量子电动力学

А.И. 阿希叶泽尔
В.Б. 别列斯捷茨基

科学出版社

量子电动力学

А. И. 阿希叶泽尔
В. Б. 别列斯捷茨基 著

于敏 宋玉昇 等譯

曹昌祺 黄念宁 校

科学出版社

1964

А. И. АХИЕЗЕР, В. Б. БЕРЕСТЕЦКИЙ

КВАНТОВАЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

Издание второе переработанное

Физматгиз, Москва, 1959

内容簡介

本书系統地講述电磁相互作用过程的理論，詳細地研究了这一理論的基础：波动場的一般理論、格林函数理論、散射矩陣理論等．重整化理論的講述則是以場系統諸性質的簡单物理概念为基础．

作者用了大量篇幅講述許多应用問題；研究了輻射、γ射綫的內轉換、电子在外場中的行为、康普頓效应、韌致輻射、电子-正电子偶的产生和湮灭、等效光子方法、对原子能級和散射的輻射修正，以及由于宇称不守恒的发現而引起广泛注意的有极化粒子参加的过程．在这些章节中还包括詳細的計算，說明一般方法的应用，并把最終結果以公式和曲綫表出，这对理論研究和实驗研究都是可以利用的．

本书的目的一方面是对量子电动力学的基础和結果給出明确的物理图象，另一方面是使讀者掌握有关計算的方法和技术，因此可供物理系高年級学生、研究生、教师和理論物理方面的研究人員参考．

本书第一、二章由于敏譯，第三、四、五、六、七、八章由宋玉昇譯，第九章由中国科学技术情报研究所原子能組譯．第一、二、三、四、七、八章由曹昌祺校訂，第五、六、九章由黄念宁校訂．由曹昌祺負責全书的总校工作．

量子电动力学

A. И. 阿希叶泽尔
B. Б. 别列斯捷茨基 著

于 敏 宋玉昇 等譯

曹昌祺 黄念宁 校

*

科学出版社 出版（北京朝阳門大街117号）

北京市书刊出版业营业許可証出字第061号

中国科学院印刷厂印刷 新华书店总經售

*

1964年7月第一版 书号：2941 字数：726,000

1964年7月第一次印刷 开本：787×1092 1/18

（京）0001—5,600 印张：35 5/9 插頁：3

定价：[科七] 5.60 元

第二版序言

在准备第二版过程中，我們对本书作了重大的修改，但此书的基本目的和內容仍然不变，即只对电磁过程作系統的講述．只是某些普遍性的定理和方法越出了电动力学的范围．在第二版中，在这方面講述的篇幅有所增加（如反射性質、格林函数和泛函方法等）．

在講述量子电动力学的原则性問題中，对重整化理論作了最大修改．在不要求完整的数学严格性的前提下，我們試图从統一的簡单的物理观点講述重整化的概念，避免单純地給出消除发散的方案，幷尽量地用了量子力学系統的一般性質．因此，本书的結构已有某些改变．用輻射修正理論研究散射矩陣占了单独一章（第七章）．在第五、六两章中用了不等于零的一級近似研究电动力学过程，在这里与发散的消除和重整化无关．在第八章中研究了高級近似．

在講述具体效应时，我們力求在合理的限度內尽可能完全地写出結果和詳細的推导．对各种电动力学现象的討論也有所增多．特别是講述了极化粒子过程的理論和瞄准参量方法等．

在这里我們对 B. 阿列克辛（Алексин）、B. 巴里亚赫塔尔（Барьяхтар）、B. 鮑尔迪謝夫（Болдышев）、Д. 沃尔科夫（Волков）、C. 佩列特明斯基（Пелетминский）、P. 波洛文（Половин）、П. 弗明（Фомин）表示衷心感謝，他們对本书第二版的准备工作給予了很大的帮助．

A. 阿希叶泽尔

B. 别列斯捷茨基

第一版序言摘要

目前我們已知道了許多粒子，它們对应着彼此間有相互作用的各种量子場．但是，在自然界中存在的各种各样的物理相互作用中，目前已被充分詳細地研究过的，除万有引力外，只有电磁相互作用，此相互作用的理論便是本书要系統討論的量子电动力学的对象．

因为电磁相互作用是电子和光子的基本作用，所以量子电动力学有可能解释和預言同这些粒子行为有关的范围极广的現象．至于量子电动力学对其他粒子(核子和介子)的应用，那么由于这些粒子有其他形式的相互作用(核子或介子相互作用)起主要作用，因而受到很大的限制．因此，与介子有关的問題不在本书講述，而核子与电磁場的相互作用，也只是研究小速度的极限情况．

建立量子电动力学的基本方程和把相互作用的場分为电磁場、电子--正电子場之所以可能，是因为場之間的相互作用是比較弱的．这表現在，描述相互作用的常数 $\alpha = e^2/\hbar c$ 是一个小量．在量子电动力学中，場之間的相互作用可看作为小的微扰，量子电动力学的数学工具就是微扰論，它把全部定量結果表示为 α 的冪級数展开．

因为电磁場和电子--正电子場是具有无限自由度的系統，所以在利用微扰論时就产生了为現代理論所特有的发散表式，这种表式只在微扰論的不等于零的一級近似中才不存在．近年来，由于量子电动力学的发展，有可能建立发散表式重整化的原則，从而使計算高級近似(称为輻射修正)也成为可能．

这一进步在很大程度上是与新的、不变性的微扰論有关．不变性微扰論使有可能把結果表示成紧凑的和相对論不变的形式，由此可以建立重整化規則．另一方面，应用不变性微扰論来計算一級近似，也比以前的方法有很大的实用优点．因此，本书的全部講述是建立在不变性微扰論的基础上．

現代量子电动力学作为物理現象的一定范围內令人滿意的理論，还有一个严重的缺点，即为了消除所产生的发散，不得不引入一些补充的思想，这些思想旣不包含在理論的基本公式中，也不反映在理論的初始方程中．看来，这种情况有它深刻的原因．此原因就是，若不考虑到自然界中存在的更广泛类型的相互联系，要建立有限范围現象的完备理論(指純电磁現象的理論)，是远远不可能的．

目　　录

第一章　光子的量子力学

§1. 光子的波函数

1. 引　　言

光的微粒性是历史上奠定量子理論发展的第一个基本事实．光粒子（光子）的能量 w 和相应的电磁場的振动頻率 ω 之間的普朗克-爱因斯坦关系式 $w=\hbar\omega$，是历史上第一个包含量子常数 $\hbar$ 的关系式．

但是，彻底的原子的量子力学是在光子的量子力学之前創立的．这一点具有深刻的物理原因．原子中的粒子，即电子和原子核，有不等于零的静质量．对于它們，存在一个比静能量小得多的能量范围，在此范围內可以不考慮相对論的效应．光子因为静质量等于零，所以不存在非相对論的范围，光子的量子力学从一开始就应是相对論的．

量子力学把具有一个或几个波函数的場与粒子相对应，波函数决定粒子的各种物理量的几率分布和平均值．波函数满足某个微分方程組，此微分方程組也决定粒子的运动性质．

当这种描述过渡到相对論范围时，我們首先应当考慮相对性原理的要求．相对性原理的要求可归結为：場方程应当对于洛伦兹变換是不变的．单是这个条件还不能单値地确定出反映該粒子特性的場方程的形式．但是，在光子的情形中，由于有經典的类似，即經典电磁場方程，使場方程的建立变得容易，因此自然地把麦克斯韦方程組作为光子的量子力学运动方程；此时光子的波动性将与电磁場的性质一样．我們将看到，这一点再加上关系式 $w=\hbar\omega$，完全足以建立起光子的理論以及光子与带电粒子相互作用的理論．

我們的第一个任务是研究在沒有电荷情况下的光子．虽然粒子的性质是在它同别的粒子相互作用时表現出来的，但是这种討論作为研究相互作用的准备阶段还是必要的．

2. 波矢量空間中的光子波函数

电磁場是用电場矢量 $\boldsymbol{E}$ 和磁場矢量 $\boldsymbol{H}$ 来描述的，在沒有电荷存在时它們满足眞

空的麦克斯韦方程組:

$$\left.\begin{aligned}\text{rot}\,\boldsymbol{E} &= -\frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t},\\ \text{div}\,\boldsymbol{H} &= 0,\\ \text{rot}\,\boldsymbol{H} &= \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t},\\ \text{div}\,\boldsymbol{E} &= 0.\end{aligned}\right\} \tag{1.1}$$

(在这里和以后我們用光速 $c=1$ 的单位制).

如上所述,我們将把矢量 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 解释作描述光子状态(在量子力学意义上)的量。为了給方程組(1.1)以"微粒性"解释,我們把它和一般量子力学中的薛定諤方程相比較。为此,最好先把方程組(1.1)对空間坐标 $\boldsymbol{r}$ 作傅立叶变换,即变到波矢量空間。把 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 写作

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{E} &= \int \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{k}} e^{i\boldsymbol{kr}} d\boldsymbol{k},\\ \boldsymbol{H} &= \int \boldsymbol{H}_{\boldsymbol{k}} e^{i\boldsymbol{kr}} d\boldsymbol{k},\end{aligned}\right\} \tag{1.2}$$

于是不难看出,由于(1.1),傅立叶分量 $\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{k}}$ 和 $\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{k}}$ 满足下列方程組:

$$\left.\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{H}}_{\boldsymbol{k}} &= -i[\boldsymbol{k}, \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{k}}],\\ \boldsymbol{k}\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{k}} &= 0,\\ \dot{\boldsymbol{E}}_{\boldsymbol{k}} &= i[\boldsymbol{k}, \boldsymbol{H}_{\boldsymbol{k}}],\\ \boldsymbol{k}\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{k}} &= 0,\end{aligned}\right\} \tag{1.3}$$

式中矢量上边的点表示对时間的微分(为簡单起見,以后在函数 $\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{k}} \equiv \boldsymbol{E}(\boldsymbol{k}, t)$ 和 $\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{k}} \equiv \boldsymbol{H}(\boldsymbol{k}, t)$ 中不标出变数 t)。对这个方程組还应加上場是实数这一条件:

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{E}_{-\boldsymbol{k}} &= \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{k}}^{*},\\ \boldsymbol{H}_{-\boldsymbol{k}} &= \boldsymbol{H}_{\boldsymbol{k}}^{*}.\end{aligned}\right\} \tag{1.4}$$

我們也可以用矢量 $\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{k}}$ 和 $\dot{\boldsymbol{E}}_{\boldsymbol{k}}$ 来代替 $\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{k}}$ 和 $\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{k}}$,利用(1.3)消去 $\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{k}}$ 得

$$\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{k}} = i\left[\frac{\boldsymbol{k}}{k^2}, \dot{\boldsymbol{E}}_{\boldsymbol{k}}\right]. \tag{1.5}$$

最好是避免附加上实数条件,为此我們作下列变换,这样就自然保証了关系式(1.4)成立

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{k}} &= N(k)(\boldsymbol{f}_{\boldsymbol{k}} + \boldsymbol{f}_{-\boldsymbol{k}}^{*}),\\ \dot{\boldsymbol{E}}_{\boldsymbol{k}} &= -ikN(k)(\boldsymbol{f}_{\boldsymbol{k}} - \boldsymbol{f}_{-\boldsymbol{k}}^{*}),\end{aligned}\right\} \tag{1.6}$$

这里的 $N(k)$ 是某归一化因子,在下面我們将看到,把它取作

$$N(k) = \sqrt{\frac{k}{2(2\pi)^3}} \tag{1.7}$$

是方便的．变换（1.6）表示，可以代替两个函数 $\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{k}}$ 和 $\dot{\boldsymbol{E}}_{\boldsymbol{k}}$（由于（1.4），它們事实上只在半个 $\boldsymbol{k}$ 空間独立取值）而引入一个函数 $\boldsymbol{f}_{\boldsymbol{k}}$，它在整个 $\boldsymbol{k}$ 空間独立取值．

如果利用（1.6），則展式（1.2）有下面形式：

$$\left.\begin{aligned} &\boldsymbol{E} = \mathscr{E} + \mathscr{E}^*, \quad \boldsymbol{H} = \mathscr{H} + \mathscr{H}^*, \\ &\mathscr{E} = \int N(k)\boldsymbol{f}_{\boldsymbol{k}} e^{i\boldsymbol{kr}} d\boldsymbol{k}, \\ &\mathscr{H} = \int N(k)\left[\frac{\boldsymbol{k}}{k}, \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{k}}\right] e^{i\boldsymbol{kr}} d\boldsymbol{k}. \end{aligned}\right\} \tag{1.8}$$

不难得出 $\boldsymbol{f}_{\boldsymbol{k}}$ 所满足的方程．从（1.3）中消去 $\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{k}}$，得出

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + k^2\right)\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{k}} = 0,$$

它可以改写成

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + ik\right)\left(\frac{\partial}{\partial t} - ik\right)\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{k}} = 0.$$

此二次方程可变换成 $\boldsymbol{f}_{\boldsymbol{k}}$ 的一次方程．事实上，利用由（1.6）得到的关系式：

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - ik\right)\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{k}} = -2iN(k)k\boldsymbol{f}_{\boldsymbol{k}},$$

我們得出

$$i\frac{\partial \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{k}}}{\partial t} = k\boldsymbol{f}_{\boldsymbol{k}}. \tag{1.9}$$

将（1.5）和（1.6）代入（1.3），得出

$$\boldsymbol{k}\boldsymbol{f}_{\boldsymbol{k}} = 0. \tag{1.10}$$

方程（1.9）和（1.10）可以合为一个方程．对（1.10）乘以 $\dfrac{\boldsymbol{k}}{k}$ 后再与（1.9）相加，得出

$$i\frac{\partial \boldsymbol{f}_{k}}{\partial t} = \mathrm{w}\boldsymbol{f}_{\boldsymbol{k}}, \tag{1.11}$$

式中

$$(\mathrm{w}\boldsymbol{f}_{\boldsymbol{k}})_\alpha = w_{\alpha\beta} f_{\boldsymbol{k}\beta}, \tag{1.11'}$$

$$w_{\alpha\beta} = k\left(\delta_{\alpha\beta} - \frac{k_\alpha k_\beta}{k^2}\right).$$

由（1.11）得知

$$\frac{\partial}{\partial t}(\boldsymbol{k}\boldsymbol{f}_{\boldsymbol{k}}) = 0.$$

因此，如果（1.10）在初时刻被满足，則它将永远被满足．具有初始条件（1.10）的方程（1.11）与麦克斯韦方程組等效．

方程（1.11）有薛定諤方程的形式，其中 w 是哈密頓算符（在这里和以后我們将用

$\hbar=1$ 的单位制)．此算符的本征值等于 k．假若可以把此处所引入的哈密頓算符形式地和光子能量的物理算符等同，那么本征值等于 k 正是光子頻率和能量之間的量子关系．我們在下面将証明这一点，并且可以把函数 $\boldsymbol{f_k}$ 解释作光子在 $\boldsymbol{k}$ 空間的波函数（在一般的量子力学意义上)． 我們也可以在 $\boldsymbol{k}$ 空間中定义光子的其他物理量算符，例如动量算符，动量矩算符等等．

3. 能　　量

我們来証明，上面引入的算符 w 确实可以解释成光子的能量算符．为此，我們写出相应于該光子的电磁場的能量 $\bar{w}$ 的表式

$$\bar{w}=\frac{1}{2}\int(\boldsymbol{E}^2+\boldsymbol{H}^2)d\boldsymbol{r} \tag{1.12}$$

（对 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 我們用亥維賽单位)． 上式是場矢量二次式的空間积分．而在量子力学中，波函数二次式的空間积分表示相应的物理量的平均值． 因为我們研究的是一个光子的場，所以把(1.12)式解释作光子能量的平均值是一种很自然的推广．

我們来証明，$\bar{w}$ 可以表成下式：

$$\bar{w}=\int \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{k}}^{*}\mathrm{w}\boldsymbol{f}_{\boldsymbol{k}}d\boldsymbol{k}, \tag{1.13}$$

式中 w 由公式(1.11)来确定．

为此，我們把(1.2)代入(1.12)：

$$\bar{w}=\frac{1}{2}\int\{\boldsymbol{E_k}\boldsymbol{E_{k'}}+\boldsymbol{H_k}\boldsymbol{H_{k'}}\}e^{i(\boldsymbol{k}+\boldsymbol{k}')\boldsymbol{r}}d\boldsymbol{k}d\boldsymbol{k}'d\boldsymbol{r}.$$

利用下面的关系式对 $\boldsymbol{r}$ 积分：

$$\int e^{i(\boldsymbol{k}+\boldsymbol{k}')\boldsymbol{r}}d\boldsymbol{r}=(2\pi)^3\delta(\boldsymbol{k}+\boldsymbol{k}')$$

（式中 $\delta(\boldsymbol{k}+\boldsymbol{k}')$ 是三維 δ 函数)，再由(1.5)，我們得出

$$\bar{w}=4\pi^3\int\left(\boldsymbol{E_k}\boldsymbol{E_{-k}}+\frac{1}{k^2}\dot{\boldsymbol{E}}_{\boldsymbol{k}}\dot{\boldsymbol{E}}_{-\boldsymbol{k}}\right)d\boldsymbol{k}.$$

根据(1.6)，我們用 $\boldsymbol{f}_k$ 表示 $\boldsymbol{E_k}$ 和 $\dot{\boldsymbol{E}}_{\boldsymbol{k}}$，得出

$$\bar{w}=16\pi^3\int N^2\boldsymbol{f}_{\boldsymbol{k}}^{*}\boldsymbol{f}_{\boldsymbol{k}}d\boldsymbol{k}.$$

若把 $N(k)$ 取作(1.7)所表示的值，我們即得出关系式(1.13)．

我們来討論方程(1.11)的单色解：

$$\boldsymbol{f_k}\equiv\boldsymbol{f}(\boldsymbol{k},t)=\boldsymbol{f}_0(\boldsymbol{k})e^{-i\omega t}, \tag{1.14}$$

式中 ω 是光子能量算符 w 的本征值．显然，$\boldsymbol{f}_0(\boldsymbol{k})$ 只有当 $k=\omega$ 时才不等于零，而能