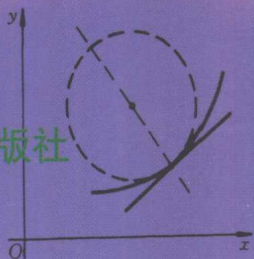
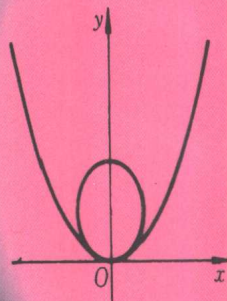
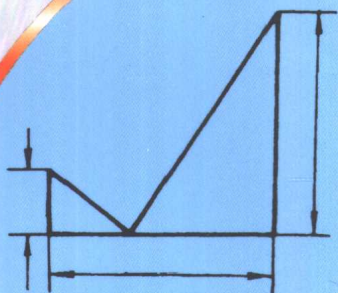


高等职业教育通用教材

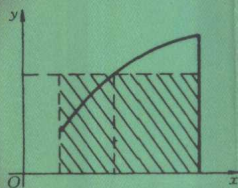
# 应用高等数学

## 上册

翟向阳 主编  
朱长坤 主审



上海交通大学出版社



21 世纪高职高专通用教材

# 应用高等数学

(上册)

主 编 翟向阳  
主 审 朱长坤

上海交通大学出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

应用高等数学 上册/翟向阳主编. —上海:上海交通大学出版社,1999.6(2000.6重印)

高等职业技术教育系列通用教材

ISBN 7-313-02115-1

I. 应… II. 翟… III. 高等数学-高等教育:职业教育-教材  
IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 23345 号

## 应用高等数学

(上册)

主编 翟向阳

上海交通大学出版社出版发行

(上海市番禺路 877 号 邮政编码 200030)

电话:64071208 出版人:张天蔚

上海交通大学印刷厂印刷 全国新华书店经销

开本:850mm×1168mm 1/32 印张:10.5 字数:267千字

1999年6月第1版 2000年6月第3次印刷

印数:8101~13150

ISBN 7-313-02115-1/O·153 定价:14.00元

---

版权所有 侵权必究

## 21 世纪高职高专通用教材编纂委员会

|                  |     |     |     |     |     |
|------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| 编纂委员会顾问          | 白同朔 |     |     |     |     |
| 编纂委员会名誉主任        | 叶春生 | 闵光太 |     |     |     |
| 编纂委员会主任          | 张成铭 |     |     |     |     |
| 编纂委员会副主任         | 黄月琼 | 王星堂 | 东鲁红 |     |     |
|                  | 江才妹 | 秦士嘉 |     |     |     |
| 编纂委员会秘书长         | 刘伯生 |     |     |     |     |
| 编纂委员会委员(以姓氏笔划为序) |     |     |     |     |     |
|                  | 王星堂 | 尤孺英 | 东鲁红 | 张成铭 | 冯兴才 |
|                  | 华玉弟 | 庄菊明 | 刘伯生 | 朱熙然 | 朱爱胜 |
|                  | 朱懿心 | 江才妹 | 杜学诚 | 何树民 | 陈志伟 |
|                  | 陈友萱 | 肖华星 | 罗钟鸣 | 秦士嘉 | 唐育正 |
|                  | 黄 晖 | 黄 著 | 黄月琼 | 程宜康 | 翟向阳 |
| 编纂委员会秘书          | 汤文彬 | 李 阳 |     |     |     |

## 序

发展高等职业技术教育,是实施科教兴国战略、贯彻《高等教育法》与《职业教育法》、实现《中国教育改革与发展纲要》及其《实施意见》所确定的目标和任务的重要环节;也是建立健全职业教育体系、调整高等教育结构的重要举措。

近年来,年青的高等职业教育以自己鲜明的特色,独树一帜,打破了高等教育界传统大学一统天下的局面,在适应现代社会人才的多样化需求、实施高等教育大众化等方面,做出了重大贡献。从而在世界范围内日益受到重视,得到迅速发展。

我国改革开放不久,从1980年开始,在一些经济发展较快的中心城市就先后开办了一批职业大学。1985年,中共中央、国务院在关于教育体制改革的决定中提出,要建立从初级到高级的职业教育体系,并与普通教育相沟通。1996年《中华人民共和国职业教育法》的颁布,从法律上规定了高等职业教育的地位和作用。目前,我国高等职业教育的发展与改革正面临着很好的形势和机遇:职业大学、高等专科学校和成人高校正在积极发展专科层次的高等职业教育;部分民办高校也在试办高等职业教育;一些本科院校也建立了高等职业技术学院,为发展本科层次的高等职业教育进行探索。国家学位委员会1997年会议决定,设立工程硕士、医疗专业硕士、教育专业硕士等学位,并指出,上述学位与工程学硕士、医学科学硕士、教育学硕士等学位是不同类型的同一层次。这就为培养更高层次的一线岗位人才开了先河。

高等职业教育本身具有鲜明的职业特征,这就要求我们在改革课程体系的基础上,认真研究和改革课程教学内容及教学方法,努力加强教材建设。但迄今为止,符合职业特点和要求的教材却似凤毛麟角。由泰州职业技术学院、上海第二工业大学、金陵职业大

学、扬州职业大学、彭城大学、沙州工学院、上海交通高等职业技术学校、上海农学院、上海汽车总公司职工大学、江阴职工大学、江南学院、常州职业技术师范学院、苏州职业大学、锡山市职业教育中心、宁波高等专科学校、上海工程技术大学等 60 余所院校长期从事高等职业教育、有丰富教学经验的资深教师共同编写的《21 世纪高职高专通用教材》，将由上海交通大学出版社陆续向读者朋友推出，这是一件值得庆贺的大好事，在此，我们表示衷心的祝贺。并向参加编写的全体教师表示敬意。

高职教育的教材面广量大，花色品种甚多，是一项浩繁而艰巨的工程，除了高职院校和出版社的继续努力外，还要靠国家教育部和省（市）教委加强领导，并设立高等职业教育教材基金，以资助教材编写工作，促进高职教育的发展和改革。高职教育以培养一线人才岗位与岗位群能力为中心，理论教学与实践训练并重，二者密切结合。我们在这方面的改革实践还不充分。在肯定现已编写的高职教材所取得的成绩的同时，有关学校和教师要结合各校的实际情况和实训计划，加以灵活运用，并随着教学改革的深入，进行必要的充实、修改，使之日臻完善。

阳春三月，莺歌燕舞，百花齐放，愿我国高等职业教育及其教材建设如春天里的花园，群芳争妍，为我国的经济建设和社会发展作出应有的贡献！

叶春生

2000 年 4 月 5 日

# 前 言

《应用高等数学》是高等职业技术教育系列通用教材之一,全书分上、下两册。上册包括向量代数与空间解析几何,函数、极限与连续性,微分学,微分学的应用,一元函数积分学,二元函数积分学等,共6章,参考教学时数为82学时。下册包括常微分方程,级数,行列式,矩阵,线性方程组,随机事件及其概率,随机变量及其分布,随机变量的数字特征,大数定律与中心极限定理,参数估计,假设检验,数值计算,数学建模初步等,共13章,参考教学时数为72学时。学时数不含“\*”部分内容,“\*”部分内容供各校根据实际情况选用。

本书以“必需够用”为度,与普通专科《高等数学》教材相比,作了较大的改革,主要特色体现在以下四个方面:

(1)在保留高等数学核心内容的前提下,教学课时有较大幅度的压缩,以适应高职教育少学时高等数学教学的需要。

(2)优化组合经典内容体系,将方法相同或相似的内容放在一起讲,避免相关内容的重复和割裂,也便于学生通过比较加深理解、加深印象。

(3)以掌握概念强化应用为教学重点。本书弱化了求极限、求不定积分等复杂的计算技巧,对不定积分更多的是要求学生使用积分表。

(4)将工程数学与高等数学结合起来作为一门课程,节省了教学时数,并增加数值计算、数学建模两章,引入计算机软件,体现了教学改革的方向。

本书上册由翟向阳任主编,王峰、赵焕宗任副主编(以姓氏笔

画为序),朱长坤主审;下册由赵焕宗任主编,张建新、翟向阳、戴文荣任副主编(以姓氏笔画为序),刘振周主审。参加本书上、下册编写的有:丁仰章,王峰,王网喜,朱长坤,刘大瑾,张建新,赵焕宗,晏开湘,顾宗如,章朝庆,翟向阳,薛学铭,戴文荣(以姓氏笔画为序)。

本书在修订再版过程中得到泰州职业技术学院、上海第二工业大学、上海工程技术大学、上海农学院、上海交通高等职业技术学校、沙州工学院、徐州彭城大学、江阴职工大学、扬州职业大学、上海交通大学的大力支持和关心,并得到许多其他兄弟院校教师的关心和支持,在此一并致谢。

由于编者的水平和经验有限,书中不当之处在所难免,恳请读者指正,以俟再版时更正。

编 者

2000年5月



# 目 录

|                          |    |
|--------------------------|----|
| <b>第 1 章 向量代数与空间解析几何</b> | 1  |
| 1.1 空间直角坐标系              | 1  |
| 1.2 向量的线性运算及坐标           | 4  |
| 1.2.1 向量的概念              | 4  |
| 1.2.2 向量的加减法             | 5  |
| 1.2.3 向量的数乘运算            | 7  |
| 1.2.4 向量的坐标表示            | 9  |
| 1.3 两向量的数量积与向量积          | 12 |
| 1.3.1 两向量的数量积            | 12 |
| 1.3.2 两向量的向量积            | 15 |
| 1.4 平面与空间直线              | 18 |
| 1.4.1 平面及其方程             | 18 |
| 1.4.2 空间直线               | 22 |
| 1.5 二次曲面与空间曲线            | 26 |
| 1.5.1 曲面与方程              | 26 |
| 1.5.2 二次曲面               | 27 |
| 1.5.3 空间曲线               | 33 |
| 习题 1                     | 34 |
| <b>第 2 章 函数、极限与连续性</b>   | 38 |
| 2.1 函数的有关概念              | 38 |
| 2.1.1 数轴上的区间, 点的邻域       | 38 |
| 2.1.2 平面点集和区域            | 39 |
| 2.1.3 映射                 | 40 |
| 2.1.4 函数的定义              | 41 |

|              |                |     |
|--------------|----------------|-----|
| 2.1.5        | 函数表示法          | 44  |
| 2.1.6        | 初等函数           | 45  |
| 2.2          | 数列的极限          | 49  |
| 2.3          | 函数的极限          | 52  |
| 2.3.1        | 一元函数的极限        | 52  |
| 2.3.2        | 两个重要极限         | 58  |
| 2.3.3        | 无穷小与无穷大        | 64  |
| 2.3.4        | 二元函数的极限        | 67  |
| 2.4          | 函数的连续性         | 69  |
| 2.4.1        | 一元函数的连续性       | 69  |
| 2.4.2        | 二元函数的连续性       | 74  |
| 2.4.3        | 闭域上连续函数的性质     | 75  |
| 习题 2         |                | 79  |
| <b>第 3 章</b> | <b>微分学</b>     | 83  |
| 3.1          | 导数概念           | 83  |
| 3.1.1        | 两个引例           | 83  |
| 3.1.2        | 导数的定义          | 85  |
| 3.1.3        | 利用定义求导数        | 86  |
| 3.1.4        | 导数的几何意义        | 88  |
| 3.1.5        | 可导与连续的关系       | 89  |
| 3.2          | 导数计算           | 90  |
| 3.2.1        | 函数和、差、积、商的求导法则 | 91  |
| 3.2.2        | 复合函数的求导法则      | 93  |
| 3.2.3        | 一元隐函数的导数       | 96  |
| 3.2.4        | 高阶导数           | 98  |
| 3.3          | 偏导数            | 100 |
| 3.3.1        | 偏导数的概念         | 100 |
| 3.3.2        | 高阶偏导数          | 104 |
| 3.3.3        | 多元复合函数及隐函数求导法则 | 105 |

|                                                                   |     |
|-------------------------------------------------------------------|-----|
| 3.3.4 偏导数的几何应用 .....                                              | 111 |
| 3.4 微分 .....                                                      | 114 |
| 3.4.1 一元函数的微分 .....                                               | 114 |
| 3.4.2 二元函数的全微分 .....                                              | 121 |
| 3.4.3 微分在近似计算中的应用 .....                                           | 124 |
| 习题 3 .....                                                        | 126 |
| <b>第 4 章 微分学的应用</b> .....                                         | 134 |
| 4.1 中值定理 .....                                                    | 134 |
| 4.1.1 拉格朗日定理 .....                                                | 134 |
| 4.1.2 拉格朗日定理的特例——罗尔定理 .....                                       | 135 |
| * 4.1.3 拉格朗日定理的推广——柯西定理 .....                                     | 136 |
| 4.2 未定式的定值法 .....                                                 | 139 |
| 4.2.1 罗必塔法则 I $\left(\frac{0}{0}\text{型}\right)$ .....            | 140 |
| 4.2.2 罗必塔法则 II $\left(\frac{\infty}{\infty}\text{型}\right)$ ..... | 141 |
| * 4.2.3 其他未定式 .....                                               | 143 |
| 4.3 一元函数的图形 .....                                                 | 144 |
| 4.3.1 函数单调性的判定法 .....                                             | 144 |
| 4.3.2 函数的极值 .....                                                 | 146 |
| 4.3.3 曲线的凹向和拐点 .....                                              | 150 |
| 4.3.4 函数图形的描绘 .....                                               | 153 |
| 4.4 函数的最大值和最小值及其应用问题 .....                                        | 159 |
| 4.5 二元函数的极值与最值 .....                                              | 167 |
| 4.5.1 二元函数的极值 .....                                               | 167 |
| 4.5.2 二元函数的最大值、最小值问题 .....                                        | 169 |
| 4.5.3 条件极值 .....                                                  | 173 |
| 4.6 弧微分, 曲率 .....                                                 | 179 |
| 4.6.1 弧长的微分 .....                                                 | 179 |
| 4.6.2 曲率 .....                                                    | 180 |

|                                         |     |
|-----------------------------------------|-----|
| 4.6.3 曲率计算公式 .....                      | 181 |
| 4.6.4 曲率圆,曲率半径.....                     | 182 |
| 习题 4 .....                              | 185 |
| <b>第 5 章 一元函数积分学</b> .....              | 192 |
| 5.1 不定积分的概念与基本公式 .....                  | 192 |
| 5.1.1 原函数的概念 .....                      | 192 |
| 5.1.2 不定积分的概念 .....                     | 193 |
| 5.1.3 不定积分的基本积分公式 .....                 | 195 |
| 5.1.4 不定积分的性质 .....                     | 196 |
| 5.2 定积分的概念 .....                        | 199 |
| 5.2.1 两个引例 .....                        | 199 |
| 5.2.2 定积分的定义 .....                      | 201 |
| 5.2.3 定积分的几何意义 .....                    | 203 |
| 5.3 定积分的基本性质 .....                      | 205 |
| 5.4 牛顿—莱布尼兹公式 .....                     | 206 |
| 5.4.1 积分上限函数及其导数 .....                  | 206 |
| 5.4.2 牛顿—莱布尼兹公式(微积分基本定理,<br>积分形式) ..... | 209 |
| 5.5 积分法 .....                           | 212 |
| 5.5.1 第一类换元积分法 .....                    | 212 |
| 5.5.2 第二类换元积分法 .....                    | 218 |
| 5.5.3 定积分的换元积分法 .....                   | 220 |
| 5.5.4 分部积分法 .....                       | 223 |
| 5.6 积分表的使用 .....                        | 226 |
| 5.7 定积分的应用 .....                        | 230 |
| 5.7.1 微元分析法 .....                       | 230 |
| 5.7.2 平面图形的面积 .....                     | 232 |
| 5.7.3 旋转体的体积 .....                      | 235 |
| 5.7.4 平面曲线的弧长 .....                     | 237 |

|                              |     |
|------------------------------|-----|
| 5.7.5 功、引力和液体的静压力·····       | 239 |
| 5.7.6 定积分在经济工作中的应用 ·····     | 241 |
| 5.8 广义积分 ·····               | 242 |
| 5.8.1 积分区间为无限的广义积分 ·····     | 242 |
| * 5.8.2 无界函数的广义积分 ·····      | 244 |
| 习题 5 ·····                   | 245 |
| <b>第 6 章 二元函数积分学</b> ·····   | 251 |
| 6.1 二重积分的概念与性质 ·····         | 251 |
| 6.1.1 二重积分的概念 ·····          | 251 |
| 6.1.2 二重积分的性质 ·····          | 254 |
| 6.2 二重积分的计算 ·····            | 256 |
| 6.2.1 利用直角坐标计算二重积分 ·····     | 256 |
| 6.2.2 利用极坐标计算二重积分 ·····      | 263 |
| 6.3 二重积分的应用 ·····            | 267 |
| 6.3.1 曲顶柱体的体积和平面薄片的质量 ·····  | 267 |
| 6.3.2 曲面的面积 ·····            | 268 |
| 6.3.3 平面薄片的重心 ·····          | 271 |
| 6.3.4 转动惯量 ·····             | 273 |
| 6.4 对坐标的曲线积分 ·····           | 274 |
| 6.4.1 对坐标的曲线积分的概念与性质 ·····   | 274 |
| 6.4.2 对坐标的曲线积分的计算法 ·····     | 277 |
| 6.4.3 格林公式 ·····             | 280 |
| 6.4.4 平面上的曲线积分与路径无关的条件 ····· | 284 |
| 习题 6 ·····                   | 287 |
| 附录 I 初等数学常用公式·····           | 293 |
| 附录 II 简易积分表·····             | 296 |
| 习题答案·····                    | 304 |

# 第 1 章 向量代数与空间解析几何

在平面解析几何中,我们曾经引入平面直角坐标系,把平面上的点与一对有序数组对应起来,从而可通过代数方法来研究平面几何问题。同样,为了研究空间几何问题,我们引进空间直角坐标系。空间解析几何是平面解析几何的自然推广,是学习多元函数微积分的基础。而有着广泛应用的向量则是研究空间解析几何的重要工具。在学习这部分内容时,应与平面解析几何的知识多作比较,并不断提高空间想象能力。

## 1.1 空间直角坐标系

众所周知,过平面上一点  $O$  作两条互相垂直且以  $O$  为原点的数轴  $Ox, Oy$ , 就构成了平面直角坐标系。如果过空间某一定点  $O$ , 作三条互相垂直的数轴, 它们都以  $O$  为原点, 且一般具有相同的长度单位, 就构成了一个空间直角坐标系。这三条轴分别称为  $x$  轴(横轴),  $y$  轴(纵轴),  $z$  轴(立轴), 统称为坐标轴。定点  $O$  称为坐标原点。习惯上,  $x$  轴,  $y$  轴配置在水平面上, 而  $z$  轴是铅垂线。它们的正方向要符合右手法则, 即伸开右手的拇指、食指和中指, 使其两两垂直时, 如果拇指指向  $x$  轴的正向, 食指指向  $y$  轴的正向,

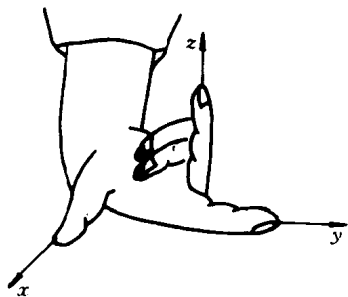


图 1.1

向,则中指指向 $z$ 轴的正向(见图 1.1)

在空间直角坐标系中,三坐标轴  $Ox, Oy, Oz$  两两决定互相垂直的三平面  $xOy, yOz, zOx$ , 统称为**坐标面**。三个坐标面把整个空间分为 8 个部分,每一部分称为一个**卦限**,卦限的编号如图 1.2 所示。

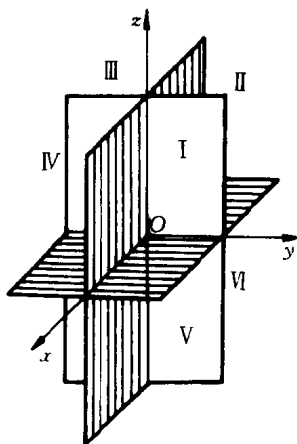


图 1.2

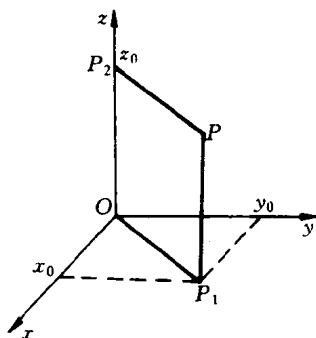


图 1.3

对于空间直角坐标系中的任意一点  $P$ , 可以用类似于平面直角坐标系中的方法来规定点  $P$  的空间直角坐标。如图 1.3 所示, 从  $P$  点作  $xOy$  平面的垂线, 垂足为  $P_1$  ( $P_1$  称为点  $P$  在  $xOy$  平面上的**投影**), 设  $P_1$  在平面直角坐标系  $Oxy$  中的坐标为  $(x_0, y_0)$ , 再过点  $P$  作  $z$  轴的垂直平面, 交  $z$  轴于  $P_2$  点,  $P_2$  在  $z$  轴上的坐标为  $z_0$ 。这样, 空间任意一点  $P$  就唯一确定了一个三元有序数组  $(x_0, y_0, z_0)$ ; 反之, 任给一个三元有序数组  $(x_0, y_0, z_0)$ , 也必可确定唯一的点  $P$  与之对应: 先在  $xOy$  平面上确定一点  $P_1$ , 其平面坐标为  $(x_0, y_0)$ , 再过  $P_1$  点作  $xOy$  平面的垂线段  $P_1P$ , 使  $\overline{P_1P}$  的长度为  $|z_0|$ ,  $P$  在  $xOy$  平面的上方或下方取决于  $z_0$  的值为正或为负。由此可见, 在空间直角坐标系中, 空间的点与三元有序数组之间是一

一对应的。称 $(x_0, y_0, z_0)$ 为点 $P$ 的空间直角坐标。 $x_0, y_0, z_0$ 依次称为点 $P$ 的横坐标、纵坐标和立坐标。由图 1.2 可知 8 个卦限内的点的坐标 $(x, y, z)$ 的符号依次为

|               |                |
|---------------|----------------|
| I (+, +, +)   | II (-, +, +)   |
| III (-, -, +) | IV (+, -, +)   |
| V (+, +, -)   | VI (-, +, -)   |
| VII (-, -, -) | VIII (+, -, -) |

特别地,原点的坐标为 $(0, 0, 0)$ ,  $x$ 轴,  $y$ 轴,  $z$ 轴上点的坐标分别为 $(x, 0, 0)$ ,  $(0, y, 0)$ ,  $(0, 0, z)$ , 三个坐标面  $xOy$ ,  $yOz$ ,  $zOx$  上的点的坐标分别为 $(x, y, 0)$ ,  $(0, y, z)$ ,  $(x, 0, z)$ 。

例 1.1 求空间中的任意两点  $P_1(x_1, y_1, z_1)$ ,  $P_2(x_2, y_2, z_2)$  之间的距离  $d$ 。

解 设点  $Q_1, Q_2$  分别为点  $P_1, P_2$  在  $xOy$  平面上的投影(见图 1.4)。显然,在  $xOy$  平面上的点  $Q_1, Q_2$  的坐标分别为  $(x_1, y_1)$  及  $(x_2, y_2)$ , 按照平面上两点间距离公式,有

$$|Q_1Q_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

连接  $P_1, P_2$  及  $Q_1, Q_2$ , 过点  $P_1$  作  $Q_1Q_2$  的平行线交  $P_2Q_2$  于  $P_1'$ , 由图 1.4 可知,

$$|P_1P_2|^2 = |P_1P_1'|^2 + |P_1'P_2|^2.$$

而  $|P_1P_1'| = |Q_1Q_2|$

$$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2},$$

$$|P_1'P_2| = |z_2 - z_1|,$$

于是得  $|P_1P_2|^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2$ ,

即  $d = |P_1P_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$ . (1.1)

此即空间直角坐标系中的两点间距离公式。显然,它是平面直角坐标系中两点间距离公式的直接推广。

例 1.2 若球面的球心在点  $P_0(x_0, y_0, z_0)$ , 其半径为  $R$ , 求该球面的方程。

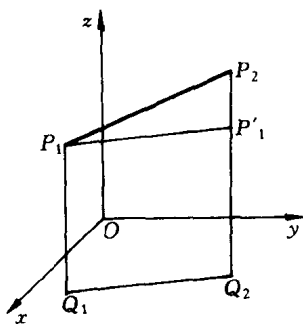


图 1.4



解 设  $P(x, y, z)$  为球面上任意一点, 则  $P$  到球心  $P_0$  的距离恒等于半径  $R$ , 即

$$|P_0P| = R.$$

由公式(1.1), 有

$$|P_0P| = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2} = R,$$

故

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2. \quad (1.2)$$

此即为球面上点的坐标所满足的方程, 而满足方程(1.2)的点一定在球面上。所以方程(1.2)就是以  $P_0(x_0, y_0, z_0)$  为球心,  $R$  为半径的球面方程。

特别地, 球心在原点  $(0, 0, 0)$  半径为  $R$  的球面方程为

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2,$$

其图形如图 1.5 所示。

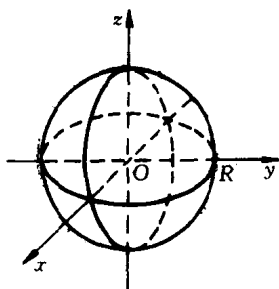


图 1.5

## 1.2 向量的线性运算及坐标

### 1.2.1 向量的概念

在中学物理中所遇到的量, 可以分为两类。其中一类是仅由其数值决定的量, 例如质量、温度、时间、面积等, 称为**数量**或**标量**。另外一类量, 不但要由它的大小, 还要由它的方向来决定, 例如力、位移、速度等, 这样的量称为**向量**或**矢量**。

向量常用一条带有箭头的有向线段来表示, 此线段的长度表示该向量的大小, 而箭头表示向量的方向。始点为  $A$ 、终点为  $B$  的有向线段所表示的向量记为  $\overrightarrow{AB}$ 。向量(或矢量)在书本上用印刷体黑体字母表示, 如  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  等; 而在手写字母中, 则常用带箭头的小写字母  $\vec{a}, \vec{b}$  等表示。