目　　录

第一章　引　论

§1-1　工程建筑物变形观测的意义、内容与方法

工程建筑物的变形观测，在我国还是一门比较“年轻”的技术，它是随着我国建设事业的发展而兴起的。解放以来，我国兴建了大量的水工建筑物、工业与交通建筑物、高层建筑物以及为开发地下资源而进行的工程设施，安装了大量的精密机械、导轨以及科学试验设备等。由于各种因素的影响，在这些工程建筑物及其设备的运营过程中，都会产生变形。这种变形在一定限度之内，应认为是正常的现象，但如果超过了规定的限度，就会影响建筑物的正常使用，严重的还可能危及建筑物的安全。因此在工程建筑物的施工和运营期间，必须对它们进行监视观测，即变形观测。变形观测也有助于推动各工程学科的进一步发展。对变形观测资料的分析，可进一步修正理论上的某些假设和采用的参数。

在近代，随着采矿方法的技术进步，三下开采矿产资源的研究与推广，以及大型精密工程建筑物的飞速发展和对地壳移动研究的开展，对变形观测提出了新的要求。

变形观测主要是周期性地对观测点进行重复观测，求得其在两观测周期间的变化量。为了求得瞬时变形，则应采用各种自动记录仪器记录其瞬时位置。

变形观测的内容，应根据建筑物的性质和地基情况来决定。通常，对于工业与民用建筑物的基础，主要观测的是均匀沉陷与不均匀沉陷；对于建筑物本身则主要观测倾斜与裂缝。对于高

层建筑物则需进行震动观测。在城市，由于工业用水需要大量地吸取地下水，在矿区，由于地下矿业资源的开采均将影响地下土层的结构，使地面发生沉降现象。因而这些地区主要应进行地表沉降观测。对于大型水工建筑物，例如混凝土坝，由于水压力、外界温度变化、坝体自重等因素的作用，将产生沉降、水平位移、倾斜、挠曲变形。因而需进行相应内容的变形观测。

在监视缓慢的变形时，主要是使用常规的测量仪器和摄影测量设备，上述仪器适用于根据大地控制网按一定观测周期测定观测点的位移。此外，许多机械的、光学的和电子的测量仪器（例如引张线观测设备、倾斜仪、正倒锤、流体静力水准测量系统）可用于监视建筑物及基础各部位的相对位移。

近年来，由于变形观测精度要求的提高(例如要求达到10^{-6}和10^{-7}的精度）及连续监视次数要求的增加，因而变形观测技术在精密测距、自动化和遥控观测等方面有了很大发展，具有代表性的是激光准直系统、电子倾斜仪和流体静力水准仪的发展。

上述的变形观测主要是监视建筑物的形态及其空间位置的变化，通常称它们为外部变形观测。与此相应，对建筑物结构内部的应变、应力、温度、渗压、土压力、孔隙压力以及伸缩缝开合等项目的观测，通常称为内部观测。内部观测一般不由测量人员进行，但在进行变形观测数据处理时，特别是对变形原因作物理解释时，则必须将内、外部观测的资料结合起来进行分析。

§1-2　变形观测数据处理的目的与内容

欲使变形观测充当工程运营管理的耳目，起到指导工程安全使用和充分发挥工程效益的作用，除了进行现场观测取得第一手资料外，还必须进行观测资料的整理分析，即对观测数据作出正确的处理。

变形观测数据处理的主要目的是：

1．整理观测资料并将其绘制成便于实际应用的图表。

2．探讨变形的成因，给出变形值与荷载（引起变形的有关因素）之间的函数关系，从而对建筑物运营状态作出正确判断和进行变形预报，并为修正设计理论和设计中所采用的经验系数提供实践依据。

第一个目的是对变形进行几何分析，也即对建筑物的空间状态的变化给出几何描述。第二个目的则是对变形进行物理解释。

几何分析的成果是判断建筑物运营是否正常的基础。如图1-1为某土坝沉陷过程线，由图可以看出土坝的年沉陷量随着运营时间的延长有所减少，在沉陷过程中土坝的沉陷存在年周期的起伏变化。在进行几何分析中通常需对观测资料进行如下处理：

图 1-1

1．校核各项原始记录，检查各次变形观测值的计算有无错误；

2．对变形值进行逻辑分析，检查是否存在带有粗差的观测值，以便进行必要的野外补测或采取相应措施；

3．对作为变形观测依据的基准点稳定性检验的观测成果进行数据处理，通常包括观测值是否伴随有超限误差的统计检验和基准点稳定性的统计检验两个内容；

4．最终变形值的计算与变形图表的绘制；

5．根据变形图表，对建筑物的运营状态进行描述。

物理解释一般可以分为下面两种方法：

1．统计的方法或回归分析法。该法是通过分析所观测的变形和内外因之间的相关性来建立荷载-变形之间关系的数学模型。由于该法利用了过去的观测数据，因此具有后验的性质。

2．确定函数模型法。该法利用荷载、变形体的几何性质和物理性质以及应力-应变间的关系来建立数学模型。和第一种方法相比，它有先验的性质。

在实际工作中，两种方法不应截然分开。事实上，每种方法都包含有统计的和解析的成分。对变形体结构性能的一般了解，有助于在回归分析法中建立荷载-变型的数学模型。而确定函数模型法所建立的模型还可以通过回归分析法来进一步改进，例如校正变形体材料的某些物理参数。

除了上面所述的回归分析法与确定函数模型法之外，由于变形值受到很多因素的影响，因而在用回归分析法分解出有规律的变化后，还可对残余量采用时序分析的方法，以探讨进一步提高变形预报的精度。

§1-3　变形观测数据处理与其它学科的关系

变形观测是研究变形体在空间和时间中的变化特性。由于变形体的变化一般很小，例如混凝土重力坝坝顶水平位移的年变幅一般在 10 mm 左右，而基础廊道沉陷量的年变幅有的仅 2～3 mm。为监视地震活动而进行的监测，测定的地壳变化率可能小到百万分之一。这样小的变形值常与测量误差的大小相当，因此为了判断所测之变形值是测量误差累积的结果还是变形体真正的变形，或为了作出接受一个变形模型正确与否的结论，需要进行

很细致的精度分析和成果的统计检验。

变形观测中限差的制定、判断变形值的可靠性、观测值是否伴随超限误差的判断、工程监测网中作为变形基准点的稳定性的判断、监测地震活动或大范围地表移动的相对网（全部网点均位于变形体上）的分析以及为了选择最佳的变形模型均需要利用统计检验原理。除此以外，变形的物理解释所用的回归分析法，本身就属于统计理论的范畴。

随着工程建设的发展，对建筑物的动态变形，例如对高层建筑物在风荷载与日照下的摆动，桥梁钢架在动荷载下的振动要进行监视观测，并作出变形的物理解释。

动态变形观测值构成了一个时间系列，因而在变形观测数据处理中需要用到信号系统中的频谱分析、随机过程、时序分析等数理统计有关内容。

模拟变形、解释变形的原因和变形之间的定量关系是一个复杂的问题，涉及到多学科的知识，例如地基基础、材料力学、结构力学、弹性力学等力学知识。

由于微处理机和自动记录装置正在广泛地应用到各类测量仪器的设计中，使野外数据采集的自动化程度愈来愈高。变形观测数据处理的自动化就提到议事日程上来了，因而变形观测数据处理就与计算机技术密切相关。

第二章　概率论与数理统计的基本知识

§2-1　随机变量及其概率分布

在日常生活中有一类现象，对其我们可作精确的预断，例如在天文学知识的基础上，可以预断日蚀的发生地点、时间。这一类事件称因果性事件。但另有一类现象，对其进行观察或实验时，我们无法对结果作出精确的预断，这主要是因为影响这现象出现的因素过多，并且各因素所起的作用都相仿，也难以精确地计算出来。这一类事件叫做随机事件。

测量中的偶然误差有其随机性(偶然性)，是随机变化的数值。一般来说，一组随机实验的结果，当用数字表达出来时，则称为随机变量。一般它以不同的概率取不同的数值。

虽然单独一次随机实验的结果是不规则的，但多次随机实验的平均结果却有其规律性，这就是统计规律性。由此可以用事物出现的概率为基础来描述随机变量。

随机变量这个词代表一系列的概念：与这变量有关的随机实验，实验所得结果（可用数字描述）及其概率。

如进行了 n 次某随机实验，其中事件 A 出现 x 次，设实验具有统计规律性，那么当 n 很大时，频率 $\frac{x}{n}$ 的波动很小。此时，自然会使人想到，有一个数 P，可以作为频率 $\frac{x}{n}$ 的理论“极限”值。数字 P 就定义为该实验中事件 A 的概率，通常用记号 $P(A)$ 表示。

在有些问题中，如果实验结果只可能为有限的 n 个，每一结果出现的可能性相等，并且这些结果是互斥的，即每次实验只能出现一个结果，其中能使事件 A 发生的结果有 m 个，则在这种情况下事件 A 的概率 $P(A)$ 可用下式定义：

$$P(A)=\frac{m}{n} \tag{2-1}$$

通常称它为概率的古典定义。

与概率古典定义相应，根据频率而下的定义称为概率的统计定义。

若用 $P(X=a)$ 来表达 X 取值 a 这一事件的概率，并用 $P(a<X\leqslant b)$ 来表达 X 在区间 $a<X\leqslant b$ 内取值这一事件的概率，将 a 和 b 画在数轴上，$a<b$，如果对于任何的 a 和 b 皆可知 $P(a<X\leqslant b)$，则显然可以对 X 取任何值 $(a<x\leqslant b)$ 的概率有一个完整的概念，这时则说我们知道变量 X 的概率分布，简称分布。

假若对某已知数 x，随机变量 $X\leqslant x$ 的概率可写为 $P(X\leqslant x)$。显然这个概率是 x 的函数，将此函数写为 $F(x)$，则

$$F(x)=P(X\leqslant x) \tag{2-2}$$

我们称 $F(x)$ 为随机变量 X 的累积分布函数，简称累布函数，也叫分布函数。

图2-1(a)为一离散型随机变量可能取值的概率示意图，它直观地表示出各点 x_i 上概率的大小。与图 2-1(a)数据对应的累布函数图(图2-1(b))，是阶梯形的，在两相邻孤立点之间的区间内（不包括孤立点）它是水平线，表示 $F(x)$ 为常数。在各孤立点上它是不连续的，有一个台阶，其高为各该点上的 P_i。

随机变量可能的取值并不都是可列的，很多情况是不可列的。例如测量误差大小这一随机变量的取值就不可列，它在可能取值范围内是充满区间的，或者说在此区间内有无穷多个连续点。

对离散型随机变量，可认为单位质量的分布按概率 P_i 的大小分成若干份，布置在各相应的孤立点上(参见图2-1(a))。类似

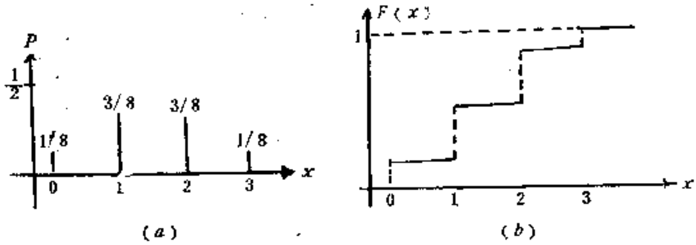


图 2-1

地，对连续型随机变量，可认为单位质量的分布不是集中在各孤立点上，而是连续地分布在数轴上。如用 $f(x)$ 来表示质量分布在 x 轴上的密度，则 $f(x)$ 为 x 的连续函数，并且对于任何 x，$f(x)\geqslant 0$，在无穷小区间 $(x, x+dx)$ 内的质量为 $f(x)dx$，此即随机变量在此区间取值的概率。与物理上的说法相仿，我们称 $f(x)$ 为密度函数，简称密度。密度函数也称为频率函数。$f(x)dx$ 称为分布的概率元素。按累布函数的定义可得

$$F(x)=P(X\leqslant x)=\int_{-\infty}^{x} f(x)dx, \qquad (2\text{-}3)$$

由此知，x 在任意区间 $a<x\leqslant b$ 取值的概率为

$$P(a<x\leqslant b)=F(b)-F(a)=\int_{a}^{b} f(x)dx \qquad (2\text{-}4)$$

利用分布函数可以完全确定随机变量，但在实际应用中，有时要确定分布函数是很困难的；而且在许多问题中也只需要知道随机变量的某些特征值就够了。描述一个概率分布的主要特征值有多种，它们与矩有关。通常称

$$\alpha_k=E(x^k)=\int_{-\infty}^{\infty} x^k f(x)dx \qquad (2\text{-}5)$$

为 k 阶原点矩。显然

$$\alpha_0=1$$
$$\alpha_1=E(x)=\xi$$

即一阶原点矩等于随机变量的均值。

相对于均值 ξ 的矩

$$\mu_k = E\{(x-\xi)^k\} = \int_{-\infty}^{\infty}(x-\xi)^k f(x)dx \tag{2-6}$$

称为 k 阶中心矩。显然

$$\mu_1 = E(x-\xi) = E(x)-\xi = 0$$

$$\mu_2 = E\{(x-\xi)^2\} = \int_{-\infty}^{\infty}(x-\xi)^2 f(x)dx \tag{2-7}$$

μ_2表示了分布的分散度。如质量集中在其均值的周围，则分散度小，这相应于精度高的观测；反之则分散度大，即观测的精度低。通常称 μ_2 为分布或随机变量的方差，记为$D^2(X)$(或$D(X)$)。一般取 μ_2 的正平方根作为分散特征，记为 σ，并称它为标准差、均方差或中误差。

测量中偶然误差的分布有如下特点：

1. 就误差的绝对值而言，小误差比大误差出现的机会多，故误差的概率与误差的大小有关。

2. 大小相等，符号相反的正负误差的数目近于相等，故误差的密度曲线是对称于误差为 0 的纵轴。

3. 极大的正误差与负误差的概率非常小，故绝对值很大的误差一般不会出现。

高斯于 1795 年找出随机误差的密度函数形式为

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{(x-\xi)^2}{2\sigma^2}} \tag{2-8}$$

相应的分布函数为

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(x-\xi)^2}{2\sigma^2}} dx \tag{2-9}$$

上两式中：ξ 为随机变量 x 的均值，σ^2为其方差。

正态分布通常简记为 $N(\xi,\sigma^2)$。当 $\xi=0$，$\sigma=1$ 时的正态分布称标准正态分布，记为$N(0,1)$；相应的密度函数及分布函

数分别记为$\varphi(x)$及$\Phi(x)$，由(2-8)、(2-9)式顾及$\xi=0$，$\sigma=1$可写出为：

$$\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}} \tag{2-10}$$

$$\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x}e^{-\frac{x^2}{2}}dx \tag{2-11}$$

图 2-2 给出了$\varphi(x)$、$\Phi(x)$的图形。图中上部为密度函数图象，下部图形为分布函数。

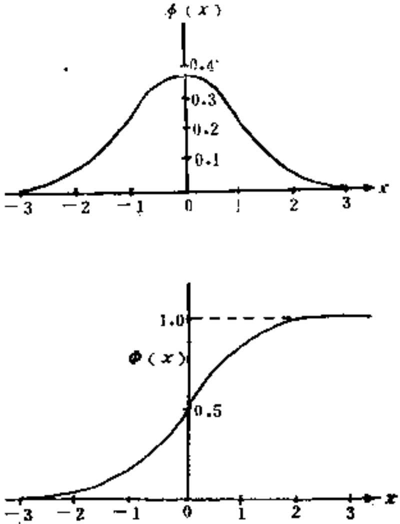


图 2-2

§2-2 统计方法概述

统计方法最初用在工农业和日常生活问题上。例如要检查工厂生产的一批产品是否合格，为了节省时间和费用，我们不检查

每一件产品，而随机地抽出 n 件产品进行检查，从而对整批产品的质量进行推断。此时，整批产品称为母体(或总体)，抽出的 n 件称为一组子样，n 为子样的容量，n 件中每一件称为子样元素，抽取的过程称为随机抽样。

与上述概念类似，在变形观测数据处理中，我们的目的是根据观测资料，来判断建筑物是否存在变形，变形的数值有多大。由于观测中不可避免地伴随有误差，加之测量误差在其可能取值区间是连续的，因而变形观测中，可能得到的一切观测值就构成了一个无穷多个数的母体，为了求出关于母体的情况，我们只能从有限个观测值来进行推断。为了便于对子样进行分析和推断，我们要求每个子样元素是互相独立的。这时，每个子样元素可以是一切可能值中的任一个，这种抽样称为随机抽样。

每一次观测，都构成对母体的一次抽样。一般来说，我们还不止进行一次抽样观察，而要进行几次观察。通过观察就得到母体指标 X 的一组数值 $(x_1,x_2\cdots\cdots,x_n)$，其中每个 x_i 是一次抽样观察的结果。对于随机抽样来说，对其某一次观察结果而论 $(x_1,x_2,\cdots x_n)$ 是完全确定的一组值，$(x_1,x_2\cdots\cdots x_n)$ 称为容量为 n 的子样观测值，但它又是随每次抽样观察而改变的，因而，我们应把它看作为随机向量 $X=(X_1,X_2\cdots X_n)$，我们称它为容量是 n 的子样。在统计学中子样是我们对母体分布进行推断的依据。

如前所述，子样值可以看成随机变量，则这些子样值的函数也可看成随机变量。这些函数在今后常用到，它们称为统计量。

用统计方法对变形观测资料进行处理时，需进行如下工作：

1．母体分布的选定。这是选用某种数学模型来描述当前的观测值，它必须从观测值的分析中来解决。

例如为了观测坝体位移，在坝顶布设了如图 2-3 之视准线系统。图中 A、B 为视准线端点，设对观测点 P 在不同周期测得相对视准线的偏离值分别为 $l_1=30.92\text{mm}$ 与 $l_2=33.59\text{mm}$，试判断在此两观测周期期间，P 点所在坝段是否发生位移？

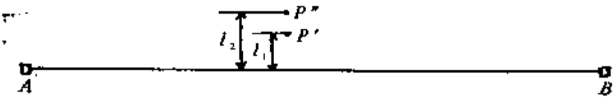


图 2-3

为了判断在两观测周期期间P点是否产生水平位移，我们必须从观测值$l_2-l_1=2.67$mm（它是母体的一次抽样）来判断。为了推断，我们作假设：坝段在两观测期间没有产生位移。在这种假设下，观测值的变动就完全是由测量误差所产生。当我们在观测中设法消除可能产生的系统误差后，则母体分布可看成是服从偶然误差的分布，即服从正态分布。

2. 母体分布的检验。研究所选定的母体分布与客观实际（观测值）符合与否，以及用什么方法来进行这种检验。当所选的母体分布能通过各种不同的检验时，就认为它是适合的。如前所述之水平位移观测，当假设两周期期间没有产生位移下，母体分布是正态分布这一假设通过了检验，则即可认为大坝在两周期期间没有产生位移，否则就怀疑它存在位移。

此例中，设由大量观测资料统计，每周期偏离值测定的中误差为±0.24mm，位移观测值之中误差$\sigma_0=\pm0.34$mm。故在所作假设下，观测值l_2-l_1服从正态分布，分布之均值为0，中误差为±0.34。为了判断坝段在两观测周期期间没有发生位移这一假设是否正确，需对l_2-l_1是否服从$N(0,\ 0.34^2)$作检验。

3. 统计量的检验。我们使用子样值的函数（统计量）来估计各参数。这些统计量的概率分布可以从母体分布来求出，然后即可进行分析、检验，谋求问题的解决。在很多问题中，我们需要用到子样值的函数作统计量，如上例中，在假设成立下，统计量$\dfrac{(l_2-l_1)-0}{\sigma_0}$应服从标准正态分布，由此我们可以对假设进行统计检验。

在假设检验时，要应用下述的小概率事件原理。

如一事件出现的概率很小，则称为小概率事件。例如，正态分布中，误差超过三倍中误差的概率是0.0027，这可认为是小概率事件。在变形分析中，我们常用的小概率是0.05，0.01。当所求统计量的概率属于这些小概率范围时，我们就把这一统计量的出现看成是不正常的，从而对所作的假设(原假设，零假设)表示怀疑。

4．参数估计。在确定了母体分布后，尚需知道母体分布中含有的参数（分布的特征值），只有知道了这些参数以后，分布才是确定的，才能用来描述客观实际。例如上述的大坝变形分析，在确定了观测值的母体分布后，则分布的均值就代表了变形值，而分布的二阶中心矩，则反映了所测变形值的精度。在只观测了有限个数值时，我们只能根据这些数值对参数进行估计，自然，观测次数越多，估计就越准确。

在变形观测数据处理中，除了广泛地应用了统计方法中的假设检验和参数估计外，还广泛地应用了相关分析和回归分析。它们用来分析二维或多维变量之间相互关联的性质，以及探求它们的数量关系。需要指出的是，随机过程等数理统计理论在变形观测数据处理中也是值得探讨的方法。

§2-3　假设检验原理与方法

在变形观测数据处理中，由于所测变形值很小，它与观测中的系统误差、偶然误差极易混淆，这就要求我们对观测资料中可能包含的误差（系统的和偶然的）进行仔细的检查，以免让它们影响我们对变形的正确分析。除此以外，为了测定建筑物的变形，我们需要有稳定不变的固定点作为参考点，但对这些参考点本身的稳定性则必须进行检核。

在判断变形与误差、判断参考点的稳定性中我们采用的方法是首先根据实际问题建立一种模拟实际情况的数学模型，然后进

一步建立推断这一模型(假设)是否正确的方法。在统计学上这种判断称为统计假设检验或简称为统计检验。

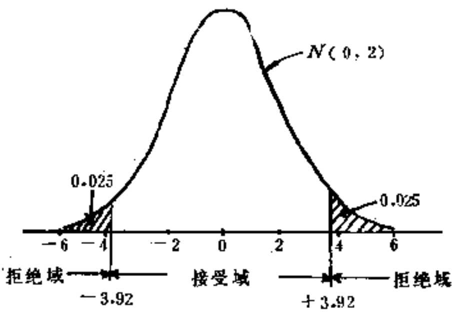
统计检验的步骤是:

1. 建立统计假设H_0(原假设、零假设);

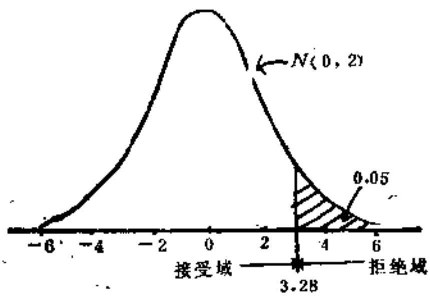
2. 选择一个合适的统计量U,并从子样观测值计算出统计量U的观测值u(u在有些文献中也称统计量,根据统计量的概率分布的不同,统计量也常采用符号T、F等);

3. 规定一个显著水平α(一般取0.05或0.01),求出在H_0成立条件下能使$P\{|U|\geqslant u_0|H_0\}\leqslant\alpha$满足的值$u_0$(通常称分位值,接受域上下限);

4. 比较观测值u(统计量)和u_0(分位值),如果$|u|\geqslant u_0$,



(a) 双尾检验



(b) 单尾检验

图 2-4