

# 双线性系统建模与控制

华向明 著

华东化工学院出版社

责任编辑 范荷美

责任校对 潘乃琦

**双线性系统建模与控制**

Shuangxianxing Xitong Jianmo yu Kongzhi

华向明 著

华东化工学院出版社出版

(上海市梅陇路 180 号)

新华书店上海发行所发行

商务印书馆上海印刷厂印刷

开本 850×1168 1/32 印张 9.375 字数 252 千字

1990 年 9 月第 1 版 1990 年 9 月第 1 次印刷

印数 1-1,500 册

---

ISBN 7-5628-0050-2/TP·6 定价: 2.25 元

本书较全面地阐述了双线性系统控制理论的发展。主要介绍双线性系统建模与控制的概念、原理以及典型的技术方法。本书偏重工程应用。既有广度(对某一方面全面概括地介绍),又有深度(具体对某一方法深入探讨);既有原理性论述,又有丰富的实例与之配合,并扼要地介绍了一些新的数学方法,对读者了解和掌握双线性系统控制理论很有帮助。本书可作为高等院校自动控制专业高年级本科生和研究生的教材或教学参考书,也可供有关自动控制方面的教师、科研和工程技术人员参考。

## 前 言

在实际工业过程中，大多数对象都具有非线性特性。传统的方法是将它们在稳态工作点附近线性化，进而基于所得到的线性模型进行控制系统分析与设计。这主要是由于线性系统理论十分完备且方法比较简单和实用。可是，当对象的输入变量幅度变化较大，或工作点移动时，特别是当对象是某些复杂的工业对象时，线性近似模型是不适宜的。随着控制理论与应用的深入发展，线性近似模型的局限性越来越被人们所认识。因此，迫使人们要按对象的本来面目，更多地开展非线性系统的研究。然而，一般说来，非线性系统的数学处理是十分困难的。采用一些结构比较简单，但却能较好地反映本质特性的非线性模型来描述或近似原始系统，无疑有助于找到更有效的控制方法和算法，促进非线性控制理论的研究与应用，提高过程控制系统的性能。

双线性系统 (bilinear systems) 就是人们所希望的一种极好的非线性系统的形式。这类系统，即关于状态(或输出)变量与控制变量分别是线性的，而总体上由于出现状态(或输出)变量与控制变量的乘积项(双线性项)是非线性的系统，被认为是介于线性模型与非线性模型之间的一个很好的“折衷物”。双线性系统在描述形式上仅比线性系统多了双线性项，它是形式上最简单，并且最接近于线性系统的一类非线性系统。因此，在线性系统中已经建立起来的一些理论和方法有可能移植(或扩充)到双线性系统中来。同时，由于它的特殊结构，在系统的可控性、最优化等方面有着明显的优越性。特别重要的是，双线性系统可以很自然地描述工业生产、生态、生物、社会经济等过程中的许多对象，并且它能够在稳态工作点的一个较大领域内描述一大类严重非线性系统的动态特性，描述精度优于用传统的线性模型近似。因此，双线性系统控制理论的研究具有很大的学术价值和宽广的应用前景。近年来，它

已引起人们极大的兴趣，已成为非线性系统控制理论的一个重要分支。

目前，在双线性系统理论的许多方面，如结构特性、实现、可控可观测性、辨识、稳定化、最优控制等问题已成功地得到研究，有些已经解决，其应用方面亦受到广泛重视。可以说，它的发展已达到允许用于物理过程控制这样一个阶段。然而，双线性系统控制理论毕竟是一门正在研究和发展的领域，还有许多问题有待进一步研究，特别是从工业过程应用的角度来看，十分需要开发面向应用的双线性系统建模与控制的方法。作者近年来注重理论联系实际，对复杂的工业过程的双线性系统建模和面向应用的双线性系统控制方法进行了一定的研究。本书不准备面面俱到地介绍双线性系统控制理论与应用的各个方面，而主要是积作者近年来有关的研究成果，很多是根据作者的博士学位论文加以扩充而写成的，其目的在于介绍这一新兴学科，并希望有助于促进和推动这一控制技术的进一步研究和发展的，特别是向实际工业过程的应用和推广。

本书内容偏重于工业对象的应用，主要介绍双线性系统建模与控制的一些具有实用价值的方法。为使读者了解有关研究动态，对所涉及的问题作了较详细的说明和文献综述，同时为便于分析和掌握这些方法，对有关理论基础，特别对一些新的数学方法，如正交函数，也作了扼要的介绍。并用许多工业对象的实例说明方法的应用。

书中所述的大部分研究成果，均系国家自然科学基金资助项目。考虑到书的系统性，书中的个别章节引用了 B. O. Toledo, I. Derese 和 A. Benallou 与他们的合作者的部分研究成果，以及郑兵等人的计算结果，谨向他们表示衷心的感谢。

在攻读博士学位和撰写本书的过程中，自始至终得到导师蒋慰孙教授的悉心指导、热情鼓励 and 大力支持。全书初稿完成后，又承蒋慰孙教授审阅，对此谨致以我最衷心的感谢和最深厚的敬意。

在近几年工作过程中，作者得到俞金寿教授、钱锋同志、陈新同志和其他老师、同事、同行、研究生们的大力支持和帮助，在与他们的交流及合作中，使我受益非浅。在此一并向他们致以诚挚的谢意。

衷心感谢我的妻子在我完成本书过程中所给的支持、鼓励和帮助。

由于作者水平有限，经验不足，加上时间仓促，书中缺点和错误在所难免，敬请广大读者批评指正。

**作者**

# 目 录

1 引论	1
1.1 双线性系统	1
1.1.1 双线性系统的发展	1
1.1.2 研究现状与展望	3
1.1.3 本书概貌	5
1.1.3.1 双线性系统建模	5
1.1.3.2 双线性系统控制	6
1.1.3.3 其他内容与说明	7
1.1.3.4 内容安排	8
1.2 双线性系统的数学描述	9
1.2.1 双线性连续系统的状态表达式	11
1.2.2 双线性离散系统的状态表达式	13
1.2.2.1 双线性离散状态方程	13
1.2.2.2 精确离散化	13
1.2.2.3 近似离散化	15
1.2.3 双线性系统的输入-输出表达式	16
1.2.3.1 Volterra 级数输入-输出表达式	16
1.2.3.2 一类离散输入-输出随机差分方程	18
1.2.4 双线性分布参数系统的状态表达式	20
1.3 附录	22
1.3.1 非线性系统的 Volterra 级数描述	22
1.3.2 广义拉氏变换	23
2 双线性机理模型推导与简化	25
2.1 引言	25
2.2 双线性机理模型推导	26
2.2.1 一般的推导方法	26
2.2.2 集总参数系统的示例	27
2.2.2.1 流体完全混合的热交换器的双线性模型	27
2.2.2.2 等温催化反应器的双线性模型	30

2.2.2.3	细胞生长罐的双线性模型 .....	32
2.2.2.4	矿石浮选系统的非线性模型 .....	34
2.2.3	分布参数系统的示例 .....	37
2.2.3.1	套管式热交换器的非线性分布参数模型 .....	37
2.2.3.2	加热炉的非线性分布参数模型 .....	40
2.2.4	多级系统的例子——二元精馏塔的非线性模型 .....	41
2.3	非线性模型简化 .....	44
2.3.1	集总参数系统的模型降阶 .....	45
2.3.1.1	概述 .....	45
2.3.1.2	多参数奇异摄动非线性模型的降阶 .....	46
2.3.1.3	一种简单的奇异摄动降阶方法 .....	55
2.3.2	分布参数系统的集总化 .....	57
2.3.3	多级系统的分块简化 .....	60
2.3.3.1	问题的提出 .....	60
2.3.3.2	二元精馏塔的低阶非线性模型 .....	61
2.4	附录 .....	64
2.4.1	一种有效的集总化方法——加权残差法 .....	64
9	非线性系统的非线性化 .....	66
3.1	引言 .....	66
3.2	集总参数系统的非线性化 .....	67
3.2.1	直接非线性化 .....	68
3.2.1.1	液位贮槽的非线性模型 .....	69
3.2.1.2	连续搅拌釜式反应器的非线性模型 .....	70
3.2.2	增广向量非线性化 .....	73
3.3	分布参数系统的非线性化 .....	76
3.3.1	氨合成反应器集总化非线性化 .....	76
3.3.1.1	问题的提出 .....	76
3.3.1.2	氨合成反应器的原始动态模型 .....	78
3.3.1.3	用正交配置法集总化 .....	80
3.3.1.4	非线性化 .....	81
3.3.1.5	模型结构及其分析 .....	82
3.3.1.6	动态仿真结果 .....	85
3.3.1.7	在工业装置上的建模试验 .....	92
3.3.2	甲醇合成固定床反应器非线性化(集总化) .....	96

3.3.2.1	甲醇合成反应器的原始动态模型	96
3.3.2.2	双线性化	98
3.3.2.3	集总化与应用举例	99
3.4	多级系统双线性化	102
3.4.1	精馏塔基于分布参数系统简化	102
3.4.1.1	分布参数系统描述与集总化	102
3.4.1.2	双线性化	106
3.4.2	应用举例	108
4	双线性系统辨识与参数估计	112
4.1	引言	112
4.2	线性系统辨识方法的推广	113
4.2.1	递推最小二乘法	113
4.2.2	递推辅助变量法	115
4.2.3	相关函数法	117
4.2.4	仿真结果比较	120
4.3	正交函数法	121
4.3.1	基于块脉冲函数的辨识	121
4.3.1.1	双线性时(不)变 MIMO 系统的递推辨识算法	122
4.3.1.2	仿真示例	126
4.3.2	基于一般正交多项式的辨识	129
4.3.2.1	双线性时滞系统的辨识	130
4.3.2.2	精馏塔的应用示例	133
4.4	非线性系统辨识方法的应用	134
4.4.1	非线性最小二乘法辨识的基本原理	134
4.4.2	精馏塔双线性降阶模型的参数估计	136
4.5	附录	140
4.5.1	块脉冲函数的定义与主要性质	140
4.5.1.1	块脉冲函数的定义	140
4.5.1.2	块脉冲函数的主要性质	141
4.5.2	一般正交多项式的定义与主要性质	142
4.5.2.1	定义	142
4.5.2.2	函数展开	143
4.5.2.3	积分运算矩阵	144
4.5.2.4	与 $\delta$ 的乘积运算矩阵	145

4.5.3	一般正交多项式时滞运算矩阵的推导	146
<b>5</b>	<b>双线性系统稳定化反馈控制</b>	<b>148</b>
5.1	引言	148
5.1.1	关于双线性系统的稳定性	148
5.1.2	稳定化反馈控制的研究	149
5.2	一般形式双线性系统稳定化控制	151
5.2.1	线性状态反馈	151
5.2.1.1	设计原理	151
5.2.1.2	参数分析与设计步骤	154
5.2.1.3	稳定域的改进	157
5.2.1.4	仿真示例	158
5.2.2	非线性状态反馈	162
5.2.2.1	一类“截顶”二次型反馈控制律	162
5.2.2.2	仿真结果与比较	164
5.3	奇异摄动双线性系统稳定化控制	166
5.3.1	基于完全系统的控制	167
5.3.2	基于降阶系统的控制	168
5.3.2.1	降阶系统稳定化控制	169
5.3.2.2	降阶系统的简化及其对稳定性的影响	170
5.3.2.3	基于简化模型的稳定化控制器设计	172
5.3.2.4	氨合成反应器的应用	174
5.4	附录	179
5.4.1	一类非线性奇异摄动系统的稳定性	179
<b>6</b>	<b>双线性系统状态观测与复合控制</b>	<b>181</b>
6.1	引言	181
6.2	双线性系统状态观测器	182
6.2.1	单输入系统观测器的设计	182
6.2.1.1	用极点配置法设计	183
6.2.1.2	增益矩阵的计算	184
6.2.1.3	在甲醇合成反应器中的应用	185
6.2.2	多输入系统观测器的设计	189
6.2.2.1	全阶状态观测器	189
6.2.2.2	增益矩阵的设计	190

6.2.2.3	降阶状态观测器 .....	192
6.2.2.4	应用示例 .....	194
<b>6.3</b>	<b>双线性系统基于状态观测器的控制</b> .....	<b>200</b>
6.3.1	基本思想 .....	200
6.3.2	复合反馈控制器的设计 .....	200
6.3.2.1	两步设计法 .....	201
6.3.2.2	在甲醇合成反应器中的应用 .....	204
<b>7</b>	<b>双线性系统的最优控制</b> .....	<b>208</b>
7.1	引言 .....	208
7.2	双线性系统的几类最优控制 .....	209
7.2.1	最优稳定化控制器的设计 .....	209
7.2.1.1	最优稳定化控制律 .....	210
7.2.1.2	设计步骤与说明 .....	212
7.2.1.3	加权矩阵的影响 .....	212
7.2.1.4	仿真研究与比较 .....	215
7.2.2	带 PI 作用的数字最优控制 .....	218
7.2.2.1	数字最优控制律 .....	218
7.2.2.2	带 PI 作用的控制律 .....	223
7.2.2.3	在二元精馏塔中的应用 .....	225
7.2.3	时滞系统的最优控制 .....	229
7.2.3.1	最优控制律 .....	230
7.2.3.2	应用示例 .....	235
7.3	附录 .....	236
7.3.1	块脉冲函数的一个推论 .....	236
<b>8</b>	<b>双线性系统的自适应和预测控制</b> .....	<b>239</b>
8.1	引言 .....	239
8.2	双线性系统的自适应控制 .....	241
8.2.1	概述 .....	241
8.2.1.1	模型参考型自适应控制 .....	241
8.2.1.2	自校正控制 .....	242
8.2.2	双线性系统的自校正 PID 控制 .....	243
8.2.2.1	闭环极点配置自校正 PID 控制律 .....	243
8.2.2.2	在精馏塔中的应用示例 .....	246

8.3	双线性系统预测控制	247
8.3.1	基于 Volterra 模型的预测控制	248
8.3.1.1	一般形式的双线性系统的控制算法	248
8.3.1.2	稳定性、收敛性及参数调整	254
8.3.1.3	算法的扩充与改进	256
8.3.1.4	仿真研究	259
8.3.2	基于离散 I/O 模型的预测控制	264
8.3.2.1	SISO 离散双线性系统的控制算法	264
8.3.2.2	参数辨识与算法的扩充	265
8.3.2.3	在氨合成反应器中的应用	266
9	一类“近乎双线性”系统的研究	268
9.1	引言	268
9.2	“近乎双线性”系统的建模	269
9.2.1	机理模型推导的示例	269
9.2.2	“近乎双线性”化	271
9.2.2.1	拟线性系统近似	271
9.2.2.2	“混合”系统近似	271
9.2.3	系统辨识与参数估计	273
9.3	“近乎双线性”系统的控制	275
9.3.1	概述	275
9.3.2	稳定化控制器的设计	275
9.3.2.1	设计方法	275
9.3.2.2	氨合成反应器的应用	276
	参考文献	278

# 1 引 论

## 1.1 双线性系统

### 1.1.1 双线性系统的发展:

一个连续非线性系统可以用下列动态方程描述:

$$\dot{X} = f(X, U, t). \quad (1.1)$$

式中,  $X \in R^n$  为状态向量,  $u \in R^p$  为输入向量,  $f$  表示非线性函数向量。因为  $f$  的形式一般比较复杂且无法统一, 多数非线性系统只能个别地处理。这给非线性控制系统的分析和设计带来很大的困难。因此, 长期以来, 人们一直企图找到一些便于研究的简化非线性系统的途径。其中一类研究是基于下列关于状态变量线性的非线性系统:

$$\dot{X} = F(U, t)X + f(u, t). \quad (1.2)$$

这类系统称为状态线性系统, 有人也称之为变结构线性系统 (variable structure linear system), 因为可以将其看作参数随输入(控制)变量变化的线性系统。此类系统的研究始于苏联学者在 50 年代的工作<sup>[1]</sup>。主要用于改进控制系统的性能。另一类较多的研究是基于下列关于输入(控制)变量线性的非线性系统:

$$\dot{X} = G(X, t)U + g(X, t). \quad (1.3)$$

这类系统称为输入(控制)线性系统, 有人也称之为仿射系统 (affine system)。早期的研究是由美国学者进行的<sup>[2]</sup>, 现在仍然受到广泛的重视。

在此, 人们就自然想到: 如果上述两类系统进一步简化, 不是更好吗? 即构造一个关于状态变量和控制变量分别都是线性的, 而总体上则是非线性的系统

$$\dot{X} = A(t)X + N(t)XU + B(t)U. \quad (1.4)$$

式中,  $A(t) \in R^{n \times n}$ ,  $B(t) \in R^{n \times p}$ ,  $N(t)XU$  称为双线性项, 可以表示为

$$N(t)XU \triangleq \sum_{i=1}^p N_i(t)XU_i. \quad (1.5)$$

所谓双线性系统(bilinear system)就是由此而得名的。这样构造的双线性系统是形式上最简单, 且最接近线性系统的一类非线性系统。所以, 线性系统中已经建立起来的一些理论和方法有可能移植或扩充到双线性系统中去。

事实上, 双线性系统的提出并不仅是出于理论上的兴趣。更为重要的是出于实践上的需要。双线性系统最早的研究可见于美国 R. R. Mohler 等人 60 年代初在 LOS Alamos 市开展核反应器控制方面的工作<sup>[2]</sup>。这个研究课题由美国原子能委员会发起, 在 1966 年受到美国国家科学基金会的资助。由于核裂变等动态特性可以用双线性系统很好地描述, 所以这项研究非常成功。后来人们逐渐发现, 双线性系统可以广泛地自然描述工程(如化学、电气、机械等等)、社会经济、生态、生物等过程中的许多对象。描述人口变化的方程就是一个很好的例子。人口变化速率是  $\dot{x} = ux$ , 其中,  $u$  是减去死亡率后的出生率。不仅如此, 已证明它可以近似一大类严重非线性的系统, 近似精度比传统的线性近似精度高得多。特别是在化工过程中, 许多控制对象经常用物料流量作为控制变量, 这样依据物料和能量平衡原理可知, 描述对象的动态特性的数学模型就出现状态变量(如温度、浓度)与控制变量(流量)的乘积项。因此, 就必然出现双线性系统的问题。

双线性系统有许多优点。它结构简单, 便于数学处理。尤其是由于双线性系统所具有的特殊的变结构特性, 在系统的可控性、最优化及建模等方面有着明显的优越性:

(1) 从式(1.4)可以看到, 控制变量对状态变量的影响不仅反映在叠加项  $B(t)U$ (称为叠加控制, additive control), 而且还反映在乘积项  $N(t)XU$ (称为倍增控制, multiplicative control)。

显然,这与仅有叠加控制的线性系统相比,双线性系统控制就更为有效。如对于输入有约束的线性系统,一般是不可控的,但增加了倍增控制的双线性系统则可能是可控的。

(2) 在最优化方面,R.R. Mohler 等人<sup>[2]</sup>已证明,双线性系统最优控制比线性情况下有更好的性能。

(3) 由上所述,因为许多实际非线性过程呈现天然的控制变量与状态变量的乘积项,对这类对象进行双线性系统建模是顺理成章的。

### 1.1.2 研究现状与展望

正是由于双线性系统的上述吸引人的优点,引起世界上许多应用数学、控制理论工作者以及应用工程师的浓厚兴趣,自从60年代后期开始,双线性系统方面的研究大量地开展起来。特别是70年代左右达到高潮,一些大型国际会议,如美国控制与决策会议(DDC)(1974年),美国控制大会(AOC)(1977年、1979年),美国机械工程师学会(ASME)(1980年)冬季年会都曾设立专题讨论会。有的国际刊物已出了专辑。大量的学术论文可见于各种自动控制学术会议论文集和正式出版的刊物。R. R. Mohler 等人在1972年编辑出版的最早的论文集式专著以及后来的一些出版物,如文献[3, 4]中,系统地总结了他们早期在双线性系统方面的工作。O. Bruni 等人<sup>[1]</sup>在1974年发表了第一篇极好的综述文章,详尽地介绍了有关双线性系统早期的研究工作,主要是结构特征(如规范形及其分解、可达性和可控性)、数学模型(如Volterra级数展开、实现定理、随机模型)、辨识以及最优化,列出了80多篇参考文献。R. R. Mohler 等人<sup>[4, 5]</sup>在1980年发表了两篇有关双线性系统理论与应用的综述文章,列出120多篇参考文献,分别从有关确定性系统的建模、控制、结构、实现、辨识和有关随机系统的模型、控制、稳定性、状态估计等问题作了详细介绍。近年来,双线性系统的有关研究仍在继续进行,研究成果不断涌现。

迄今为止,双线性系统控制理论已有相当的发展,特别是在某

些方面,如结构特征、实现定理、可控性、稳定化、最优控制等等已有较好的结果,至少部分地得到解决。可以相信双线性系统控制理论一定会日趋成熟,其应用将会日益普遍。

应该注意到,双线性系统控制理论仍属于一个正在研究和发展的领域,有许多方面有待人们进一步去开拓。从前面提到的文献综述可以看到,以前不少学者是用抽象代数法进行研究,由此得到的结果大多是纯理论性的。同时许多研究成果是针对某些特殊结构形式的双线性系统获得的,因此,这些方法在实际应用时可能会遇到这样或那样的限制。另外从应用研究方面来看,大多是对生物、经济、社会过程进行讨论的,面向工程方面则不多。近年来,这个问题已受到人们的重视,如 R. R. Mohler 最近发表文章<sup>[6]</sup>,探讨双线性系统与石油化工过程中某些对象的关系。其他一些学者也探讨了双线性控制理论对于实际过程的应用问题,如文献 [15, 52, 60, 61, 79]。作者<sup>[7, 85]</sup>近年来结合工业过程的特点,对双线性系统建模与控制方面进行了一定的研究。然而,总体上讲有关应用研究还很不够。

作者认为,当前无论理论或应用方面都需要加强研究。从理论角度来看,用一些新的数学方法,如正交函数、微分几何,尽管已得到许多新的成果,但要继续寻求和利用这些新的数学手段,研究一般结构双线性系统的辨识、优化、状态估计、控制的有效方法。有关双线性大系统、双线性分布参数系统、双线性时滞系统以及随机双线性系统的控制理论尽管有所介绍,但需要进一步深入研究。从应用的角度来看,当前应特别强调开发适合于工业过程双线性系统建模与控制的技术与方法,把已有的一些有效算法进一步工程化,开发双线性系统分析和设计的 CAD 软件包,更重要的是,要将研究成果进一步应用于实际过程,取得经济效益。此外,要研究双线性系统控制理论对于其他复杂的非线性系统,如二次型,“近乎双线性”之类的系统的扩充应用。总之,要真正使双线性系统控制理论和方法成为解决非线性控制问题的一种强有力的手段。

### 1.1.3 本书概貌

本书不是从各个方面介绍双线性系统控制理论的发展,而是偏重应用,主要结合作者近年来的工作实践,介绍一些具有应用价值的或实用的诸如机理建模、辨识、稳定化、状态观测器设计、最优控制和其他高级控制的方法与技术性算法,列举大量工程应用的实例。目的在于试图帮助促进双线性控制理论的进一步研究,推动这一新的控制技术向实际过程的应用和推广。

#### 1.1.3.1 双线性系统建模

过程动态数学模型对于控制系统分析和设计有着十分重要的意义。可以说,过程建模是将现代化控制理论应用于实际过程,实现计算机高级控制,提高控制系统品质和水平的关键。因此,本书对双线性系统建模作了较多的介绍。

事实上,双线性系统的建模从它产生的同时就受到人们的重视。然而,先期的双线性系统建模的研究大多集中在生物、生态、社会经济等过程<sup>[1~4]</sup>。只有少量的研究涉及工程对象,如核反应器<sup>[5]</sup>、精馏塔<sup>[6]</sup>等等。更多地研究工业过程对象,并注意复杂对象的双线性系统建模是近年来才开始的。如换热器<sup>[20]</sup>、简单化学反应器<sup>[6]</sup>、精馏塔<sup>[15,20]</sup>、固定床反应器<sup>[7]</sup>等等。本书侧重于工业对象的双线性系统建模。注意到,实际过程不仅是非线性的,而且可能有集总参数、分布参数和多级系统之不同,本书将介绍各种情况下的建模方法,并给出一些实例。

一般说来,过程建模有二类途径<sup>[6]</sup>:一是依据过程内在机理,直接推导得到数学模型;二是依据过程的外部特性、输入输出测试数据来获取,这就是系统辨识与参数估计的方法。当然也可以把二者结合起来。我们发现,一些工业过程本身可以很自然地用双线性系统描述。而在另一些(或者说更多的)情况下,虽然过程本身是非线性的甚至是严重非线性的,但是非线性系统的“双线性化”比线性化好得多。如果这样的过程的验前知识掌握较多,它们都可以用机理的方法来建立双线性模型。本书把它们统称为机理建模。