为参考点, 则 $\varphi_c = 0 \text{ V}$, $\varphi_b = \varphi_c + u_{bc} = 3 \text{ V}$, $\varphi_a = \varphi_b + u_{ab} = 8 \text{ V}$ 。

3. 电动势^①

在电场力作用下, 正电荷一般总是从高电位点向低电位点运动。为了形成连续的电流, 在电源中正电荷必须从低电位点移到高电位点。这就要求在电源中有一个电源力作用在电荷上, 使之逆电场力方向运动, 并把其他能量转换成电能。例如在发电机中, 当导体在磁场中运动时, 导体内便出现这种电源力; 在电池中, 电源力存在于电极之间。电动势 (electromotive force) 表明了单位正电荷在电源力作用下转移时增加的电能, 用符号 e 表示, 即

$$e \stackrel{\text{def}}{=} \frac{dW_s}{dq} \quad (1-6)$$

式中 dq 为转移的电荷, dW_s (下标 S 表示电源) 为转移过程中电荷增加的电能。增加电能体现为电位的升高 (从低电位点到高电位点), 所以电动势的方向是电位升高的方向。

如果用正 (+) 极性表示电源的高电位端, 用负 (-) 极性表示其低电位端, 如图 1-5 所示。则电动势 e 的方向是从负极性指向正极性, 而电压 u 的方向是从正极性

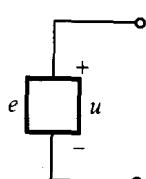


图 1-5 电源的电动势和电压

指向负极性, 两者刚好相反。由能量守恒定律得知: 若不考虑电源内部还可能有其他形式的能量转换, 则电源电动势 e 在量值上应当与其两端间的电压 u 相等。当电源不与其他元件连接时, 电源中没有电流, 因而电源内不存在能量转换。这时电源处于开路状态。显然, 电源开路时的电压在量值上等于电动势。

如上所述, 电动势与电压的物理意义并不相同, 但就其对

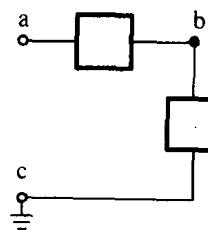


图 1-4 电位的计算

^① 电动势在专业课程中被简称为电势。

外部的效果而言,一个电源具有方向从负极性指向正极性的电动势和具有方向从正极性指向负极性量值相同的电压,二者是没有区别的。所以近代电路理论中逐渐省略了电动势这个量。但在专业课中还广泛地应用电动势的概念,所以本书仍作了阐述。

按电压和电动势随时间变化的情况,它们可分为直流的与交流的。如果电压和电动势的量值与方向都不随时间而变动,则称为直流电压和电动势,分别用符号 U 和 E 表示。

4. 电压、电位、电动势的单位

电压、电位、电动势的 SI 单位都是伏[特](volt),符号为 V。当 1 C 的电荷在电场力或电源力作用下由一点转移到另一点转换(减少或增加)的电能为 1 J 时,则该两点间的电压或电动势为 1 V,其十进倍数和分数单位常用的有 kV(千伏)和 mV(毫伏)、 μ V(微伏)等。

5. 电压、电位、电动势的参考方向

与电流类似,在分析与计算电路时,把电压、电动势看作是一个具有正负值的代数量,也必须事先规定某一方向作为其数值为正的方向,称为参考方向。参考方向可任意规定,一般有三种表示方式:

(1) 采用参考极性表示。在电路图上标出正(+)、负(-)极性,如图 1-6(a)所示,当表示电压的参考方向时,标以电压符号 u ,这时正极指向负极的方向就是电压的参考方向;当表示电动势的参考方向时,标以电动势符号 e ,负极指向正极就是电动势的参考方向。

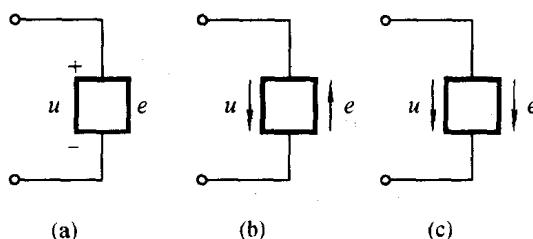


图 1-6 电压和电动势的参考方向

(2) 采用箭头表示。用箭头表示在电路图上,并标以电压符号 u 或电动势符号 e 。对于同一个处于开路状态的电源设备,它的电动势与电压方向相反而量值相等,当用箭头表示参考方向时,若选择电动势和电压的箭头方向相反,如图 1-6(b)所示,则有 $e = u$;若选择电动势和电压的箭头方向相同,如图 1-6(c)所示,则有 $e = -u$ 。

(3) 采用双下标表示。如 u_{ab} 表示电压的参考方向是由 a 指向 b; e_{ba} 表示电动势的参考方向是由 b 指向 a。

6. 使用参考方向需要注意的几个问题

- (1) 电流、电压的方向是客观存在的,但往往难于事先判定。参考方向是人为规定的电流、电压数值为正的方向,在分析问题时需要先规定参考方向,然后根据规定的参考方向列写方程。
- (2) 参考方向一经规定,在整个分析计算过程中就必须以此为准,不能变动。
- (3) 不标明参考方向而说某电流或某电压的值为正或负是没有意义的。
- (4) 参考方向可以任意规定而不影响计算结果,因为参考方向相反时,解出的电流、电压值也要改变正负号,最后得到的实际结果仍然相同。
- (5) 电流参考方向和电压参考方向可以分别独立地规定。但为了分析方便,常使同一元件的电流参考方向与电压参考方向一致,即电流从电压的正极性端流入该元件而从它的负极性端流出,如图 1-7 所示。这时,该元件的电流参考方向与电压参考方向是一致的,称为关联(associated)参考方向。反之,则为非关联参考方向。

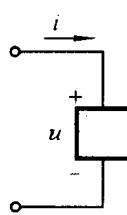


图 1-7 电压和电流的关联
参考方向

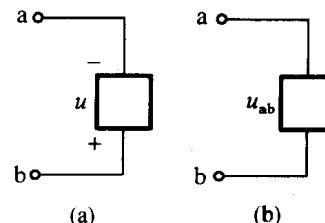


图 1-8 例 1-1 电路

例 1-1 图 1-8(a)中 $u = 7 \text{ V}$; 图 1-8(b)中, $u_{ab} = -4 \text{ V}$, 试分别比较 a、b 两点电位。

解 图 1-8(a)中参考极性 b 点为正,a 点为负, $u = 7 \text{ V}$, 所以 b 点电位比 a 点高 7 V 。

图 1-8(b)中, u_{ab} 为 a 点到 b 点的电位降, $u_{ab} = -4 \text{ V}$, 所以 a 点电位比 b 点低 4 V 。

三、电功率和电能

1. 电功率

在电路中, 正电荷 dq 受电场力作用从高电位点 a 流向低电位点 b, 设 ab 间电压为 u , 则根据式(1-4)可知在转移过程中 dq 减少的电能为

$$dW = u dq \quad (1-7)$$

减少电能意味着电能转换为其他形式的能量, 被电路吸收(消耗)。电能转换的

速率称为电功率,简称为功率(power)。功率 p 、电能 W 和电路中电压、电流的关系是

$$p = \frac{dW}{dt} = u \frac{dq}{dt} = ui \quad (1-8)$$

直流时

$$P = UI \quad (1-9)$$

上述情况中电压方向与电流方向一致。

功率的SI单位为瓦[特](watt),符号为W。功率的十进倍数和分数单位常用的有kW(千瓦)、MW(兆瓦)和mW(毫瓦)等。在式(1-8)和式(1-9)中,如电压单位为V(伏),电流单位为A(安),则功率单位为W(瓦)。

进行功率计算时必须注意式(1-8)和式(1-9)可带有正号或负号。当电压和电流的参考方向是相关联的,则上两式带正号,即

$$p = ui \text{ 或 } P = UI \quad (1-10)$$

当两者的参考方向是非关联的,则两式带负号,即

$$p = -ui \text{ 或 } P = -UI \quad (1-11)$$

由式(1-10)和式(1-11)得到的功率为正值时,表示这部分电路吸收(消耗)功率;若为负值时,则表示这部分电路提供(产生)功率(表示其他能量转换为电能的速率),此功率供给电路的其余部分。

2. 电能

根据式(1-8),从 t_0 到 t 时间内,电路吸收(消耗)的电能[量]为

$$W = \int_{t_0}^t p dt \quad (1-12)$$

直流时

$$W = P(t - t_0) \quad (1-13)$$

电能的SI单位是焦[耳](joule),符号为J,它等于功率1W的用电设备在1s内消耗的电能。在实用上还采用kWh(千瓦小时)作为电能的单位,它等于功率1kW的用电设备在1h(3600s)内消耗的电能,简称为1度电。

$$1 \text{ kWh} = 10^3 \text{ W} \times 3600 \text{ s} = 3.6 \times 10^6 \text{ J} = 3.6 \text{ MJ}$$

3. 额定值

各种电气器件(电灯、电烙铁、电阻器等)都有一定的量值限额,称为额定值,包括额定电压、额定电流和额定功率。许多器件在额定电压下才能正常、合理、可靠地工作,电压过高时器件容易损坏,过低时则功率不足(电灯变暗、电烙铁温度较低等)。使用电气器件时不应超过其额定电流或额定功率,否则时间稍长就可能因过热而烧坏。由于功率、电压和电流之间有一定的关系,所以在给出额定值时,没有必要全部给出。例如对灯泡、电烙铁等通常只给出额定电压和额定功率,而对于电阻器除电阻值外,只给出额定功率。

例 1-2 图 1-9 所示为直流电路, $U_1 = 4 \text{ V}$, $U_2 = -8 \text{ V}$, $U_3 = 6 \text{ V}$, $I = 2 \text{ A}$, 求各元件吸收或提供的功率 P_1 、 P_2 和 P_3 , 并求整个电路的功率 P 。

解 元件 1 的电压参考方向与电流参考方向相关联, 故

$$P_1 = U_1 I = 4 \text{ V} \times 2 \text{ A} = 4 \times 2 \text{ W} = 8 \text{ W} \text{ (吸收 8 W)}$$

元件 2 和元件 3 的电压参考方向与电流参考方向非关联, 故:

$$P_2 = -U_2 I = -(-8) \times 2 \text{ W} = 16 \text{ W} \text{ (吸收 16 W)}$$

$$P_3 = -U_3 I = -6 \times 2 \text{ W} = -12 \text{ W} \text{ (提供 12 W)}$$

整个电路的功率为

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = (8 + 16 - 12) \text{ W} = 12 \text{ W} \text{ (吸收 12 W)}$$

例 1-3 已知某实验室有额定电压 220 V、额定功率 100 W 的白炽灯 12 盏, 另有额定电压 220 V、额定功率 2 kW 的电炉两台, 都在额定状态下工作。试求: 总功率、总电流和在 2 h 内消耗的总电能。

解 总功率为 $P = (100 \times 12 + 2000 \times 2) \text{ W} = 5200 \text{ W} = 5.2 \text{ kW}$

总电流为

$$I = \frac{P}{U} = \frac{5200}{220} \text{ A} = 23.6 \text{ A}$$

总电能为

$$W = Pt = 5.2 \times 2 \text{ kWh} = 10.4 \text{ kWh}$$

思考题与练习题

1.2.1 什么是电流? 如何衡量其大小?

1.2.2 直流电流通过导线, 已知 1 s 内从 a 到 b 通过导线的电荷量为 0.2 C, (1) 如通过的是正电荷, 试求 I_{ab} ; (2) 如通过的是负电荷, 试求 I_{ab} 。

1.2.3 为什么要在电路图上规定电流的参考方向? 若电流为负值, 说明电流的方向与参考方向的关系。

1.2.4 电压、电位、电位差、电动势有何区别与关系?

1.2.5 按图(a)规定的参考极性, 为什么 $u = e$? 按图(b)规定的参考方向, 为什么 $u = -e$?

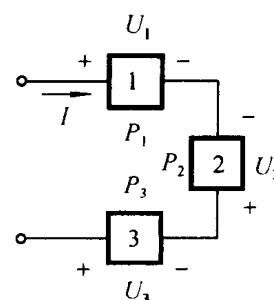
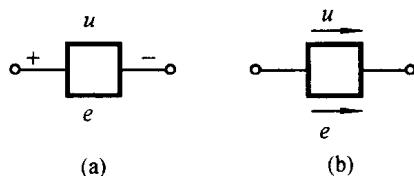


图 1-9 例 1-2 电路

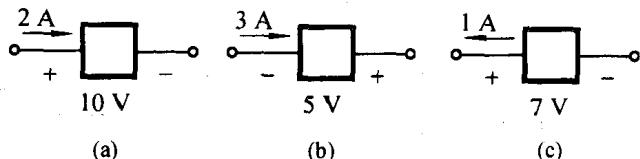


题 1.2.5 图

1.2.6 说明使用参考方向时需要注意的问题。

1.2.7 2 A 电流从一个二端元件的 a 端流入 b 端流出,若:(1) a 端电位比 b 端低 10 V; (2)b 端电位比 a 端低 20 V,求此元件吸收或提供的功率。

1.2.8 求图示电路中各元件吸收或提供的功率。



题 1.2.8 图

§ 1-3 基尔霍夫定律

基尔霍夫定律包括电流定律和电压定律,分别讨论如下。

一、基尔霍夫电流定律

基尔霍夫电流定律(Kirchhoff's current law)是用来确定连接在同一结点上各支路电流之间的关系的,缩写为 KCL。

流入某处某一电荷量的电荷,必须同时从该处流出同一电荷量的电荷,这一结论称为电流的连续性原理。

KCL 是电流的连续性原理在电路中的体现,对电路中任一结点,在任一时刻,流出结点的电流之和一定等于流入结点电流之和。例如,对图 1-10 所示电路中的一个结点 a,按各支路电流的参考方向,流出结点的电流为 i_2 和 i_5 ,流入结点的电流为 i_1 、 i_3 和 i_4 ,则

$$i_2 + i_5 = i_1 + i_3 + i_4 \quad (1-14)$$

上式可写成

$$-i_1 + i_2 - i_3 - i_4 + i_5 = 0$$

归纳为 KCL:任何时刻,对任一结点,所有支路电流的代数和恒等于零。其数学表达式为

$$\sum i = 0 \quad (1-15)$$

在上式中,按电流的参考方向列写方程,规定流出结点的电流取“+”号,流入结点的电流取“-”号。当然,也可作相反规定,其结果是等效的。

图 1-10 说明 KCL 的电路 KCL 适用于电路的结点,也可以把它推广运用于电路的任一假设的封闭面。例如,图 1-11 所示虚线封闭面包围的电路 N_1 中有 3 条支路与电路的其余部分连接,其流出的电流为 i_1 、 i_2 和 i_3 (电流的方向都是参考方

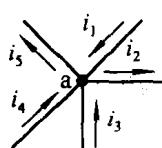


图 1-10 说明 KCL 的电路

向),则

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

根据电流连续性原理,对于一个封闭面,电流仍然必须是连续的,所以通过该封闭面的电流的代数和也应等于零。即流出封闭面的电流等于流入封闭面的电流。

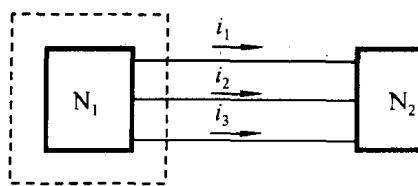


图 1-11 KCL 应用于一个封闭面



图 1-12 用一条导线相连接的两部分电路

对于图 1-12,两部分电路之间只有一条导线相连接,根据 KCL,流过导线的电流 i 必然为零。

例 1-4 流入、流出某结点的电流如图 1-13 所示,求 i 。

解 规定流出结点的电流为正,流入为负,根据 KCL 得

$$i + 4 \text{ A} - 2 \text{ A} - 1 \text{ A} = 0 \quad \text{①}$$

解得

$$i = -1 \text{ A}$$

如果规定流出结点的电流为负,流入为正,则方程为

$$-i - 4 \text{ A} + 2 \text{ A} + 1 \text{ A} = 0$$

显然,也可解得 $i = -1 \text{ A}$ 。这说明,在列写 KCL 方程时规定流出的电流为正,或者规定流入的电流为正,并不影响计算结果。但是在同一个 KCL 方程中,规定必须一致。

在分析电路时,必须先假定电流的参考方向,在图上明确标示出来,然后再列写方程。流入结点和流出结点一律以参考方向为准。

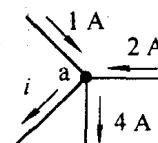


图 1-13 例 1-4 图

二、基尔霍夫电压定律

基尔霍夫电压定律(Kirchhoff's voltage law)是用来确定连接在同一回路中各支路电压之间的关系的,缩写为 KVL。

电荷在电场中从一点移到另一点时,它所具有能量的改变量只与这两点的

① 电流 i 为物理量,含单位 A,按量的等式、方程式各项的量纲必须相同的原则,式中标出了其他各项电流的单位。这样往往显得繁琐。为了简化,可将其写成数值方程,这时式子中 i 为电流的数值,其他各项也不必标出电流的单位,各物理量都只代表以 SI 单位度量该量的数值。对上述两类写法,本书都有采用,并且对某些数值等式、数值方程的计算结果,按工程惯例,也直接给出量的单位。

位置有关,与移动的路径无关。

KVL 是电压与路径无关这一性质在电路中的体现。电路中,在任一时刻,从任一结点出发经过两个不同的路径到达另外一个结点,电压相同。例如,对图 1-14 所示电路中的一个回路 abcd,各支路电压的参考方向如图所示,各电压分别为 u_1 、 u_2 、 u_3 、 u_4 。从结点 a 出发经过路径 ab 到达另外一个结点 b,电压为

$$u_{ab} = u_1$$

从结点 a 出发经过路径 adcb 到达结点 b,电压为各支路电压的代数和

$$u_{ab} = -u_4 + u_3 + u_2$$

则

$$u_1 = -u_4 + u_3 + u_2 \quad (1-16)$$

上式可写成

$$u_1 - u_2 - u_3 + u_4 = 0$$

归纳为 KVL:任何时刻,沿任一回路的各支路电压的代数和恒等于零。其数学表达式为

$$\sum u = 0 \quad (1-17)$$

在上式中,按电压的参考方向列写方程,可按顺时针方向绕行,支路电压参考方向与回路绕行方向一致时(从“+”极性向“-”极性)电压取正号,相反时(从“-”极性向“+”极性)电压取负号。当然,也可按逆时针方向绕行列写方程,其结果是等效的。

KVL 也可以推广运用于电路中的假想回路,例如在图 1-15 中,可以假想有回路 abca,其中 ab 段并未画出支路。对于这个假想回路,如从 a 点出发,顺时针方向绕行一周,按图中规定的参考方向,有

$$u + u_2 - u_1 = 0$$

或

$$u_{ab} = u = u_1 - u_2$$

例 1-5 求图 1-16 中的 u_1 和 u_2 。

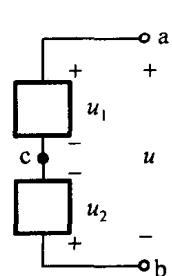


图 1-15 KVL 应用于假想回路

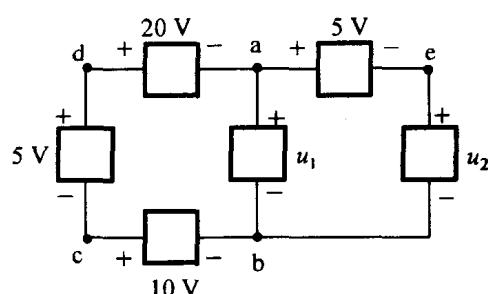


图 1-16 例 1-5 电路

解 对 abcda 回路列写 KVL 方程求 u_1 , 取顺时针绕行方向, 从 a 点出发可得

$$u_1 - 10 \text{ V} - 5 \text{ V} + 20 \text{ V} = 0$$

解得

$$u_1 = -5 \text{ V}$$

对 aeaba 回路列写 KVL 方程求 u_2 , 取顺时针绕行方向, 从 a 点出发可得

$$5 \text{ V} + u_2 - u_1 = 0$$

解得

$$u_2 = -5 \text{ V} + u_1 = -5 \text{ V} - 5 \text{ V} = -10 \text{ V}$$

求 u_2 也可选用 ebcdae 回路, 取顺时针绕行方向, 则 KVL 方程为

$$u_2 - 10 \text{ V} - 5 \text{ V} + 20 \text{ V} + 5 \text{ V} = 0$$

解得

$$u_2 = -10 \text{ V}$$

沿 aeaba 回路与沿 ebcdae 回路计算 u_2 结果相同。

在分析电路时, 必须先假定电压的参考方向, 在图上明确标示出来, 然后再列方程。支路电压取正号还是取负号一律以参考方向为准。

KCL 规定了电路中任一结点的电流必须服从的约束关系, KVL 规定了电路中任一回路的电压必须服从的约束关系。这两个定律仅与元件的相互连接方式有关, 而与元件的性质无关, 所以这种约束称为“拓扑”约束。不论元件是线性的还是非线性的, 电流、电压是直流的还是交流的, KCL 和 KVL 总成立。

思考题与练习题

1.3.1 说明 KCL、KVL 的含义及应用范围。

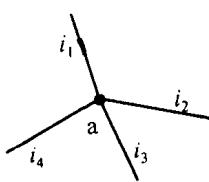
1.3.2 电路如图所示, 有 4 条支路与结点 a 相连, 已知结点 a 的 KCL 方程为

$$-i_1 + i_2 + i_3 - i_4 = 0$$

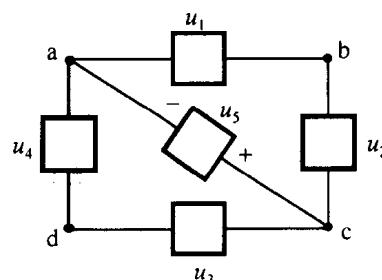
(1) 试标出 i_2 、 i_3 、 i_4 的参考方向;

(2) 在图示参考方向下, 若 $i_1 = 1 \text{ A}$, $i_2 = 2 \text{ A}$, $i_3 = -1 \text{ A}$, 求 i_4 ;

(3) 流经结点 a 的电流是多少?



题 1.3.2 图



题 1.3.3 图

1.3.3 电路如图所示, 已知 KVL 方程为:

$$u_1 - u_2 + u_5 = 0$$