

高等学校教学参考书

机械原理丛书

# 空间连杆机构的分析与综合

祝毓琥 刘行远 编著

2

高等教育出版社

高等学校教学参考书

机械原理丛书

# 空间连杆机构的 分析与综合

祝毓琥 刘行远 编著

高等教育出版社

## 内 容 简 介

本书共三章,包括空间连杆机构的结构分析及基本概念、用矢量回转法进行空间连杆机构的运动分析、空间连杆机构的运动综合。书后附有习题及附录。

本书可以作为高等工业学校机械原理课程选学内容的补充教材,也可作为选修课的教材。本书亦可供有关工程技术人员参考。

高等学校教学参考书

### 空间连杆机构的分析与综合

祝毓斌 刘行远 编著

\*

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

北京第二新华印刷厂印刷

\*

开本 850×1168 1/32 印张 3.25 字数 76,000

1986年2月第1版 1986年3月第1次印刷

印数 00,001—4,150

书号 15010-0695 定价 0.69 元

# 序

空间连杆机构具有很多优点，它是一类很有用途和发展前途的机构。但是由于它的结构比较复杂，分析和综合也较困难，所以目前应用仍不够广泛。近年来，空间连杆机构的研究发展很快，但所用方法往往涉及较高深的数学，不便于掌握和应用，所以也难以为广大工程技术人员所接受；而且它在一般大学教材中也很少介绍。

空间连杆机构的研究方法很多，为了打破对空间连杆机构分析研究的神秘感，并与其他已出版或即将出版的同类书籍有所分工，我们在位置分析中采用了矢量回转法。这种方法不需要高深的数学工具，概念清晰，原理简单，规律性强，容易掌握。希望这本书能为普及空间连杆机构的知识起到一些作用。

本书承合肥工业大学丁爵曾教授和北京工业大学白师贤教授审阅，提出了很多宝贵的意见，编者特此表示衷心的感谢。

由于我们的水平有限和编写时间匆促，误漏欠妥之处必不会少，恳切希望广大机械原理教师和读者批评指正。

编 者

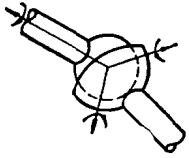
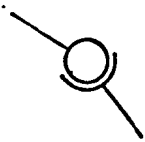
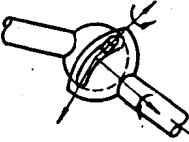

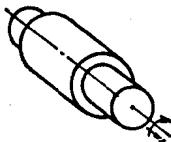
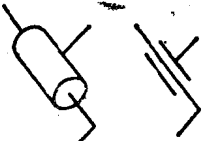
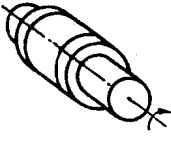
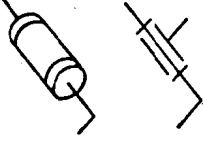
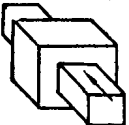

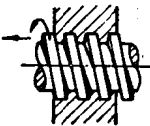

1985年3月

# 目 录

<b>第一章 空间连杆机构的基本概念及结构分析</b> .....	1
§ 1-1 空间连杆机构的应用和特点.....	1
§ 1-2 空间连杆机构结构分析简介.....	4
§ 1-3 空间连杆机构的研究方法.....	14
<b>第二章 用矢量回转法进行空间连杆机构的运动分析</b> .....	15
§ 2-1 空间连杆机构的简图及其基本参数.....	15
§ 2-2 矢量回转的公式.....	17
§ 2-3 空间连杆机构的分析模型以及杆长、副长单位矢量的确定.....	20
§ 2-4 空间四杆机构的位置分析.....	25
§ 2-5 空间连杆机构的封闭方程式.....	40
§ 2-6 空间五杆机构的位置分析.....	43
§ 2-7 空间连杆机构构件上任一点的轨迹分析.....	58
§ 2-8 小结.....	60
§ 2-9 空间连杆机构的速度及加速度分析.....	61
<b>第三章 空间连杆机构的运动综合</b> .....	70
§ 3-1 概述.....	70
§ 3-2 带两个球面副的空间四杆机构的函数综合.....	74
附录一.....	80
附录二.....	83
习题.....	86
主要参考文献.....	97



表 1-1 空间连杆机构常用的运动副及其简图和代表符号

名称	代表符号	类别	级别	自由度	结构图	简图
球面副	$S$	3	III	3		
球销副	$S'$	2	IV	2		
圆柱副	$C$	2	IV	2		
转动副	$R$	1	V	1		
移动副	$P$	1	V	1		
螺旋副	$H$	1	V	1		

(空间连杆机构常用所含运动副的代号命名)。当作为圆柱副的液压缸 3 通油时,与机轮相连的摇杆 1 即开始摆动,从而实现起落架的收放。这种 *RSCS* 摆动液压缸机构还常应用在工程机械上。

图 1-2 所示为一缝纫机的弯针机构。固装在轴 1 上的偏心轮 2,通过连杆 3 和摇杆 4 (5)及连杆 6,可使与摇杆 7 相固结的弯针 8 获得所需的周期性摆动。由图可见,图示弯针机构是由 *RCSR* 空间曲柄摇杆机构 0-1(2)-3-4-0 及 *RSSR* 空间双摇杆机构 0-5(4)-6-7(8)-0 串接而成。机构中除含有转动副和球面副外,还使用了一个圆柱副。

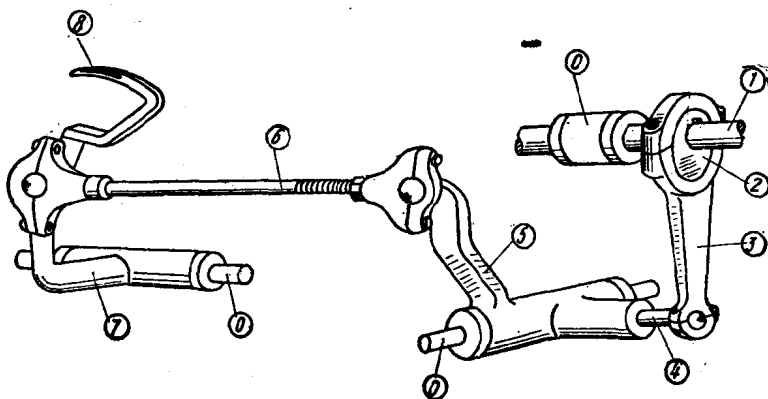


图 1-2

空间连杆机构中的构件,既能做平面运动,也能做复杂的空间运动。和利用平面连杆机构一样,利用空间连杆机构可使从动件得到预定的位置、行程或某种运动规律,也可使连杆上某点获得预定的轨迹,而空间连杆机构所能实现的运动,远比平面连杆机构要复杂多样。平面连杆机构在运动过程中,由于制造安装误差和构件受力变形,各转动副轴线很难保持严格平行,因而有时会出现运动不灵活,甚至卡住不动现象。空间连杆机构则不同,非但结构紧凑、运动多样,而且一般非常灵活可靠。因此,空间连杆机构在各



种工作机械、某些发动机以及仪表中，已得到广泛的应用。

## § 1-2 空间连杆机构结构分析简介

由于空间连杆机构的结构远比平面连杆机构复杂，所以对其结构分析、自由度计算就更为必要。这里将介绍一种较简便的自由度计算方法。

### 一、空间开式链的自由度

随着机械化、自动化的不断发展，空间开式运动链的应用逐渐增多，特别表现在用于工业机械手方面。图 1-3 所示为一极坐标

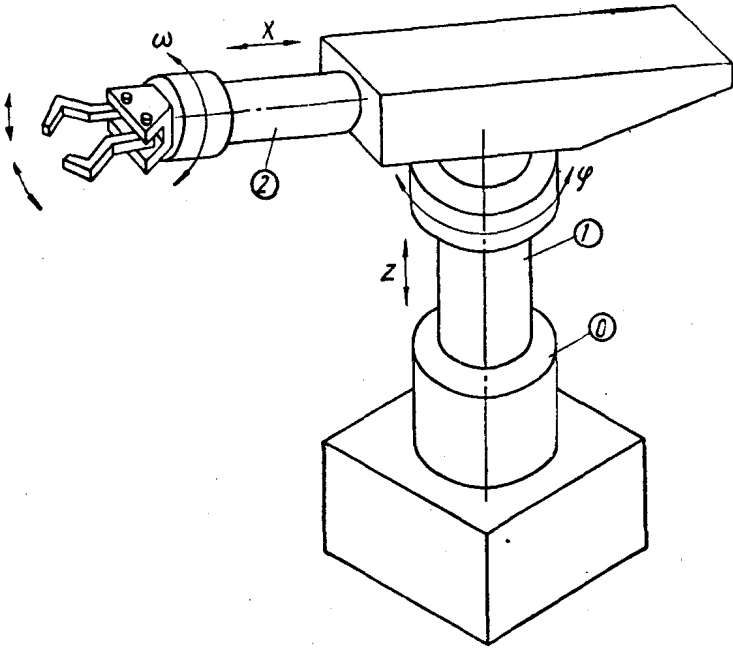


图 1-3

式工业机械手，如不计夹持式手部的自由度，则该机械手具有四个自由度：两个转动和两个移动。开式运动链的特点是其自由度较

多。所以，为了使开式运动链成为具有运动确定性的机构，所需输入参数或主动件的个数也较多。

开式运动链的自由度  $F$ ，是其所含各运动副自由度  $f$  的总和。设运动链中含有1、2、3、4、5类副的个数分别为  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$ 、 $P_4$ 、 $P_5$ ，则计算开式链的自由度公式为

$$F = \sum f = P_1 + 2P_2 + 3P_3 + 4P_4 + 5P_5 = \sum_{K=1}^5 K P_K \quad (1-1)$$

式中  $K(=1, 2, 3, 4, 5)$  为第  $K$  类运动副的自由度数。

例如，在图 1-3 所示的开式链中，是两个 2 类副，即  $K=2$ ， $P_2=2$ ，所以  $F=4$ 。

## 二、空间开式运动链中末杆的自由度

开式运动链中，末杆(末端构件)自由度的分析，对讨论闭式运动链和机构的自由度有密切的关系。开式链中，末杆的自由度虽较其他杆件为多，但由于各自由度之间可能重复，故可能少于(最多也只能等于)开式链的自由度  $\sum f$ ；又由于空间自由构件才具有六个自由度，所以，开式链中末杆的自由度最多等于六个。

由理论力学[4]①可知，刚体构件的任何空间运动都可以认为是由构件上某基点对三个固定坐标轴的独立移动和绕过该点并与固定坐标系平行的三个坐标轴的独立转动所合成。为了分析末杆的自由度  $\lambda$ ，下面对图 1-4 所示的一般空间开式链(构件间的具体运动副没有示出)进行研究。末杆  $n$  对于固定坐标系的运动就等于组成这一开式链的所有运动副所容许的相对运动的合成。设第  $i$  件相对于第  $i-1$  件的移动速度为矢量  $v_{i, i-1}$ ，转动角速度为矢量  $\omega_{i, i-1}$ 。于是，对于由  $n$  个运动构件组成的开式链来说，末杆

① 主要参考文献中的书目序号，下同。

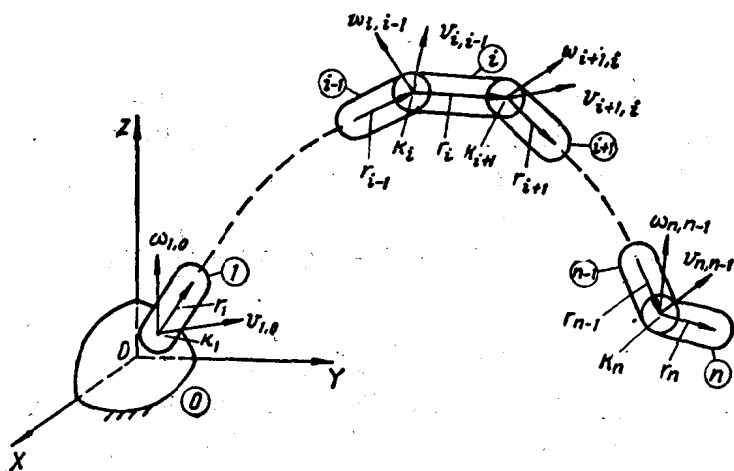


图 1-4

$n$  以  $K_n$  点(一般为与构件  $n-1$  相接触的某点)作为基点的移动速度  $v$  和转动角速度矢量  $\omega$  为:

$$\omega = \sum_{i=1}^n \omega_{i, i-1} \quad (1-2)$$

$$v = \sum_{i=1}^n v_{i, i-1} + \sum_{i=1}^{n-1} \omega_{i, i-1} \times r_i \quad (1-3)$$

由式(1-2)可见, 末杆的基本转动仅与开式链中所含转动副、螺旋副、圆柱副、球销副、球面副以及高副等所容许的固有相对转动角速度矢量  $\omega_{i, i-1}$  有关。由于转动角速度矢量  $\omega_{i, i-1}$  的方位决定于运动副转动轴线的方位, 所以末杆的(独立)基本转动自由度的个数  $\lambda_r$  可由运动副的转轴方位来直接分析。由式(1-3)可见, 末杆的基本移动不仅与开式链中所含移动副、螺旋副、圆柱副及高副等所容许的固有相对移动速度矢量  $v_{i, i-1}$  有关, 而且还与由容许转动的运动副的相对转动所衍生的移动速度矢量  $(v_{i, i-1})_0 = \omega_{i, i-1} \times r_i$  有关。所以, 对于末杆的(独立)基本移动自由度的个数  $\lambda_s$ , 可先分

析固有的(独立)基本移动自由度的个数  $\lambda_{ss}$ , 再分析由转动衍生附加的(独立)基本移动自由度的个数  $\lambda_{ss}$ , 这两者之和即为  $\lambda_s = \lambda_{ss} + \lambda_{ss}$ 。

对于末杆固有的基本转动和基本移动自由度的个数, 可就开式链中所有容许相对转动的运动副的轴线和容许相对移动的运动副所容许移动的方向的方位配置, 用直观方法分析。开式链中有关运动副的相对转动轴线的方位(或相对移动的方向), 如均平行于一个方向, 则由于矢量共线而  $\lambda_s = 1$ (或  $\lambda_{ss} = 1$ ); 如它们的方向不同但都平行于同一平面, 则由于矢量共面而  $\lambda_s = 2$ (或  $\lambda_{ss} = 2$ ); 如还有不与该平面共面的其他方向, 则由于合成矢量为空间任意方向而  $\lambda_s = 3$ (或  $\lambda_{ss} = 3$ )。

在分析末杆固有的基本移动自由度的个数时, 如果  $\lambda_{ss} < 3$ , 则应该对由相对转动衍生的移动速度矢量  $(\mathbf{v}_{i, i-1})_s$  的方向进行补充分析, 从而判断有无新的附加的(独立)基本移动。 $(\mathbf{v}_{i, i-1})_s$  与  $\omega_{i, i-1}$  (平行于第  $i$  个运动副转动轴线) 的方向垂直。分析时应特别注意, 衍生的新的附加基本移动应是独立的, 同时还应避免重复计算。例如, 螺旋副既容许相对转动又容许相对移动, 但二者之间有一定的函数关系, 而不是相互独立的。所以, 在计算自由度时, 只能算是一个自由度。又如在图 1-5 所示的平面开式链中, 所有转动副的轴线都平行于  $Z$  轴。对于构件 1 来说, 只能有一个绕  $A$  轴转动的自由度, 即  $\lambda = \lambda_s = 1(\omega_{10} // \overrightarrow{OZ})$ ; 对于构件 2, 除绕  $B$  轴转动的自由度  $(\omega_{21} // \overrightarrow{OZ})$  外, 还可由转动副  $A$  衍生一个附加速度矢量  $(\mathbf{v}_{10})_s = \omega_{10} \times \overrightarrow{AB}$ , 即有  $\lambda_s = 1, \lambda_{ss} = 1$ , 故  $\lambda = \lambda_s + \lambda_{ss} = 2$ ; 对于构件 3, 除绕  $C$  轴转动的自由度  $(\omega_{32} // \overrightarrow{OZ})$  外, 还可由转动副  $A, B$  衍生附加速度矢量  $(\mathbf{v}_{10})_s + (\mathbf{v}_{21})_s = \omega_{10} \times \overrightarrow{AB} + \omega_{21} \times \overrightarrow{BC}$ 。这里  $(\mathbf{v}_{10})_s$  和  $(\mathbf{v}_{21})_s$  均在与  $Z$  轴垂直的平面  $XOY$  内, 是共面的。所以, 构件 3 附加有两个共面的(独立)基本移动, 即  $\lambda_s = 1, \lambda_{ss} = 1$ ,

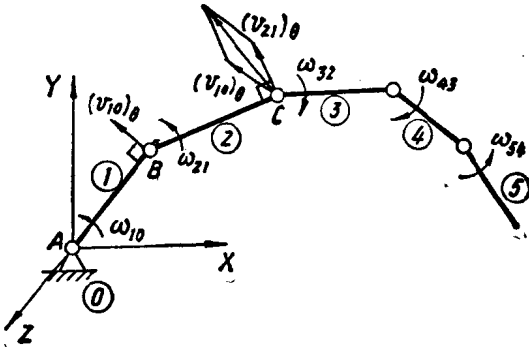


图 1-5

$\lambda_{0s}=2$ , 故  $\lambda=\lambda_0+\lambda_{0s}=3$ ; 对于构件 4、5、…，由于所有转动副都平行于 Z 轴，所以再增加的转动自由度和衍生的附加移动自由度都与已有的重复，没有增加新的自由度。由此可见，平面开式链的末杆自由度  $\lambda \leq 3$ 。

对于空间开式链，则

$$\lambda = \lambda_0 + \lambda_s = \lambda_0 + \lambda_{0s} + \lambda_{0ss} \leq \begin{cases} 6 \\ \Sigma f \end{cases} \quad (1-4)$$

当然，由于空间开式链的结构组成情况要复杂得多，故其分析也较困难。但在一般情况下，按照上述原则，通过细致地具体分析，还是可以用直观的方法解决的。下面将通过一些具体的例子予以说明。

### 三、单封闭形机构的自由度

在计算单封闭形机构的自由度时，可用“断开机架法”。设想把机架分为两部分，使机构成为开式运动链，而机架的另一部分即可视为此开链的末杆。分别计算此开链的自由度  $\Sigma f$  和末杆的自由度  $\lambda$ 。原机构就是此开链的末杆与机架刚性连接而成。当末杆与机架刚性连接而成为机构时，也就失去了  $\lambda$  个自由度，或者说引入了  $\lambda$  个闭约束。所以在机构中， $\lambda$  称为闭约束数。由此，不难写出单封闭形机构的自由度公式如下：

$$F = \sum f - \lambda = \sum_{K=1}^{\lambda-1} KP_K - \lambda \quad (1-5)$$

例如确定图 1-6 所示单封闭形  $RCCC$  空间四杆机构的自由度时,可将原机架 4 断开,得到一个末杆 4',而形成所含运动副不变的简单开式链。对开式链中末杆自由度进行分析,由于各运动副轴线不平行亦不共面知,末杆 4' 有三个独立转动和三个独立移动,故  $\lambda = \lambda_0 + \lambda_{ss} = 3 + 3 = 6$ 。由公式(1-5)得机构自由度为

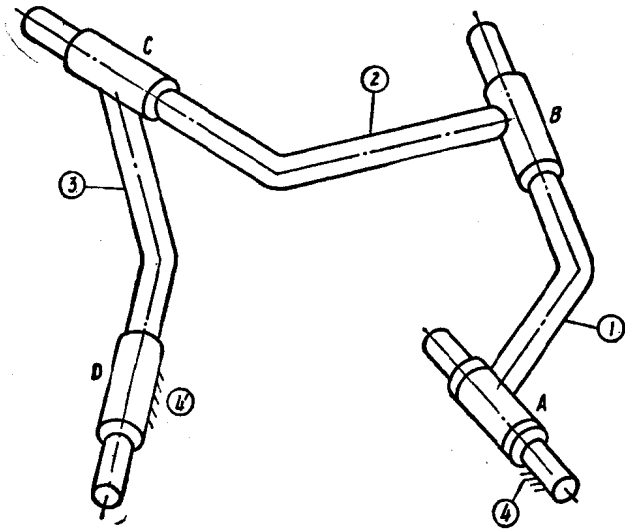


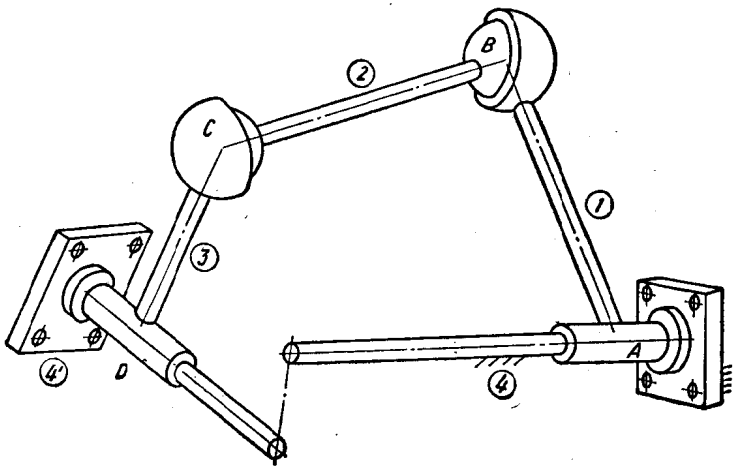
图 1-6

$$F = \sum f - \lambda = P_1 + 3P_2 - \lambda = 1 + 2 \times 3 - 6 = 1$$

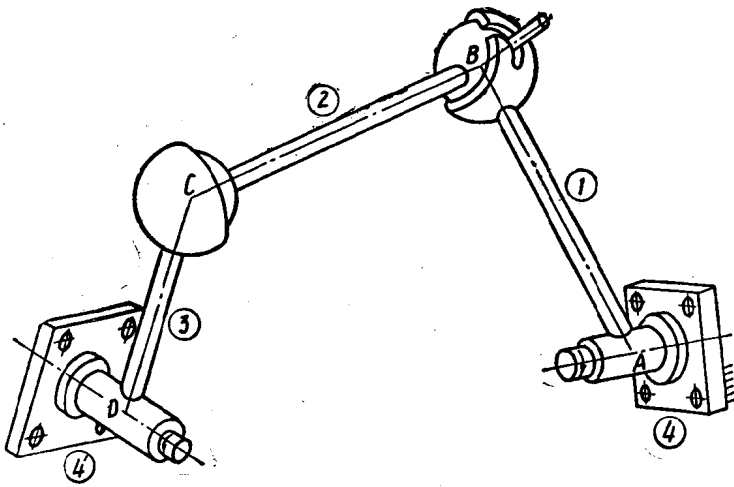
又如图 1-7, a 所示的  $RSSR$  空间四杆机构,断开机架后,末杆 4' 的自由度  $\lambda = \lambda_0 + \lambda_{ss} = 3 + 3 = 6$ ,故机构自由度为

$$F = \sum f - \lambda = P_1 + 3P_3 - \lambda = 2 + 3 \times 2 - 6 = 2$$

由于连杆 2 有一个绕两球面副中心联线转动的局部自由度,它不影响整个机构的运动,所以整个机构只要有一个主动件就能获得



a)



b)

图 1-7

确定的运动。但由于这个局部自由度使球面副中的摩擦、磨损和噪声增加,所以在高速机械中,多把两个球面副之一改为球销副如图 1-7, *b* 所示,这样就得到无局部自由度的  $RS'SR$  空间四杆机构,它的自由度

$$F = P_1 + 2P_2 + 3P_3 - \lambda = 2 + 2 \times 1 + 3 \times 1 - 6 = 1$$

在不考虑连杆绕两球面副中心的局部转动时,这两种机构运动分析的方法是一样的。

闭约束数  $\lambda = 6$  的单封闭形机构是最一般的空间机构,它在实际中有着广泛的应用。

下面对闭约束数  $\lambda < 6$  的单封闭形空间连杆机构作简单介绍。

闭约束数  $\lambda = 3$  的单封闭形机构中,以各种平面机构和球面机构为最常用。平面机构中,各转动副轴线平行且与移动副轴线垂直,故  $\lambda = \lambda_r + \lambda_s = 1 + 2 = 3$ 。球面机构中,各转动副轴线相交于一点,故  $\lambda = \lambda_s = 3$ 。

在图 1-8 所示的  $RRSP$  机构中,断开机架后,直接观察可以看出  $\lambda_s = 3$ ,  $\lambda_{ss} = 1$  ( $Y$  方向移动)。由于两个转动副的轴线均与  $X$  轴平行,可以衍生沿  $Y$  和  $Z$  方向的两个移动,其中沿  $Y$  轴的移动与运动副固有的移动重复;又由于绕  $Y$ 、 $Z$  轴的转动都只有一个(由球面副产生),不可能衍生出独立的沿  $X$  轴方向的移动;所以只能衍生出一个沿  $Z$  轴方向的独立的附加移动,即  $\lambda_{ss} = 1$ 。因此,闭约束数  $\lambda = \lambda_s + \lambda_{ss} + \lambda_{ss} = 3 + 1 + 1 = 5$ ,故

$$F = \sum f - \lambda = P_1 + 3P_3 - \lambda = 3 + 3 \times 1 - 5 = 1$$

在图 1-9 所示的  $RRHRR$  机构中,断开机架后,直接观察可以看出,有三个转动副  $A$ 、 $B$ 、 $E$  的轴线与  $Z$  轴平行;另一个与螺旋副轴线重合的转动副  $D$ ,它们的轴线在  $XEY$  平面内。所以,末杆  $5'$  除有绕  $Z$  轴和  $X$  (或  $Y$ ) 轴的两个固有转动以及沿  $X$  (或  $Y$ ) 方向的



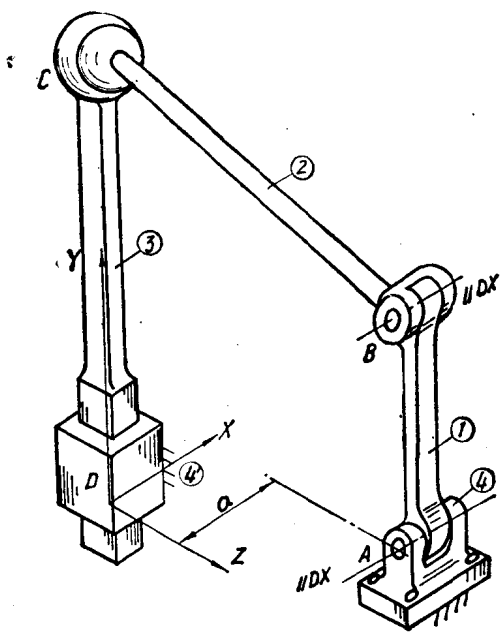


图 1-8

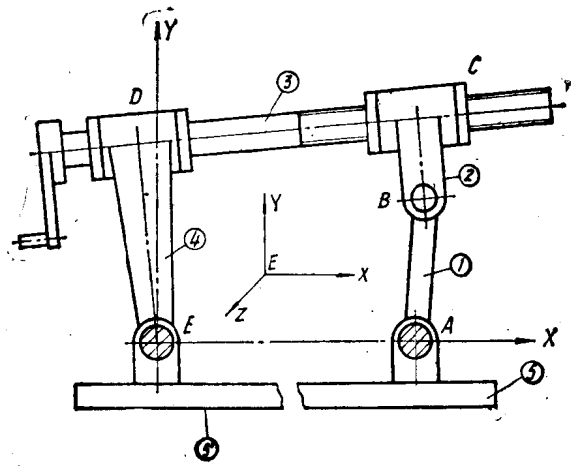


图 1-9