

高等学校教材

沈邦兴 主编

工程实验设计

ONGCHENG SHIYAN SHEJI

测绘出版社

内 容 简 介

本书密切结合实际，在详细介绍工程实验必备知识的同时，突出介绍了软技术的功能。主要内容有矩阵最小二乘估计；方差分析和回归分析；正交实验设计；可靠性实验设计与分析；几何量测试实验优化设计；动态实验设计；模拟和全息实验方法。

本书由全国十所高校联合编写，由高等工业学校《互换性与测量技术基础》课程指导小组审定。可作为高等院校本科生和研究生教材，也可作为科研与生产技术工作人员的参考书。

工 程 实 验 设 计

沈邦兴 主编

*

测绘出版社出版

涿州市冶林印刷厂印刷

新华书店总店科技发行所发行

*

开本 787×1092 1/16 · 印张 23.75 · 字数 540 千字

1990 年 12 月第一版 · 1990 年 12 月第一次印刷

印数 0,001—2,240 册 · 定价 4.80 元

ISBN 7-5030-0402-9/TB·1

序 言

著名的伽利略比萨斜塔实验揭示了自由落体的速度只与物体所处空间位置和重力加速度有关，而与物体质量无关的规律，从而纠正了支配人们思维方式近 2000 年之久的错误理论。可见一项正确的实验对科学乃至人类社会的进步具有何等重大的作用！特别是科学和生产技术高速发展的今天，新材料，新工艺，新产品和新技术的发现和发明，无一不与实验或试验有关。工程实验的重要性已日益为人们所重视；高效率，低成本和高精度的优化实验方法也日益引起众多学者的研究兴趣。因此，在欧美的一些高等学校很早就开设有诸如“实验导论”一类的课程。我国有些高等学校近几年来也陆续开设了“试验技术”等课程，目前迫切需要一本综合性专论实验设计的教材。

由沈邦兴副教授主编的《工程实验设计》，从方法论的角度全面而系统地阐述了各种优化实验的基础理论、基本方法、数学模型、误差分析与处理等。该书收集了有关实验设计的一些新技术和新成果，并采用由浅入深，理论阐述和具体应用相结合的方式安排内容，便于读者理解和实践。

这本著作的主要特点可归纳如下：

1. 突出了方法及其应用。该书首先提出了验证性实验和探索性实验的区别，明确指出工程实验设计的重点是研究后者。介绍了实验设计中应遵守的随机化，重复操作和区组管理三原则，因素水平取值的优化方法等。分章逐一论述了全面试验、正交设计、加速寿命、序贯抽样、组合测量、方位交汇、瞬态激振、正弦激振、仿真模拟和全息计量等及其在实验中的应用。

2. 注重了数学方法的应用。数学本来就是科学工具，该书的作者有机地将这一工具应用于实验设计中，增加了该著作的和谐和生机。如用数理统计学对实验数据进行方差分析、回归分析和相关分析等；运用模糊数学的综合评判进行多指标的选优和可靠性中失效分布的检验；应用谐波分析和积分变换对主轴轴颈圆度测量的误差分离与对动态实验数据的处理等。为了照顾全书各章对矩阵及矩阵最小二乘法的应用，特别编写了第二章对此作了专论。

3. 显示了学科之间的交叉和渗透。工程实验设计是应用于理、工、农、医等各工程实验的一种方法学，本书作者不仅涉足于许多学科中的应用实例，而且还移植了其他学科的方法于实验设计之中。如借用大地测量中的平差原理和方位交汇来测量机器零件的平面度；利用计算机进行模拟和仿真实验，运用光学全息技术对物体位移或表面变形进行测量等。学科之间的交叉和渗透是现代科技成果的重要特征，《工程实验设计》正因为体现了这一特征，相信应用于各部门的生产试验和科学研究后也一定会显示出它的重要价值。

该书编写体系科学，内容新颖，具有时代特色；理论阐述清楚，密切联系工程实际；

语言流畅，文词简明，是一本好书。

《《工程实验设计》的作者们长年辛勤地耕耘在自己的教学园地，本书是他们长年教学实践和科学研究成果的体现。）在这一著作即将出版问世之际，特向高等学校，科研部门和厂矿企业及广大读者推荐此书，相信这本著作定能发挥其应有的社会效益。

华中理工大学教授 李 柱

1989.7

前 言

为适应科学技术进步和推动国民经济发展的需要,在全国高等学校互换性与测量技术研究会的倡导下,由武汉测绘科技大学等十所院校联合编写了本教材。工程实验设计是现代设计方法学的一个分支,本书突出了软技术的功能,旨在充实理工科专业的教学内容,培养学生具有解决实际工程问题的方法和创造性的工作能力,同时也力图为从事科研和生产的同志在研究新课题,开发新产品以及寻求最佳效果中有较高的参考价值。

从1986年夏拟定编写大纲时起,先后在昆明、武汉和上海等地对本书进行了多次审稿、改稿和定稿。1987年底由武汉测绘科技大学印刷成讲义,先后在新疆八一农学院等院校试用,并于1988年春天邀请全国26所院校及工厂的教师和工程师参加了在武汉举办的《工程实验设计》研讨班。以上的反馈信息给书稿的最后修订奠定了良好的基础。

在编写过程中,自始至终得到了全国高等学校《互换性与测量技术》课程指导小组主任委员李柱教授的关怀和指导,并在百忙中为本书作序,对我们的劳动给予了充分的肯定。

参加本书编著的有:天津轻工业学院孙冀君、新疆八一农学院刘焰、昆明工学院杨绍铮、贵州工学院秦红、中南林学院徐学林、福州大学刘艳斌、南京航空学院吴晓琳,武汉测绘科技大学沈邦兴。参加撰写初稿的还有长沙铁道学院林少伟、四川工业学院黄怀贵。全书由沈邦兴主编和修稿。

本书经高等工业学校《互换性与测量技术基础》课程指导小组审定。由华中理工大学李柱教授和武汉测绘科技大学陶本藻教授主审,栾胜奎同志也参加了§8-3的审稿工作。测绘出版社华彬文总编对本书内容的取舍提出了十分宝贵的意见。在审稿过程中还得到了昆明工学院领导和廖伯瑜教授的关怀与鼓励。全部插图由高增吉同志描绘,吴梦初同志也参加了部分书稿的誊清工作。谨此表示诚恳谢意。

书中列举了大量的实例,一部分是编著者科研生产和教学的成果,但相当一部分是摘录于国内外有关书刊文献,特此对原作者深表谢意。

由于我们水平有限,书中难免存在缺点和错误,热忱欢迎读者批评指正。

编著者

1989年6月15日于武昌

目 录

第一章 绪论	(1)
§ 1-1 工程实验的概念	(1)
§ 1-2 工程实验设计.....	(3)
§ 1-3 《工程实验设计》课程的性质与任务.....	(7)
第二章 矩阵最小二乘估计	(9)
第三章 方差分析和回归分析	(21)
§ 3-1 因素实验的基本原则	(21)
§ 3-2 单因素实验设计	(28)
§ 3-3 双因素实验设计	(39)
§ 3-4 回归分析	(54)
§ 3-5 多元线性回归和多项式回归	(64)
§ 3-6 生产预报与控制	(78)
第四章 正交实验设计	(87)
§ 4-1 正交表的构造	(87)
§ 4-2 正交实验的方差分析	(96)
§ 4-3 多因素的交互作用	(108)
§ 4-4 不等水平的正交实验	(120)
§ 4-5 分割试验法	(130)
§ 4-6 多指标的优化方法	(145)
第五章 可靠性实验设计与分析	(154)
§ 5-1 可靠性实验的基本概念	(154)
§ 5-2 可靠性失效分布的检验	(166)
§ 5-3 常见分布下的寿命试验	(182)
§ 5-4 加速寿命试验	(194)
§ 5-5 序贯抽样寿命试验	(204)
第六章 几何量测试实验优化设计	(213)
§ 6-1 相对测量的误差估计方法与精度分析	(213)
§ 6-2 大型平板与圆导轨的检测方法	(216)
§ 6-3 组合检测实验	(227)
§ 6-4 形状误差的评定与仲裁	(236)
第七章 动态实验设计	(247)
§ 7-1 动态实验的基本理论	(247)

§ 7-2	动态实验的激振方法	(258)
§ 7-3	随机振动模拟实验	(268)
§ 7-4	测试系统的基本特性	(278)
§ 7-5	动态实验的数据分析	(286)
§ 7-6	实验数据的预处理与检验	(300)
第八章	模拟和全息实验方法	(308)
§ 8-1	模拟技术	(308)
§ 8-2	数字仿真	(318)
§ 8-3	全息干涉计量法	(330)
附录	(340)
表一、	正态分布表	(340)
表二、	χ^2 -分布的上侧分位数 ($\chi^2_\alpha(f)$) 表	(344)
表三、	F 检验的临界值 (F_α) 表	(346)
表四、	随机置换表	(353)
表五、	正交多项式表	(354)
表六、	真实的失效均值超过所需失效均值的保证值	(357)
表七、	真实的失效平均 (或特征) 时间超过所 需失效平均 (或特征) 时间的保证值	(364)
参考文献	(371)

第一章 绪论

一般而言，工程实验与学生在课堂上所作的教学实验是不同的，后者的目的主要是对已知的理论进行验证，以加深对理论的认识，可称为验证性实验；而前者的目的主要是为了揭示尚未完全认识的事物，发现其发生与发展的规律，以完成工程或科研任务，具有很强的探索性，可称为探索性实验。

§ 1-1 工程实验的概念

众所周知，社会实践在很大程度上是一种重复渐进的活动，而工程实验不仅具有探索性，并且在寻求真理的过程中是一种主动性的活动。虽然，生产活动或社会实践是一个长期的习惯的过程，但是人们可以从中发现出问题，通过实验来解决问题，从而起到推动社会生产向前发展的作用。

一、工程实验的主要内容与程式

实验是一种科学手段，是以一定的假设为前提，利用各种仪器设备以及人工创造的条件，让各种现象及事物内在的关系和演变过程在实验者面前充分暴露，通过忠实的观察和慎密的测量，运用理论分析和数据处理，作出决策与判断，以论证这一假设的正确与否，或者进一步提出新的理论，发现新的规律。可以说，实验是人为的、短期的和特殊形式的实践。实验可以复现现实中稍纵即逝，不易捕捉的事物，可以控制过程的进展，让那些需要认真观察和分析的过程暂停或重现，使人们的观察研究处于更加主动的地位。同时还可以采用先进手段对研究的对象进行严密、完整、系统地测量和记录，然后进行综合分析 with 理性加工、以便实现人们从感性认识到理性认识的飞跃。如果说实验是发现规律，揭示事物本质的一种科学手段，那么试验则是某一项实验的具体实施的过程。

实验又是一项目的性、计划性很强的、很严密的科学活动，因此要求有一个严格的程式，即

1. 有明确的实验目的、目标和要求；
2. 应编写实验大纲、制订实验计划；
3. 实验过程的具体实施步骤；
4. 最后的理性归纳和实验报告。

实验大纲的主要内容应包括：（1）考察目标和测试参数；（2）环境条件的要求，仪器设备及规格；（3）采样方式，测点布置，组合形式与重复要求；（4）实验数据处理方法与实验分析的要求等。

由此可见，影响和制约着实验过程的不仅是物质条件，还有思维方式，而对思维方式起着指导作用的是工程实验设计及其相关的理论。

二、实验在科技发展中的地位

在古代，科学很不发达，尚处于自然哲学阶段，其主要研究方法是直观加思辨。哲学家们凭着实践中获得的经验进行逻辑推理作出论断或预言，再根据新的实践经验又经逻辑分析作出新的论断来发展和修正理论。这样的理论往往有很大局限性，使得科学发展极为缓慢。

直到近代才发生了根本改变。三百多年前，伟大的物理学家伽利略在意大利比萨斜塔上作了著名的自由落体实验，纠正了支配人类长达两千年之久的错误理论。也就是从那时起，开辟了实验科学的新阶段。自然科学从哲学中分化出来，开始分门别类地进行研究，科学发展的趋势是使目标更加明确。在观察实验的基础上进行严密的逻辑分析，使形成了以实验事实为依据的系统的近代科学理论。可以说实验是近代科学的基石。

现代科学和技术的迅猛发展又显示了新趋势。一方面自然科学继续向微观和宏观两个方面纵深发展，学科分化越来越细。另一方面自然科学和社会科学各领域相互交叉、渗透、移植，显示出极强的综合特性，总体发展以综合为主导。不断产生的新的边缘学科、综合学科填补了各门科学之间的空隙，把整个科学连成体系，科学开始形成一个前沿在不断扩大的多层次统一整体。这种趋势使科学研究有了新的特点和规律，综合性技术逐渐起主导作用，重大的新技术突破不再来源于传统领域内的单纯的创造发明，而主要来源于系统的综合性研究。

现代科技的综合化更加依赖于实验分析。现代实验不单是通过观察现象和测试数据来验证假说，而为达到多种研究的目标开创了有利途径。所有用理论分析和数学解析的方法不能解决的问题，都可利用实验手段来求解。特别是在工程领域内，科研很注重实际应用效果，无论是对零部件与整机的结构、性能的研究，还是对新配方、新工艺的探索，以及产品的鉴定，试验都是很有效的手段。所以几乎没有一项研究是不需要实验分析和论证的。

总之，实验的重要意义已不容置疑。但随着社会的进步和科学技术的发展，实验不断得到新的现代化装备和理论工具，规模不断扩大，水平不断提高，处于现代巨大变革中的工程实验不断被赋予新的内涵。

三、工程实验的现代特征

从广义系统论的观点考察每个实验，都可看作是研究干扰条件下系统与输入、输出的关系，如图 1-1-1 所示。研究可分为系统辨识、系统分析、最优控制、最优设计、滤波

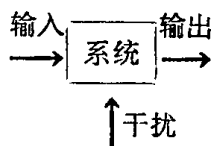


图 1-1-1 实验系统状态

与预测几种类型。

例如，在顶尖法测圆度误差的实验系统中，采样间隔就是一种输入，观测值是系统的输出，测量误差是干扰因素。如果数学模型已知，代进输入和输出值求得圆度误差，这属于系统分析问题。但回转偏心量是系统的模型参量，往往是未知的，就需要首先根据输入和输出值来估算求得。模型的参量估计则属于系统辨识问题。可见，通过一个实验，能够解决多种类型的问题，只有排除干扰，才能保证分析结论的精确性。

发展中的现代工程实验日益突出地表现了如下特征：

1. 整体化、定量化、优化

实验系统日趋复杂，研究对象、测试信号和模型参数种类繁多，就必须对实验的各个环节作出多层次的有条理的整体规划，其中也包括实验方法进一步数学化的问题。目前应用电子计算机模拟并代替人脑的部分思维，其快速准确的演算能力带来了数学方法的革新，扩大了定量研究的范围，又提供了一种“模拟试算”的崭新实验手段。同时，为了经济合理、快速可靠地进行各种实验，还要有一套优化实验的理论与方法。

2. 实验软技术的作用日益重要

实验技术可分为硬技术和软技术两大部分。所谓硬技术是指实验的物质手段，就是实验条件和使用的仪器设备。“硬”字意在它以物质形态存在，有着确定的专业性规律；“技术”是指实验硬件有各自特定的结构原理和应用操作技术，是一种物化的智力。所谓软技术是指选择、组织、分析、决策等“思维的技术”。比如对测试指标和测试方法的选择，实验方案的拟定，以及对测试结果的数据处理和精度分析等等。这些都体现了对实验过程优化所使用的理论工具和思维方式。换句话说，软技术也就是应用知识和技术的技术。在广阔的范围中选取各种知识单元，将它们交叉地、有机地结合起来构成新的功能，达到实验目的。软技术的主体是现代应用数学，在思路和方法上打破了传统学科的局限，具有通用的灵活性。现代实验不仅是创造条件、复现过程、记录结果，而且要重在分析。随着科研与实验的综合性发展趋势，实验软技术被推向更显著重要的地位。

§ 1-2 工程实验设计

以既定的目标为前提，研究高效率、低消耗，结论精确的实验方法是工程实验设计的任务，这样不仅要求实验设计者具有清醒的头脑，而且必须掌握和运用当前最新的科学知识和工具。

一、实验设计的目标

所谓实验设计，就是在实验过程实施之前，人们所作的一系列选择、组织和决策的创造性思维活动，是人们研究如何优化实验并制定实验大纲的实验软技术。实验设计的思维过程如图 1-2-1 所示。

“试验设计”这一科学术语最早（1926年）来自英国统计学家费歇尔（R·A·Fisher）的经典著作的书名。他在研究农业实验中运用了组合数学，发展了统计学理论，提出

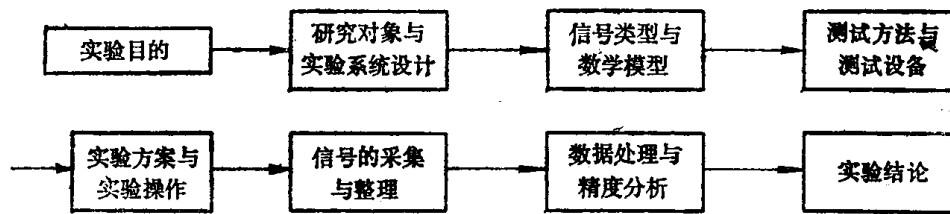


图 1-2-1 实验设计思维过程方框图

了新的试验方案和分析方法。在此基础上又不断发展，早已不局限于农业科学的实验在数理统计的应用领域形成了“试验设计”这一新的分支。四十年代后又融入了优化理论。

包罗万象的工程实验发展到现今，除了靠直接实验的方法外，还利用同类事物间的相似性进行模型实验，利用异类事物间对应参量关系的相似性进行数学模拟实验，又进一步利用计算机和仿真语言进行数字仿真实验。在充分利用现代社会所能提供的各种硬技术的同时，还综合运用了现代各种理论工具和新颖思路，发展了实验软技术。

最初“试验设计”追求的目标也正是一切工程实验之所求，就是使实验的综合效益最优，即付出最少的代价，最快获取最可靠的实验结论。所以，实验设计的基本宗旨有以下二点。

1. 最大限度地提高实验效率

人们研究的系统愈来愈复杂，所求参量愈来愈多，势必造成实验次数多、时间长、代价高，这就需要寻求提高效益的途径。例如，探索最佳工艺的实验属于系统的最优控制问题，探求产品的最佳配方和优选最佳参数的实验属于系统的优化设计问题，一般常采用直接实验法。要想尽量减少实验总次数，同时解决干扰问题，达到全面客观分析的目的，就需要合理选择实验方案。又如采用加大应力的方法强化某些实验条件，进行加速寿命实验，就可以促成产品提前失效，缩短可靠性实验的过程。此外，对于那些不便于直接实验的情况就选择新型实验方法。比如通过模型实验，运用相似原理来解决大坝变形、桥梁振型等大型系统的实验设计分析问题；用电路系统作机械振荡的模拟实验；利用微机对多输入多输出线性系统进行数字仿真实验。

2. 最大限度地提高实验精度

实验精度是指实验结论的可靠性，即实验结论的可信程度。在任何实验过程中都存在着误差（干扰）。要提高精度就必须分析处理误差。实验条件和仪器设备会给实验带来硬件误差，所以要正确选择测量装置，有时还需对测量装置进行静态标定和动态特性分析，以便减小测量的失真度。另外对来自实验方法的软件误差，则要运用误差理论加以控制。比如，对大型零件常用水平仪和桥尺分段相对测量，测得数据会因为误差累积而失真，这就要靠优选测量方案和平差的处理方法来提高实验精度。再如，要满足形状误差的评定准则，使其符合“最小条件”，就必须对测得值进行必要的数据处理。近年来，激光技术的应用使位移、振动等的测量达到了光的波长量级的精度。目前对动态数字信号的处理也有了成套的理论和方法。

为达到以上这两条目的所作的分析和研究就是对实验的设计。实验设计的具体内容都

是对实验过程优化的方法，如图 1-2-2 所示。在科技高速发展的今天，对方法的掌握和研究至关重要。实验设计与现代科学方法论有着密切的关系。

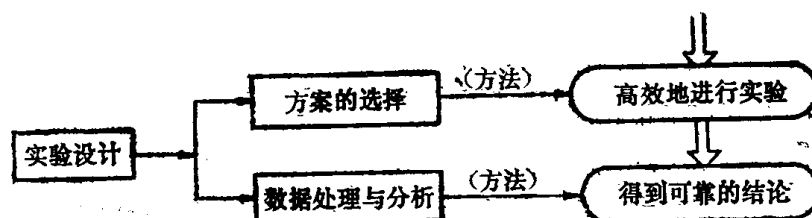


图 1-2-2 对实验过程优化的方法

二、现代科学方法论与实验设计的关系

“方法”一词的含义是指达到目的的正确途径。科学方法论是关于正确进行科学研究的原理、方法的理论，是一门思维科学。该科学越完善，适用面越广，概括能力越强，就越趋于统一。

根据人类使用工具的发展来划分历史阶段，当今已进入计算机时代。与之相适应的方法论的发展也已进入新纪元。科学技术发展到了新的更高级的综合阶段，就要求在更高的层次上用一些新的原则对现有理论进行新的概括和综合，这就推动了统一的科学方法论的逐步形成。现代科学技术整体化的趋势要求科学方法论采用整体化的存在形态和研究方法。它应具有概括度高、适应范围广及跨学科的性质和功能。系统论、信息论、控制论（简称三论）就具有这样的性质和功能。

系统论 是研究系统的模式、原则和规律，并对其功能进行数学描述的一门学科。系统论和系统分析方法具有整体性、全面性、结构层次性、相关性、动态平衡性和综合与分析的统一性等特点。所谓“系统工程”就是利用系统论的基本原理创立起来的一个重要的工程技术门类。系统论的创始人是美籍奥地利生物学家贝塔朗菲。

信息论 是研究信息的本质，并用数学方法研究信息的计量、传递、变换和储存的一门学科。创始人是美国贝尔电话研究所的数学家申农。近三十年来人们把信息论中的概念、原理、方法运用于各门科学技术领域，可称为广义信息论。

控制论 是研究各种系统的控制和调节的一般规律的科学。创始人是美国数学家维纳。目前已有工程控制论、生物控制论、社会控制论和人工智能等分支。

上述三门学科是在同样的背景下同时创立的，它们所研究的对象都离不开系统、信息、控制、反馈等基本程式。其主导思想方法以及一些基本的数学表达式都类同。由“三论”引出的系统方法、信息方法、反馈方法、功能模拟方法等已被广泛应用于各个领域，这说明在各个领域确实存在着方法论的共性。

30年代后产生了“三论”，60年代后又产生了耗散结构论、协同论和突变论。从发展趋势来看，还可能出现其它新“论”，对现代科学方法论进一步丰富、发展和深化。这些学科从不同侧面、不同深度揭示了客观物质世界的本质联系和运动规律。既是新的科学理论，其中又融化着科学方法论，各学科理论本身都包含着方法论的突破。它们提供的新

概念和新方法原则上适用于各门科学技术领域，具有一般科学方法论的功能和作用，从横断方向将各个科学技术领域联结和贯通起来。再加上数学方法的发展和推广，就可使自然科学和社会科学在方法论上逐步互相渗透，趋向统一。

实验伴随着科学技术的发展而同步发展，现代实验不仅拥有了更丰富尖深的实验硬技术，而且软技术的比重也在逐渐增大。“三论”的概念已渗透到实验中，把实验对象和条件作为系统来考察。信息贯穿始终，研究信息的获取、变换和分析处理的方法。有些实验结论中包含预报的内容，为进一步反馈，达到在线实时控制创造条件。还有些实验就是研究如何实现反馈来达到控制功能的。实验设计是研究方法的学科，也具有横向交叉的综合性。现代科学方法论的形成和发展必然赋予实验设计以新观点、新思路和新的理论工具，使实验设计更具有充实的内容。

三、数学方法的应用

三论的产生和发展及电子计算机的应用为工程实验的定量化、数学化提供了优越条件。现代科学的数学化与知识的抽象化正是其趋于完善的表现。先进的数学工具提高了实验优化的水平，所以数学方法是实验设计的重要组成部分。

实验采集的大量数据中蕴含着事物间本质的关系。用抽象的形式化数学语言概括地或近似地描述事物特征或事物间数量相依关系的表达式叫做数学模型。数学模型大致可分为：确定性的或随机性的；连续性的或离散性的；精确性的或模糊性的。有些实验中系统的数学模型已知或要通过测试数据求得。还有一些实验则无须求出或不可能求得数学模型，只需依据其规律和特征作出某些选择或判定。无论是哪一种情况都需要首先搞清数学模型的类型及由此可能提供的研究途径。确定性的数学模型描述的实体对象具有确定的数量相依关系，用经典数学形式表达。但实验中存在各种干扰因素，测得的数据往往具有随机性，所以随机数学模型在实验分析中占有相当的比例。利用随机量的统计规律来分析处理干扰与误差是一条基本思路。模型参数的最小二乘估计以及方差分析、显著性检验都是典型的数理统计方法，现已被广泛应用。在可靠性实验中要靠对随机数据的假设检验来找出失效率分布类型，再由已知的分布规律估计各有关的统计量。

如何从数学抽象的角度提出问题是最重要的也是最困难的，关键在于找到正确的思路。例如，几何量静态测量中为了减小误差，常进行多余观测，建立超定线性方程组，用最小二乘法求解。动态过程则用微分方程（连续的）或差分方程（离散的）来描述。动态实验基于谱分析理论，研究的重点在于用传递函数或频率响应函数表达系统的动态特性。动态实验中测得随时间变化的动态数据，需要先检验判别数据类型后再选择分析的方法。对周期数据以傅里叶级数为分析工具；对非周期数据以傅里叶变换为分析工具；对随机数据则以功率谱密度为谱分析工具。因素实验是数理统计的一个重要应用领域，出自拉丁方的正交设计是由组合数学提供的思路，它具有均衡搭配的优点，使得多因素多水平的因素实验只须部分实施，而不必进行全面实验。模糊数学引入了隶属函数的概念，对具有模糊性的对象作出定量描述。在多指标因素实验中采用模糊数学进行综合评判，又为系统的最佳控制问题开辟了新路。

实验中数学方法的特点之一在于并不追求严格的系统性，而是强调实用性。它针对要解决的问题放开思路，广泛地涉猎于经典数学和现代应用数学的各个层次，巧妙组合，灵活应用。比如运用相似理论设计模型实验的量纲分析法就独具特色。又如用全息干涉法分析振动问题时，可以用零阶贝塞尔函数的根求得各级暗条纹处的振幅值。函数逼近论和最优化方法也都在有关实验分析中得到应用。

由于测试数据量大，运算复杂，所以实验中数学方法还应具备另一特点，这就是要便于微机应用。适于计算机运行的最有效形式是递推关系，连续数据必须经离散化处理，同时要有相应的数值计算方法。比如，用数值积分的方法求解微分方程。近年来通用的快速傅里叶变换（FFT 算法）是离散傅里叶变换的高效算法。而形状误差符合最小条件的几何判据，也只有转换成代数判别式，才能由计算机完全独立地执行。

以上列举的广泛思路和特点都说明以优化实验为目的的数学方法要随实验范围的拓宽和数学工具的发展而不断充实、不断更新。

§ 1-3 《工程实验设计》课程的性质与任务

高等教育的基本目标应是为推动科学技术进步、促进社会生产的发展培养超前人才。所以，加强课程的未来功能十分必要。为促使理工科大学生开阔视野，活跃思维，了解科学发展的趋势和学科最新成果以及正待探索的新课题，应尽可能站到科技发展的前沿，从而激发学生的想象力和创造力，使他们在大量汲取知识的同时也有创造知识的欲望。工程类大学教育培养的人才应偏重于“横向综合”型，而不是专长于“纵向深入”型；教学内容应合理兼顾“专”与“博”、“传授知识”与“引导思路”；不能片面追求“精”和“专”，应该拓宽学识、防止思路单一；在传授知识的同时，更重要的是开扩思路和培养能力。

科技人才的能力包括许多方面，首先是创造性的学习能力和不断自我更新的能力。随着科技发展的加速，对于即将立足于现代社会的大学生来说，在校期间获得的知识极为有限，而大量知识的获得还要靠捕捉最新信息的敏感性和接受消化能力。其次是独立思考进行分析综合并解决实际问题的能力。因为生产与科研中复杂的现实问题都具有综合交叉、横向联合的倾向。此外，还有开拓和创造的应变能力，因为人的一生中将会遇到多次职业变更，将会面临许多开创性的工作。工科大学生必须具有“学、用、创”三种能力，才可适应高速发展和变革中的“动态社会”，并为社会作出应有的贡献。

未来社会需要一专多能并具有创造性思维能力的“通才”。创造性思维基于广博的知识、宽阔的思路和训练有素的思维技巧。总之，要有坚实的方法论根基。方法论现已成为人才智力结构的重要组成部分。因此，迫使大学教育的课程中融入更多的方法论，使横向交叉的各个领域相互沟通，只有知识和技术没有思路是不行的，有了思路才能得心应手地运用知识、发展技术。

随着大学课程的发展演变，现代实验软技术独立形成一门新型基础技术课已时机成熟。本课程正是顺应学科整体化的趋势，提供富含方法论的一组“知识群”，专门论述实

验软技术。内容包括单因素和多因素析因实验的优化设计，多目标综合评判，几何量测试实验方案及精度分析，可靠性实验，动态实验以及相似与模拟、系统仿真、全息计量法等新发展的实验技术。课程着重介绍实验优化的方法，体现技术的综合交叉与思路的完整。若根据专业培养目标，配合有关的实验硬技术课程，以软带硬，软硬互补，则能达到加强实验设计与应用能力训练的目的。

统一的现代科学方法论正处于发展之中，系统的实验方法论也正逐步形成。《工程实验设计》从方法论的角度引导主要思路，是一门带有浓郁的方法论气息的基础技术课。课程的任务是使学生建立实验设计的基本概念和主要思路，带着方法论的主动意识学会一般的实验设计方法，并能对一般常遇到的工程实验独立地设计方案，选择数据处理的方法和分析实验精度，亦即使学生初步掌握实验设计的软技术并具备运用这一软技术来揭示事物发生和发展规律的能力。

第二章 矩阵最小二乘估计

最小二乘估计是求未知参数的一种统计方法，一般来说，不要求知道有关的随机变量的概率分布就可以求得未知参数的最佳值。正因为如此，在工程实验设计中得到了广泛应用。本章就最小二乘的基本原理和矩阵运算作一简介，便于以后各章直接引用而不需再作深究。

一、有关矩阵的知识

在讨论矩阵最小二乘估计之前，先将有关的矩阵知识作一简单介绍。

1. 矩阵 A

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1t} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2t} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nt} \end{pmatrix} = [a_{ij}]_{n \times t} \quad (2-1)$$

矩阵 A 的阶为 $n \times t$ ，称 n 行 t 列矩阵。

2. 矩阵的乘法

设

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1t} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2t} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nt} \end{pmatrix} = [a_{ij}]_{n \times t}$$
$$B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1p} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2p} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_{t1} & b_{t2} & \cdots & b_{tp} \end{pmatrix} = [b_{ij}]_{t \times p}$$

则

$$AB = C = [c_{ij}]_{n \times p} \quad (2-2)$$

其中元素 $c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{it}b_{tp}$ ($i = 1, 2, \cdots, n; j = 1, 2, \cdots, p$)。

例如

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -1 \\ -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

